

Содержание

Вступление	10
----------------------	----

В. Н. Лукаш, В. Н. Строков

I. Ранняя Вселенная	13
--------------------------------------	-----------

1. Теория гравитации	14
---------------------------------------	-----------

1. Геометрия и гравитация	14
2. Хронометрическая гипотеза	15
3. Общая относительность	19
4. Гравитационные потенциалы	21
5. От ньютоновской динамики к ОТО	23
6. Ньютоновский предел	27
7. Отклонение света компактной массой	29
8. Метрика Шварцшильда	31
9. Задачи	35

2. Гравитационные системы	44
--	-----------

1. Гравитационное линзирование	44
2. Модели линз	54
3. Эффект Шапиро	57
4. Гравитационно связанная материя	58
5. Горячие звезды	58
6. Холодные звезды	61
7. Гало темной материи	65
8. Задачи	71

3. Геометрия ранней Вселенной	74
--	-----------

1. Космологическая экстраполяция в прошлое	74
2. Астрономия и атомная физика	75
3. Хаббловский поток	77
4. Структура Вселенной	80
5. Темная материя	89
6. Физика частиц	94
7. Уроки экстраполяции	98
8. Задачи	105

4. Космологические возмущения	110
1. Симметрия ранней Вселенной	110
2. Первичные возмущения	110
3. Масштабный фактор Вселенной	114
4. Неоднородные уравнения Фридмана	115
5. Информация о материи	117
6. Действие космологических возмущений	117
7. Эффект параметрического усиления	120
8. Квантовая теория возмущений	123
9. Спектры возмущений	127
10. Задачи	128
5. Реликтовое излучение	134
1. Масштабы анизотропии	134
2. Крупномасштабная анизотропия	136
3. Корреляционная функция	138
4. Карта реликтового излучения	140
5. Спектр анизотропии	143
6. Звуковая модуляция спектра	146
7. Точная космология	149
8. Задачи	151
6. Контрольная работа	152
Основная литература	155
Дополнительная литература	156

V. A. Rubakov

II. Cosmological perturbations	157
1. Introduction	158
2. Homogeneous isotropic Universe	159
1. Friedmann—Lemaître—Robertson—Walker metric	159
2. Redshift	160
3. Hot Universe	161
4. Properties of components of cosmic medium	162
5. Composition of the present Universe	164
6. Regimes of cosmological expansion	167
7. Dark matter	170
8. Baryon asymmetry of the Universe	171
9. Dark energy	173

3. Cosmological perturbations and the very early Universe	177
1. Wave equation in expanding Universe. Subhorizon and superhorizon regimes	178
2. Oscillations in CMB angular spectrum	182
3. Baryon acoustic oscillations	185
4. «Side» remarks	186
4.1. Cosmic variance	187
4.2. Measuring the cosmological parameters	187
5. Properties of primordial density perturbations — hints about the earliest cosmological epoch	188
6. What's next?	193
6.1. Tensor perturbations = relic gravity waves	193
6.2. Scalar tilt	195
6.3. Non-Gaussianity	195
6.4. Statistical anisotropy	195
6.5. Admixture of entropy perturbations	195
4. Conclusion	197
References	197

O. V. Verkhodanov

III. Наблюдательная радиокосмология	201
1. Радиотелескопы в космологии	202
1. Введение	202
1.1. Тесты радиокосмологии	203
2. Параметры радиотелескопов и некоторые методы анализа	204
2.1. Уравнение антенного сглаживания	206
2.2. Преобразование Фурье	207
2.3. Восстановление распределения радиояркости. Метод CLEAN	209
2.4. Теорема отсчетов	211
3. Классификация радиотелескопов	211
3.1. Радиоинтерферометр	212
4. Радиотелескопы широкого назначения	214
4.1. Антенна Карла Янского	214
4.2. Антенна Гроута Ребера	216
4.3. Интерферометр Мартина Райла	218
4.4. Радиотелескоп РАТАН-600	223
4.5. Радиоинтерферометр VLA (Very Large Array)	225
4.6. Радиотелескоп в Аресибо	228
4.7. Вестерборкский радиотелескоп	229
4.8. Телескоп в Грин Бэнке	230
5. Радиотелескопы для исследования реликтового излучения	231

5.1. Антенна Пензиаса и Вильсона	232
5.2. COBE	233
5.3. DASI	235
5.4. CBI	235
5.5. BOOMERanG	237
6. WMAP	239
7. Миссия Planck	241
8. Новые радиотелескопы	242
8.1. ALMA	242
8.2. LOFAR	244
8.3. SKA	245
8.4. Радиоастрон	247
9. Резюме	247
Литература	248
2. Космология с радиогалактиками	250
1. Введение	250
2. Феноменология	251
2.1. Первые открытые радиогалактики	251
2.2. Классификация радиогалактик	253
3. Космология	260
3.1. Радиогалактики как космологические реперы	261
3.2. Программа «Большое Трио»	262
3.3. Космологические тесты	266
4. Резюме	288
Литература	289
3. Реликтовое излучение: как измерить космологические параметры	293
1. Введение	293
2. Немного истории	294
3. Миссия WMAP	298
4. Анализ данных	299
5. Мультиполи	302
6. Пикселизация	303
7. Разделение компонент	311
8. Спектр мощности флуктуаций	314
9. Определение космологических параметров	318
10. Резюме	321
Литература	324

4. Негауссовость микроволнового фона: новая физика и старые проблемы	327
1. Введение	327
2. Почему важна гауссовость?	328
2.1. Физика	328
2.2. Систематика	329
2.3. К вопросу о статистике	329
3. Постановка задачи	330
4. Методы поиска	332
5. Фазовый анализ	334
5.1. Цветовые фазовые диаграммы и негауссовость на высоких мультиполях ($100 < \ell \leq 400$)	335
5.2. Круговой статистический анализ и негауссовость на $10 \leq \ell \leq 50$	337
5.3. Корреляции фаз соседних мультиполей и случайное блуждание в пространстве фаз	340
6. Нестабильность восстановления СМВ на низких мультиполях ($2 \leq \ell \leq 10$)	340
7. Мозаичная корреляция	343
8. Мультипольные векторы	345
9. Функционалы Минковского	348
10. Сферические вейвлеты	351
10.1. Негауссов эксцесс	351
10.2. Холодное пятно	352
10.3. Нидлеты	354
11. Угловой спектр мощности	354
12. Аномалии	356
12.1. Аномалии квадруполя	356
12.2. Неоднородность сигнала СМВ в разных полусферах	357
12.3. Темный поток	358
12.4. Кольца на карте СМВ	359
12.5. Другие эффекты	361
13. Резюме	362
Литература	363
5. Лабораторная работа 1 Построение углового спектра мощности реликтового излучения	369
1. Описание работы	370
2. Процедуры GLESP	375
3. Резюме	379
Литература	379

6. Лабораторная работа 2 Селекция кандидатов в далекие радиогалактики	381
1. Описание работы	382
2. Процедуры	386
3. Резюме	390
Литература	391

В. В. Соколов

IV. Гамма-всплески, массивные сверхновые и глобальное звездообразование на больших красных смещениях 393

1. Введение. О современном ожидаемом максимуме в истории звездообразования во Вселенной	394
2. Оптическое отождествление: первые родительские галактики GRB и массивное звездообразование	399
3. Прямая связь между длинными гамма-всплесками и массивными звездами (GRB — CCSN)	406
4. Темп гамма-всплесков и темп звездообразования на больших красных смещениях. Выводы	411
Литература	413

Г. Бескин, С. Карпов

V. Широкоугольный оптический мониторинг высокого временного разрешения и открытие быстрой оптической переменности гамма-всплеска GRB 080319B 417

1. Введение	418
2. Описание широкопольных камер FAVOR и TORTORA	423
3. Методика обнаружения транзиентов	426
4. Результаты, полученные камерой TORTORA	429
4.1. Наблюдения гамма-всплесков в реагирующем режиме	429
4.2. Наблюдения гамма-всплеска GRB 080319B	430
5. Широкопольная мониторинговая система следующего поколения	438
5.1. Базовый 3x3 блок	438
5.2. Система в целом	440
5.3. Прототип системы	442

6. Мечты о будущем совершенстве — многоканальный оптический телескоп SAINT (Small Aperture Imaging Network Telescope)	446
6.1. Цели проекта	446
6.2. Принципиальные отличия телескопа от других оптических инструментов	447
6.3. Некоторые особенности конструкции и программного обеспечения телескопа	448
6.3.1. Конструкция	448
6.3.2. Математическое обеспечение	449
6.4. Ожидаемые результаты реализации проекта	451
Литература	452

Вступление

Вашему вниманию предлагаются материалы Летней школы Фонда Дмитрия Зимины «Династия» (седьмой Школы современной астрофизики), которая проходила в Специальной астрофизической обсерватории РАН (п. Нижний Архыз, Карачаево-Черкесия). Школа была посвящена наблюдательной и теоретической космологии. Она собрала более 50 участников из 20 научных центров России, Армении и Украины.

Образованная в 1966 г. Специальная астрофизическая обсерватория (САО РАН) оказалась идеальным местом для проведения Школы. В настоящее время она является крупнейшим российским астрономическим центром наземных исследований Вселенной. Основные инструменты обсерватории — это оптический телескоп БТА (большой телескоп азимутальный) с диаметром главного зеркала 6 м и радиотелескоп РАТАН-600 (радиотелескоп Академии наук) с кольцевой многоэлементной антенной диаметром 600 м. Телескопы имеют статус инструментов открытого коллективного пользования, допускающий широкую интеграцию с мировым астрономическим сообществом. БТА установлен на склоне г. Пастухова на высоте 2100 м над уровнем моря. Здесь же находятся два малых телескопа диаметром 1 и 0,6 м. РАТАН-600 сооружен в 20 км от БТА на окраине станицы Зеленчукской на высоте 970 м.

В рамках занятий Школы ее участники посетили наблюдательные комплексы Обсерватории и ознакомились с их работой. Научный поселок Нижний Архыз (лабораторные и служебные корпуса САО и жилые дома сотрудников) расположен на берегу реки Большой Зеленчук. Филиалы обсерватории находятся в Санкт-Петербурге (Пулково) и в Москве (Московский отдел). В САО работает 420 сотрудников, из которых чуть более 100 — научные работники. Среди основных направлений научной деятельности обсерватории — космология (исследования космического микроволнового фона, ранней Вселенной), внегалактическая астрономия (изучение кинематики и динамики галактик, их химического состава, физических процессов в AGN), межзвездная среда, звезды, рентгеновские источники, пульсары, гамма-всплески. Здесь также создаются новые приборы и разрабатываются новые методы астрофизических исследований. Обсерватория издает журнал «Астрофизический бюллетень» на русском (электронная форма) и английском (печатная версия издательства *Springer*) языках.

В рамках школьных занятий сотрудники САО РАН (В. В. Дьяченко, Г. М. Бескин, О. В. Верхованов, Д. И. Макаров, С. А. Пустильник, В. В. Соколов) и ИКИ РАН (Р. А. Буренин) в своих лекционных курсах рассказали об исследованиях в области наблюдательной космологии, познакомили

участников с применяемыми методами и полученными результатами. Крупные космологи-теоретики В. А. Рубаков (ИЯИ РАН) и В. Н. Лукаш (АКЦ ФИАН) прочитали подробные курсы лекций для участников Школы, познакомили их с современными космологическими концепциями. Следуя опыту предыдущих Школ современной астрофизики, организаторы Школы включили в программу семинарские занятия (т. е. решение задач и практические работы), которые помогли слушателям как углубить свою теоретическую подготовку, так и изучить особенности экспериментальной космологии. Занятия проводили А. С. Москвитин, А. Теплякова (САО РАН), О. Х. А. Браво Калье (СПбГУ), Д. Г. Левков (ИЯИ РАН), В. Н. Строков (АКЦ ФИАН).

Необходимо отметить, что САО находится в живописном месте по соседству с древнейшими христианскими храмами на территории современной России. Они расположены среди развалин Мааса — столицы аланского государства X–XII вв. Участники Школы посетили этот исторический музей-заповедник, а также совершили пешую прогулку по предгорьям Большого Кавказского хребта. Помимо основной программы были запланированы и интеллектуальные развлечения — игры, дискуссии, кинофильмы. Участники Школы могли заняться и спортом — настольным и большим теннисом, волейболом и футболом.

Можно надеяться, что Школа сыграла важную роль в профессиональной подготовке молодежи, а также дала возможность обнаружить новые научные задачи и подружиться с коллегами.

I

Ранняя Вселенная

В. Н. Лукаш, В. Н. Строков

e-mail: lukash@asc.rssi.ru,
strokov@asc.rssi.ru;
Астрокосмический Центр ФИАН

Краткий курс релятивистской астрофизики и космологии включает пять двухчасовых лекций, семинары с разбором задач и контрольную работу. Лекции прочитаны по материалам книги «Физическая космология» [4], основное внимание уделено гравитации и ранней Вселенной.

1

Теория гравитации

В 1-й лекции мы расскажем о гравитации и законах движения материи как геометрических свойствах пространства-времени. Мы выведем уравнения Эйнштейна, представив ньютоновскую динамику в Лоренц-инвариантном виде, и рассмотрим примеры систем, в которых гравитация играет основную роль.

1. Геометрия и гравитация

Общая теория относительности (ОТО) является минимальной теорией гравитации, имеющей ньютоновский предел в любой свободно падающей (локально лоренцевой) системе отсчета. Тем самым ОТО опирается на два эмпирических факта: ньютоновскую динамику (гравитационная постоянная G) и принцип относительности (скорость света c).

По своему построению ОТО это классическая теория, не содержащая постоянную Планка \hbar . Поэтому язык описания природы, которым пользуется ОТО, идеализирован и предполагает, что все физические степени свободы разделены на две независимые категории или группы: пространство-время (геометрия, гравитация) и материя. Такое разделение весьма условно и справедливо только в низкоэнергетическом (крупномасштабном) пределе, при энергиях меньше (и масштабах больше) планковских, что напоминает конденсированные среды. Тогда пространство-время — это вакуумное состояние всех степеней свободы (полей), а материя — это возбуждения и деформации этого состояния. В общем случае подобное понятийное разделение некорректно (вспомним о рождении частиц в переменном гравитационном поле), однако общепринятая теория «всего» пока не создана.

Описание геометрии начинается с определения *события* — точки пространства-времени. Измерение геометрии — это измерение пространственно-временных расстояний между событиями (так называемая *метрическая* теория). С практической точки зрения пространство-время удобно исследовать с помощью пробных частиц, не оказывающих обратного воздействия на метрику. Изучая геодезические — мировые линии свободно движущихся частиц как функции их собственного или аффинного времени, — мы судим о свойствах пространства-времени, в котором они существуют. Зная все

геодезические на протяжении всего периода аффинного времени, мы имеем исчерпывающую информацию о *геодезически полном* пространстве-времени.

Здесь мы сталкиваемся с двумя важнейшими характеристиками геометрии. Мы должны уметь описывать любые окрестности геодезических, т. е. определять пространственно-временной интервал между близкими событиями и представлять его в разных системах отсчета, а также знать границы мировых линий свободных частиц, т. е. знать где они начинаются и где заканчиваются. В первом случае мы говорим о локальных метрических свойствах пространства-времени. Во втором — о глобальных топологических свойствах геометрии и ее границах.

2. Хронометрическая гипотеза

Мир, в котором мы живем, четырехмерен: он имеет три пространственных измерения и одно временное. Это опытный факт. Поэтому каждое событие в нашем пространстве-времени задается четырьмя координатами.

Сделав это утверждение, мы пока еще не определили геометрию, мы ввели только картографирование пространства-времени — «натянули» на него координатную сетку (систему отсчета). Ее можно строить произвольным образом в любой области пространства-времени, и покрытие геометрии не обязано быть полным.

В пренебрежении гравитацией ($G=0$) наблюдатель, свободный от воздействия каких-либо полей или сил, может пользоваться декартовыми координатами $x^\alpha = (t, \vec{x})$ для маркировки событий. Опишем с помощью карты такого инерциального наблюдателя траектории движения пробных частиц в пространстве-времени.

Пусть аффинный параметр λ отмечает метку положения частицы на ее мировой линии. Его можно переопределить с помощью преобразования $\lambda = \lambda(\lambda')$; в частности, значение $\lambda = 0$ может приписать произвольной точке мировой линии (по умолчанию предполагаем монотонное изменение λ вдоль траектории движения частицы — одно значение λ соответствует одной точке мировой линии частицы). Тогда траектория любой частицы в координатах x^α задается четырьмя функциями:

$$x^\alpha = x^\alpha(\lambda). \quad (I.1.1)$$

Определим *собственное время* $\tau(\lambda)$ на мировой линии частицы (I.1.1), отсчитываемое от точки $\lambda = 0$, следующим образом:

$$\tau(\lambda) = \int_0^\lambda \left[\left(\frac{dt}{d\lambda} \right)^2 - \left(\frac{d\vec{x}}{d\lambda} \right)^2 \right]^{1/2} d\lambda = \int_0^\lambda \left(\eta_{\alpha\beta} \frac{dx^\alpha}{d\lambda} \frac{dx^\beta}{d\lambda} \right)^{1/2} d\lambda, \quad (I.1.2)$$

где тензор $\eta_{\alpha\beta} = \text{diag}(1, -1, -1, -1)$ называется метрическим *тензором Минковского*. Он совпадает со своим обратным тензором $\eta^{\alpha\beta} = \eta_{\alpha\beta}$, где $\eta_{\alpha\beta}\eta^{\beta\gamma} = \delta_\alpha^\gamma = \text{diag}(1, 1, 1, 1)$.

Мы предполагаем, что $\tau(\lambda)$ есть время, измеряемое наблюдателем, движущимся вдоль мировой линии $x^\alpha(\lambda)$. Это положение, известное как *хронометрическая гипотеза*, подсказано всем опытом экспериментальной и теоретической физики. В частности, из хронометрической гипотезы следует, что для нашего инерциального наблюдателя, находящегося в точке $\vec{x} = 0$, время t является его собственным временем.

Уравнения (I.1.2), справедливые для любых траекторий (I.1.1) в конечной области пространства-времени, определяют плоскую геометрию Минковского в этой области¹⁾. Это и есть геометрия нашего пространства-времени в отсутствие гравитации: квадрат интервала между близкими событиями, разделенными координатами dx^α , равен

$$ds^2 = \eta_{\alpha\beta} dx^\alpha dx^\beta, \quad (\text{I.1.3})$$

где интервал между точками с $ds^2 > 0$ совпадает с промежутком собственного времени между ними по часам наблюдателя, мировая линия которого пересекает обе точки ($ds = d\tau$).

В зависимости от знака ds^2 вводятся следующие определения:

- * времениподобный интервал: $ds^2 > 0$;
- * пространственноподобный интервал: $ds^2 < 0$;
- * нулевой интервал: $ds = 0$.

Расстояние между точками с $ds^2 < 0$ совпадает с расстоянием между ними по линейке наблюдателя, для которого обе точки (события) одновременны: $d\ell = \sqrt{-ds^2}$.

Массивные тела движутся вдоль времениподобных мировых линий, на которых всюду $ds^2 > 0$, и их собственное время можно использовать в качестве аффинного параметра. Траектория свободно движущейся массивной частицы — *времениподобная геодезическая* — определена условием постоянства скорости ее движения (ускорение равно нулю):

$$x^\alpha = x^\alpha(\tau), \quad \frac{d^2 x^\alpha}{d\tau^2} = 0. \quad (\text{I.1.4})$$

Если вместо массивного тела мы рассмотрим свет, то его мировая линия является *нулевой геодезической* (всюду $ds = 0$):

$$\frac{d^2 x^\alpha}{d\lambda^2} = 0, \quad \frac{dx^\alpha}{d\lambda} \frac{dx^\beta}{d\lambda} \eta_{\alpha\beta} = 0, \quad (\text{I.1.5})$$

где λ — аффинный параметр, определяемый из совместного решения уравнений (I.1.5). Как видно из (I.1.2), собственное время фотона равно нулю.

¹⁾ Также надо не забыть определить границы геометрии Минковского. В реальном мире ($G \neq 0$) о ней можно говорить лишь локально в масштабах много меньше радиусов кривизны. В идеализированном случае вдали от гравитирующих масс область изменения собственного времени зависит от многообразия \mathcal{M} . Например, для неускоренных наблюдателей в $\mathcal{M} = \mathbb{R}^4$: $\tau \in (-\infty, \infty)$.

Таким образом, если для тела с некоторой массой покоя его собственное время можно рассматривать как аффинное, а для света это не так.

До сих пор мы описывали траектории частиц в пространстве-времени Минковского с точки зрения одного произвольно взятого инерциального наблюдателя x^α , расположенного в центре своих пространственных координат \vec{x} и отчитывающего время t по собственным часам. Хронометрическая гипотеза позволяет построить подобную декартову систему отсчета $x'^\alpha = (t', \vec{x}')$ вокруг любого другого неускоренного наблюдателя $\vec{x}' = 0$, движущегося вдоль ненулевой геодезической. Из условий (I.1.4) получаем линейные соотношения между инерциальными системами отсчета:

$$x'^\alpha = \Lambda_\beta^\alpha x^\beta + T^\alpha, \quad (\text{I.1.6})$$

где постоянными коэффициентами являются вектор трансляций $T^\alpha = (t_0, \vec{x}_0)$ (четыре трансляции) и матрица поворотов Λ_β^α (преобразования Лоренца).

В четырехмерном пространстве-времени возможны 6 поворотов: 3 чисто пространственных (эйлеровы повороты) и еще 3 в плоскостях $(\vec{x} t)$ (однородные лоренцевы повороты или *лоренцевы бусты*). На матрицу поворотов можно наложить следующие ограничения, не влияющие на траектории наблюдателей:

- * $\eta_{\alpha\beta} \Lambda_\mu^\alpha \Lambda_\nu^\beta = \eta_{\mu\nu}$ — условие ортогональности;
- * $\Lambda_0^0 \geq 1$ — запрет обращения времени;
- * $\det \Lambda_\beta^\alpha = 1$ — запрет зеркального отражения.

С учетом трансляций преобразования (I.1.6) содержат всего десять свободных параметров, а соответствующая группа движений называется *группой Пуанкаре*. Системы отсчета, связанные только трансляциями, измеряют один и тот же промежуток времени и одно расстояние между двумя близкими событиями. При лоренцевых преобразованиях систем отсчета временные и пространственные расстояния между событиями изменяются (инвариантен лишь интервал). *Лоренцева группа* — подгруппа группы Пуанкаре — имеет шесть параметров. Если взять только однородные пространственно-временные повороты, то их группы не получится: результат нескольких поворотов будет зависеть от их последовательности. Для реализации группы Лоренца нужно добавить к трем бустам еще три пространственных поворота.

Матрица однородных преобразований Лоренца выглядит следующим образом:

$$\Lambda_0^\alpha = \Lambda_\alpha^0 = (\Gamma, \vec{v}\Gamma), \quad \Lambda_j^i = \delta_{ij} + \frac{\Gamma^2}{1 + \Gamma} v_i v_j, \quad (\text{I.1.7})$$

где $\Gamma \equiv (1 - \vec{v}^2)^{-1/2}$, $\vec{v} = v_i$. Три параметра лоренцевых поворотов в нашей геометрии мы воспринимаем как три компоненты скорости \vec{v} наблюдателя $\vec{x} = 0$ (системы отсчета x^α) относительно системы отсчета x'^α наблюдателя $\vec{x}' = 0$. В пределе малых скоростей $\vec{v}^2 \ll 1$ (или $c \rightarrow \infty$) получаем преобразование Галилея:

$$t' = t + t_0, \quad \vec{x}' = \vec{x} + \vec{v}t + \vec{x}_0. \quad (\text{I.1.8})$$

Таким образом, при экстраполяции лабораторной физики в области, не охватываемые нашим опытом, мы сталкиваемся с поучительной интерпретацией движения. То, что мы называем движением, переносом, законами сохранения, оказывается простыми геометрическими свойствами пространства-времени, в котором мы существуем. На этом пути возникают «парадоксы», не являющиеся парадоксами природы, а возникающими в нашем представлении в силу ограниченного опыта и неадекватности наших моделей отображения мира.

В качестве примера рассмотрим один из таких «парадоксов», известный как парадокс близнецов.

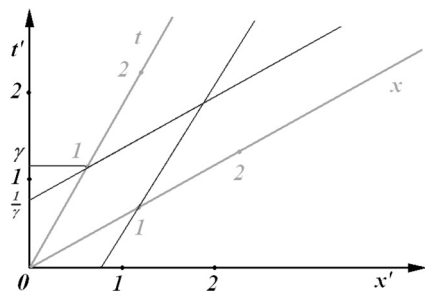


Рис. 1. Иллюстрация преобразований Лоренца в плоскости $y = z = 0$, содержащей мировые линии близнецов: $x' = 0$ (черная линия времени t') и $x = 0$ (красная линия времени t). $t' = \gamma t$ — возраст «красного» близнеца t по часам «черного» t' . $t = \gamma t'$ — возраст «черного» близнеца t' по часам «красного» t

Пусть имеются два наблюдателя-близнеца, каждый из которых движется со своей скоростью от события рождения. В системе отсчета любого из близнецов движущийся относительно него другой близнец всегда моложе (при приближении к скорости света собственное время останавливается). Получается, что каждый из близнецов по своим собственным часам старше другого. Здесь однако нет никакого парадокса, это свойство нашей геометрии — относительность времени. Мы имеем дело с разными синхронизациями одних и тех же событий (собственных возрастов каждого из близнецов) сначала по часам одного, потом по часам другого близнеца (см. рис. 1). Для действительного сравнения им надо снова встретиться: тогда моложе окажется тот, кто испытал большее ускорение.

Преобразования (I.1.6) сохраняют тензор Минковского, собственное время, интервал $ds'^2 = ds^2$ и уравнение геодезических. Равенство

$$\frac{d^2 x'^{\alpha}}{ds'^2} = 0$$

выполняется тогда и только тогда

$$\frac{d^2 x^{\alpha}}{ds^2} = 0.$$

Таким образом, уравнения движения в плоском пространстве-времени инвариантны относительно преобразований группы Пуанкаре (принцип специальной относительности). Это относится ко всем известным законам физики.

Подводя итог, мы можем сказать, что специальная теория относительности (СТО), основанная на преобразованиях (I.1.6), есть теория плоского пространства-времени. В идеализированном случае бесконечно продолженного плоского пространства-времени ($M = R^4$) мы имеем однозначное картографирование событий: уравнения движения выглядят идентично во всех инерциальных сетках.

3. Общая относительность

Общая относительность локально сохраняет принципы специальной относительности. Можно сказать, что ОТО есть теория искривленного пространства-времени, в каждой точке которого можно построить касательное плоское пространство-время. Это значит, что в малой окрестности любого события в сколь угодно сложной геометрии законы физики для свободно падающих тел такие же, как в СТО. Именно это положение позволяет нам найти общие законы динамики исходя из известных из опыта локальных законов движения, предполагая лишь, что они идентичны для любых свободных наблюдателей.

В своей точной формулировке принцип относительности утверждает, что законы движения пробных частиц, свободно падающих в постоянном гравитационном поле или движущих неускоренно вдали от гравитационных масс, тождественны. Иными словами, локальное поле и его градиенты неизмеримы (равны нулю) для наблюдателей, движущихся по геодезическим. Этот принцип локального соответствия, постулирующий неразличимость измерений в свободно падающих и инерциальных системах отсчета, был подсказан Эйнштейну принципом эквивалентности, устанавливающим равенство между гравитационной массой, участвующей в законе всемирного тяготения, и инерционной массой, входящей в уравнения движения (второй закон Ньютона). В силу этого соответствия мы будем называть свободно падающие системы отсчета с локально декартовыми координатами вблизи события p локально инерциальными системами отсчета в точке p .

Принцип относительности можно проиллюстрировать на примере нашей земной лаборатории. Галактика, в которой мы находимся, движется в пространстве относительно реликтового излучения со скоростью $\sim 600 \text{ км} \cdot \text{с}^{-1}$, Солнечная система вращается вокруг галактического центра со скоростью $\sim 200 \text{ км} \cdot \text{с}^{-1}$, а Земля вокруг Солнца — со скоростью $\sim 30 \text{ км} \cdot \text{с}^{-1}$. Все это не мешает нам находиться в состоянии покоя на Земле и исследовать физические законы локального мира, применяя координаты Минковского.

Принцип соответствия означает, что в пределе малых скоростей и слабого гравитационного поля релятивистская теория гравитации переходит

Просим переформулировать подпись к рис. в связи с ч/б гаммой рисунка.

в ньютоновскую. Мы воспользуемся *ньютоновским пределом* в следующем разделе для вывода уравнений Эйнштейна из уравнения Пуассона. А сейчас вернемся к принципу относительности.

Теперь мы можем пользоваться декартовыми координатами только локально. Для измерения конечной области искривленного пространства-времени декартова сетка неприменима и нам придется использовать искривленные системы отсчета $x^\alpha = (x^0, x^1, x^2, x^3)$. Заметим, что криволинейными координатами x^α можно покрыть конечные области геометрии, а для других областей могут понадобиться другие системы отсчета.

Согласно принципу соответствия, в окрестности любого события p сколь угодно сложной геометрии можно ввести локально инерциальные системы отсчета $y^\alpha = y^\alpha(x^\beta)$, в которых траектория $y^\alpha(s)$ любой свободно падающей частицы, проходящей через p , имеет вид (I.1.4):

$$y^\alpha = y^\alpha(x^\beta) : \quad \left. \frac{d^2 y^\alpha}{ds^2} \right|_p = 0, \quad (\text{I.1.9})$$

где $s = \tau$ — собственное время свободной частицы (см. (I.1.2)). Тогда интервал пространства-времени вблизи p выглядит следующим образом в координатах y^α :

$$ds^2 = \eta_{\alpha\beta} dy^\alpha dy^\beta. \quad (\text{I.1.10})$$

Переходя обратно к координатам x^α , получаем уравнение геодезической в конечной области пространства-времени, покрываемой системой отсчета x^α , для всех событий на мировой линии частицы:

$$\frac{d^2 x^\alpha}{ds^2} + \Gamma_{\beta\gamma}^\alpha \frac{dx^\beta}{ds} \frac{dx^\gamma}{ds} = 0, \quad (\text{I.1.11})$$

где связь между координатами x^α и y^α спрятана в коэффициенты $\Gamma_{\beta\gamma}^\alpha$, которые называются символами Кристоффеля или *связностью*:

$$\Gamma_{\beta\gamma}^\alpha = \frac{\partial x^\alpha}{\partial y^\delta} \frac{\partial^2 y^\delta}{\partial x^\beta \partial x^\gamma}. \quad (\text{I.1.12})$$

При замене y^α на x^α во всех точках p геометрический интервал приобретает вид:

$$ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu, \quad (\text{I.1.13})$$

где тензор

$$g_{\mu\nu} = \frac{\partial y^\alpha}{\partial x^\mu} \frac{\partial y^\beta}{\partial x^\nu} \eta_{\alpha\beta} \quad (\text{I.1.14})$$

называется *метрическим тензором*. Отметим, что коэффициенты связности $\Gamma_{\beta\gamma}^\alpha$ зависят от системы отсчета и не образуют тензора, тогда как метрический тензор по построению является истинным симметричным тензором — он преобразуется по тензорным правилам при преобразованиях систем отсчета и, следовательно, является характеристикой самого пространства-времени.

Аналогично получаем уравнение для нулевой геодезической $x^\alpha = x^\alpha(\lambda)$:

$$\frac{d^2 x^\alpha}{d\lambda^2} + \Gamma_{\beta\gamma}^\alpha \frac{dx^\beta}{d\lambda} \frac{dx^\gamma}{d\lambda} = 0, \quad (\text{I.1.15})$$

$$\frac{dx^\alpha}{d\lambda} \frac{dx^\beta}{d\lambda} g_{\alpha\beta} = 0, \quad (\text{I.1.16})$$

где λ — аффинный параметр, см. (I.1.5).

Теперь можно определить и обратный тензор:

$$g^{\mu\nu} = g_{\mu\nu}^{-1} = \frac{\partial x^\mu}{\partial y^\alpha} \frac{\partial x^\nu}{\partial y^\beta} \eta^{\alpha\beta}. \quad (\text{I.1.17})$$

Однако тут следует остановиться и подумать: ведь обратный метрический тензор можно построить и без знания координат y^α , используя лишь условия $g^{\alpha\beta} g_{\beta\gamma} = \delta_\gamma^\alpha$.

Здесь есть тонкость. Все, что было сделано до сих пор, это только преобразования координат. Можно, конечно, использовать преобразования между y^α и x^α и вычислять в каждой точке компоненты связности и метрического тензора, но это неудобно. Оказывается, и это легко проверить, можно выразить коэффициенты связности сразу через первые производные метрического тензора $g_{\alpha\beta}(x^\gamma)$:

$$\Gamma_{\beta\gamma}^\alpha = \frac{1}{2} g^{\alpha\delta} (g_{\delta\beta,\gamma} + g_{\delta\gamma,\beta} - g_{\beta\gamma,\delta}), \quad (\text{I.1.18})$$

где $_{,\alpha}$ означает частную производную по координате x^α . После этого можно забыть о декартовых системах отсчета y^α , поскольку в уравнения геодезических эти координаты прямо не входят, и стартовать от метрического тензора $g_{\mu\nu}$.

Итак, применив принцип соответствия и используя декартовы системы отсчета, мы пришли к выводу, что синонимом геометрии является метрический тензор $g_{\mu\nu}$ ²⁾. Вместо поиска локально-инерциальных систем отсчета в каждой точке p мы возьмем метрический тензор как *определяющий* элемент пространства-времени. Нашим результатом стала метрическая теория гравитации³⁾.

4. Гравитационные потенциалы

Как известно, эффектом Доплера называется изменение частоты света или звука из-за движения источника. В СТО смещение частоты светового сигнала возможно только при относительном движении источника из-за разности хода времени в *движущихся* системах отсчета (см. (I.1.6)). Однако

²⁾ Напомним, что надо еще дополнить информацию о геометрии определением ее границ (многообразия, топологии).

³⁾ ОТО — один из примеров метрической теории.

в присутствии гравитации время течет по-разному в разных местах пространства и в *статическом* случае.

Явление гравитационного красного смещения является прямым следствием того, что теория гравитации является метрической теорией. Рассмотрим движение нерелятивистской частицы в слабом гравитационном поле. В этом случае метрический тензор можно представить в виде

$$g_{\alpha\beta} = \eta_{\alpha\beta} + h_{\alpha\beta}, \quad |h_{\alpha\beta}| \ll 1. \quad (\text{I.1.19})$$

С учетом малости скорости пробной частицы

$$\left| \frac{d\vec{x}}{d\tau} \right| \ll \frac{dt}{d\tau} \quad (\text{I.1.20})$$

уравнение геодезической имеет вид

$$\frac{d^2 x^\alpha}{d\tau^2} + \Gamma_{00}^\alpha \left(\frac{dt}{d\tau} \right)^2 = 0, \quad (\text{I.1.21})$$

где коэффициенты связности определяются выражением

$$\Gamma_{00}^\alpha = -\frac{1}{2} \eta^{\alpha\beta} h_{00,\beta}. \quad (\text{I.1.22})$$

Перейдем теперь к ньютоновскому пределу, предполагая, что источником гравитационного поля является нерелятивистская материя. Тогда в формуле (I.1.22) мы можем пренебречь производной по времени по сравнению с пространственными градиентами (квазистатистическое приближение), и уравнение геодезической (I.1.21) в ньютоновском пределе приобретает вид:

$$\frac{d^2 t}{d\tau^2} = 0, \quad \frac{d^2 \vec{x}}{d\tau^2} = -\frac{1}{2} \vec{\nabla} h_{00}. \quad (\text{I.1.23})$$

Поскольку нам известно, что ускорение тела в ньютоновской динамике определяется воздействующей на него силой, что в нашем случае есть градиент гравитационного потенциала со знаком «минус»:

$$\frac{d^2 \vec{x}}{d\tau^2} = -\vec{\nabla} \Phi, \quad (\text{I.1.24})$$

мы получаем отсюда следующее соотношение для нулевой компоненты метрического тензора:

$$g_{00} = 1 + 2\Phi. \quad (\text{I.1.25})$$

Таким образом, компоненты метрического тензора имеют смысл гравитационных потенциалов. Разница с ньютоновской гравитацией состоит лишь в том, что в последней имеется только один потенциал Φ , тогда как в релятивистской гравитации их десять⁴⁾ по числу независимых компонент метрического тензора (напомним, что $g_{\alpha\beta} = g_{\beta\alpha}$).

⁴⁾ Следует уточнить, что в неинерциальных системах отсчета не все компоненты метрического тензора можно интерпретировать как гравитационное поле: согласно принципу Эквивалентности некоторые компоненты или части $g_{\mu\nu}$ могут описывать неинерциальные деформации.

Формула (I.1.25) проясняет физический смысл гравитационного красного смещения. Поскольку собственное время течет в разных областях пространства-времени по-разному,

$$d\tau = \left(g_{\alpha\beta} dx^\alpha dx^\beta \right)^{1/2} = g_{00}^{1/2} dt = (1 + \Phi) dt, \quad (\text{I.1.26})$$

то отношение частот принятого (R) и излученного (E) сигналов определяется выражением

$$\frac{\omega_R}{\omega_E} = \frac{\Delta\tau_E}{\Delta\tau_R} = 1 + \Phi_E - \Phi_R,$$

т. е. изменение частоты излученного сигнала составляет величину

$$\frac{\delta\omega}{\omega} = \Phi_E - \Phi_R. \quad (\text{I.1.27})$$

Для Солнца

$$\frac{\delta\omega}{\omega} = \Phi_\odot = -\frac{GM_\odot}{r_\odot} \simeq -2 \cdot 10^{-6}. \quad (\text{I.1.28})$$

Таким образом, вблизи фотосферы Солнца время идет на указанную величину медленнее. Эта величина мала, значит гравитационное поле Солнца слабое ($|\Phi_\odot| \ll c^2$) и релятивистские эффекты гравитации в Солнечной системе малы.

Аналогичным образом можно убедиться в том, что величина гравитационного поля нашей Галактики, а также других галактик и большей части видимой Вселенной также очень мала. Гравитационный потенциал нарастает и приближается к c^2 либо на больших масштабах, сравнимых с размером космологического горизонта, либо на малых расстояниях — вблизи релятивистских объектов (например, черных дыр).

Тем не менее, иногда ньютоновская теория оказывается несостоятельной даже при слабом гравитационном поле и необходимо пользоваться релятивистской теорией гравитации. Это происходит в том случае, если источниками гравитационных полей являются релятивистские формы материи (например, излучение, темная энергия и др.), либо если мы имеем дело с гравитационными волнами.

5. От ньютоновской динамики к ОТО

В нерелятивистской теории тяготения источником гравитационного поля Φ является плотность материи ρ и гравитационная постоянная G (константа связи):

$$\Delta\Phi = 4\pi G\rho, \quad (\text{I.1.29})$$

где $\Delta = \delta^{ij} \frac{\partial^2}{\partial x^i \partial x^j}$ — оператор Лапласа в плоском пространстве. Уравнение Пуассона (I.1.29) представлено в декартовых координатах (t, \vec{x}) и инвариантно относительно преобразований Галилея (I.1.8).

Обобщим это уравнение для произвольной геометрии.

Для этого вместо ньютоновского потенциала Φ необходимо перейти к метрическому тензору $g_{\alpha\beta}$, содержащему полную информацию о гравитационном поле, а вместо плотности материи ρ использовать хорошо известный в физике тензор энергии-импульса материи $T_{\alpha\beta}$, одной из компонент которого является плотность ρ .

Симметричный тензор $T_{\alpha\beta}$ содержит информацию о динамических законах движения материи, позволяющих описать перенос ее энергии и импульса в пространстве-времени, не вдаваясь в детали внутреннего строения вещества. В геометрии Минковского уравнения движения

$$T_{\alpha,\beta}^{\beta} = 0, \quad (I.1.30)$$

сохраняют свой вид при преобразованиях Лоренца (I.1.6), где $T_{\alpha}^{\beta} = T_{\alpha\gamma}\eta^{\gamma\beta}$. Нулевая компонента (I.1.30) описывает перенос плотности энергии T_0^0 (уравнение непрерывности или закон сохранения энергии), а пространственные компоненты — перенос плотности импульса T_0^i (уравнение Эйлера или закон сохранения импульса). Компоненты T_{ij} описывают эффективный тензор давлений среды. Уравнения динамики (I.1.30) справедливы для всех известных нам форм материи. Здесь мы сталкиваемся с еще одним свидетельством того, что законы движения (сохранение энергии-импульса) являются проявлением геометрических свойств пространства-времени.

Перепишем уравнение Пуассона в более удобных для нас обозначениях:

$$\Delta g_{00} = 8\pi G T_{00}. \quad (I.1.31)$$

В ньютоновском пределе $T_{00} = \rho$ и $g_{00} = 1 + 2\Phi$ (см. (I.1.25)), поэтому фактор $4\pi G$ превращается в $8\pi G$ в правой части (I.1.31). Для релятивистского обобщения этого уравнения нам осталось модифицировать оператор Лапласа для локально инерциальных систем отсчета с учетом лоренцевых преобразований.

Не вводя дополнительных гипотез, сохраним главное свойство лапласиана — его линейность по вторым производным координат. Тогда релятивистский аналог уравнения Пуассона представим в виде

$$G_{\alpha\beta} = 8\pi G T_{\alpha\beta}, \quad (I.1.32)$$

где левая часть (I.1.32) в любой локально инерциальной системе отсчета y^{α} есть линейная комбинация всех вторых производных метрического тензора $g_{\alpha\beta}$:

$$G_{\alpha\beta} = A_1 \square g_{\alpha\beta} + A_2 \left(g_{\alpha,\beta\gamma}^{\gamma} + g_{\beta,\alpha\gamma}^{\gamma} \right) + A_3 \eta_{\alpha\beta} g_{\gamma\delta}^{\gamma\delta} + A_4 g_{\gamma,\alpha\beta}^{\gamma} + A_5 \eta_{\alpha\beta} \square g_{\gamma}^{\gamma}, \quad (I.1.33)$$

где $\square \equiv \eta^{\alpha\beta} \frac{\partial^2}{\partial y^{\alpha} \partial y^{\beta}}$ и $g_{\alpha}^{\beta} = \eta^{\beta\gamma} g_{\alpha\gamma}$. Мы выписали все возможные комбинации вторых производных, и у нас есть пять постоянных коэффициентов

A_1, \dots, A_5 , значения которых следует определить из требований лоренцевой ковариантности и соответствия уравнению (I.1.31) в ньютоновском пределе.

Из закона сохранения (I.1.30) следует

$$G_{\alpha,\beta}^{\beta} = 0, \quad (I.1.34)$$

и, значит,

$$(A_1 + A_2) \square g_{\alpha,\beta}^{\beta} + (A_2 + A_3) g_{\beta,\gamma\alpha}^{\beta\gamma} + (A_4 + A_5) \square g_{\beta,\alpha}^{\beta} = 0. \quad (I.1.35)$$

Поскольку все три комбинации производных метрического тензора несводимы друг к другу, то для выполнения равенства (I.1.35) каждая из входящих в него скобок должна быть равна нулю:

$$A_1 = -A_2 = A_3, \quad A_4 = -A_5.$$

Вместо пяти неизвестных коэффициентов у нас осталось только два, а значит, тензор $G_{\alpha\beta}$ можно переписать в следующем виде:

$$G_{\alpha\beta} = A_1 \left(\square g_{\alpha\beta} - g_{\alpha,\beta\gamma}^{\gamma} - g_{\beta,\alpha\gamma}^{\gamma} + \eta_{\alpha\beta} g_{\gamma\delta}^{\gamma\delta} \right) + A_4 \left(g_{\gamma,\alpha\beta}^{\gamma} - \eta_{\alpha\beta} \square g_{\gamma}^{\gamma} \right). \quad (I.1.36)$$

Теперь мы можем использовать ньютоновский предел для определения оставшихся двух коэффициентов. Чтобы избавиться от косых производных, составим из равенств (I.1.36) следующую комбинацию с пространственной сверткой: $G_{00} - G_i^i$. Заметим, что она не сводится к пространственно-временной свертке G_{α}^{α} . Переходя к пределу слабого поля ($|\partial/\partial t| \ll |\partial/\partial \vec{x}|$ и $\square \simeq -\Delta$), получаем следующее уравнение:

$$8\pi G \left(T_{00} - T_i^i \right) = G_{00} - G_i^i = -(A_1 + A_4) \Delta g_{00} + (A_1 - A_4) \Delta g_i^i. \quad (I.1.37)$$

В ньютоновском пределе источник гравитационного поля нерелятивистский, т. е. $|T_i^i| \ll T_{00}$ и вторым членом в левой части (I.1.37) можно пренебречь. Сравнивая уравнения (I.1.31) и (I.1.37), находим значения коэффициентов

$$A_1 = A_4 = -\frac{1}{2},$$

и, следовательно,

$$G_{\alpha\beta} = \frac{1}{2} \left(g_{\alpha,\beta\gamma}^{\gamma} + g_{\beta,\alpha\gamma}^{\gamma} - \square g_{\alpha\beta} - g_{\gamma,\alpha\beta}^{\gamma} \right) - \frac{1}{2} \eta_{\alpha\beta} \left(g_{\gamma\delta}^{\gamma\delta} - \square g_{\gamma}^{\gamma} \right). \quad (I.1.38)$$

Полученный тензор $G_{\alpha\beta}$ называется тензором Эйнштейна. Он записан в локально-инерциальной системе отсчета, где связности равны нулю. Используя принцип соответствия и переходя к произвольным координатам x^α , получаем общее выражение для $G_{\alpha\beta}$:

$$G_{\alpha\beta} \equiv R_{\alpha\beta} - \frac{1}{2}g_{\alpha\beta}R, \quad (I.1.39)$$

где тензор

$$R_{\alpha\beta} = \frac{1}{2}g^{\gamma\delta} (g_{\alpha\gamma,\beta\delta} + g_{\beta\gamma,\alpha\delta} - g_{\alpha\beta,\gamma\delta} - g_{\gamma\delta,\alpha\beta}) + g^{\gamma\delta} g_{\mu\nu} \left(\Gamma_{\alpha\gamma}^{\mu} \Gamma_{\beta\delta}^{\nu} - \Gamma_{\alpha\beta}^{\mu} \Gamma_{\gamma\delta}^{\nu} \right) \quad (I.1.40)$$

называется тензором Риччи, а $R = R_{\alpha}^{\alpha}$ — его след (опускание и поднимание индексов производится с помощью тензора $g_{\alpha\beta}$ и обратного к нему $g^{\alpha\beta}$).

Наконец, мы можем выписать уравнения гравитации в знакомом виде:

$$R_{\alpha\beta} - \frac{1}{2}g_{\alpha\beta}R = 8\pi GT_{\alpha\beta}, \quad (I.1.41)$$

а также в других представлениях:

$$R = -8\pi GT, \quad (I.1.42)$$

$$R_{\alpha\beta} = 8\pi G \left(T_{\alpha\beta} - \frac{1}{2}g_{\alpha\beta}T \right). \quad (I.1.43)$$

Уравнения Эйнштейна $G_{\alpha\beta} = 8\pi GT_{\alpha\beta}$ имеют интересную структуру: вторые производные по времени входят только в пространственные компоненты G_{ik} . Соответственно, пространственные уравнения $G_{ik} = 8\pi GT_{ik}$ являются динамической системой уравнений поля при заданном источнике.

Что же касается уравнений

$$G_{0i} = 8\pi GT_{0i}, \quad (I.1.44)$$

то они, являясь первыми интегралами динамической системы, задают связи для отбора возможных решений уравнений движения. Эти ограничения на гравитационные поля возникают из начальных и граничных условий задачи, определяемых структурой энергии-импульса источника T_{0i} .

Уравнения переноса энергии и импульса материи следуют из геометрических тождеств

$$G_{\alpha;\beta}^{\beta} = 0, \quad (I.1.45)$$

называемых *тождествами Бианки*. Мы можем заключить, что именно это свойство геометрии — тождества Бианки — реализуют динамические законы движения любых форм материи, существующих в нашем мире.

6. Ньютоновский предел

Ньютоновский предел означает введение некоторых ограничений на гравитационное поле и его источник: поле предполагается слабым, а его источник — состоящим из нерелятивистской материи (скорости частиц, определяющих тензор энергии-импульса, много меньше скорости света).

Если в слабом гравитационном поле частица движется с малой скоростью, то она остается нерелятивистской и в процессе движения. В этом приближении лоренцев буст сводится к преобразованиям Галилея и связные компоненты метрического тензора g_{00} с ньютоновским гравитационным потенциалом Φ имеет вид (I.1.25).

Однако в ньютоновском поле могут перемещаться и релятивистские частицы (например, свет). В этом случае лоренцевым бустом пренебрегать нельзя, и на движение таких частиц будут влиять и другие компоненты метрического тензора $g_{\alpha i}$. Нам предстоит определить каким образом они связаны с ньютоновским потенциалом.

Итак, в ньютоновском пределе имеем:

$$g_{\alpha\beta} = \eta_{\alpha\beta} + h_{\alpha\beta}, \quad |h_{\alpha\beta}| \ll 1, \quad |p| \ll \rho, \quad |\vec{v}| \ll 1,$$

где \vec{v} — скорость гравитирующей материи. Пренебрегая давлением p и скоростью \vec{v} , получаем единственную ненулевую компоненту тензора энергии-импульса $T_{00} = \rho$. Тогда из уравнений (I.1.43) следует, что

$$R_{\alpha\beta} = 8\pi G \left(T_{\alpha\beta} - \frac{1}{2}\eta_{\alpha\beta}T \right) = 4\pi G\rho\delta_{\alpha\beta}, \quad (I.1.46)$$

где

$$R_{\alpha\beta} = \frac{1}{2} \left(h_{\alpha\gamma,\beta}^{\cdot\gamma} + h_{\beta\gamma,\alpha}^{\cdot\gamma} - h_{\alpha\beta,\gamma}^{\cdot\gamma} - h_{\gamma,\alpha\beta}^{\gamma} \right). \quad (I.1.47)$$

Исходя из вида правой части уравнения (I.1.46), решение для возмущений метрики ищем в виде

$$h_{\alpha\beta} = 2\Phi\delta_{\alpha\beta} \quad (I.1.48)$$

и после подстановки в (I.1.47) получаем

$$R_{\alpha\beta} = \Phi_{,\alpha\gamma}\eta_{\beta}^{\gamma} + \Phi_{,\beta\gamma}\eta_{\alpha}^{\gamma} - \Phi_{,\gamma}^{\gamma}\delta_{\alpha\beta} + 2\Phi_{,\alpha\beta} \simeq \Delta\Phi\delta_{\alpha\beta}$$

(здесь мы пренебрегли временными производными по сравнению с пространственными). Тождественность уравнений (I.1.46) и (I.1.29) подтверждает правильность решения (I.1.48), где Φ это ньютоновский потенциал.

Таким образом, метрический интервал в ньютоновском пределе имеет вид ($|\Phi| \ll 1$)

$$ds^2 = (1 + 2\Phi)dt^2 - (1 - 2\Phi)d\vec{x}^2, \quad (I.1.49)$$

$$\Delta\Phi = 4\pi G\rho. \quad (I.1.50)$$

Метрика (I.1.49) описывает слабое гравитационное поле на фоне плоского пространства-времени.

Мы живем в другой геометрии, которая на больших масштабах описывается метрикой Фридмана:

$$g_{\mu\nu}^{(F)} = \text{diag} \left(1, -a^2, -a^2, -a^2 \right), \quad (\text{I.1.51})$$

где масштабный фактор $a = a(t) \equiv (1+z)^{-1}$ есть растущая функция времени, z — красное смещение. Фридмановская система отсчета (t, \vec{x}) сопутствует свободно разлетающейся гравитирующей материи, плотность которой постоянна на сечениях $t = \text{const}$ и меняется вдоль линий тока:

$$\rho^{(F)} = \rho(t).$$

Поскольку $g_{\mu\nu}^{(F)}$ не зависит от \vec{x} , ковариантная компонента волнового вектора света является интегралом движения $k = \text{const} = a\omega$ откуда следует связь масштабного фактора с красным смещением:

$$\frac{\omega_E}{\omega_R} = a^{-1} \equiv 1 + z.$$

Конечно, слабые гравитационные поля в окрестности любого фридмановского наблюдателя можно рассматривать в его локально инерциальной системе отсчета, но делать это неудобно, поскольку каждый наблюдатель будет иметь свои координаты. Для решения астрофизических задач нам необходимо знать ньютоновский предел во фридмановской системе отсчета.

Рассмотрим слабое неоднородное поле в модели Фридмана, заполненной нерелятивистской материей (также добавим для общности космологическую постоянную Λ , которая не может быть источником неоднородной части поля):

$$g_{\mu\nu} = g_{\mu\nu}^{(F)} + h_{\mu\nu}, \quad |h_{\mu}^{\nu}| \ll 1 \quad |p| \ll \rho, \quad |\vec{v}| \ll 1,$$

где \vec{v} — пекулярная скорость, описывающая отклонение скорости материи от хаббловской. Действуя по аналогии с предыдущим выводом, получаем интересующую нас формулу для метрического интервала в ньютоновском пределе:

$$ds^2 = (1 + 2\Phi)dt^2 - a^2(1 - 2\Phi)d\vec{x}^2, \quad (\text{I.1.52})$$

где потенциал Φ удовлетворяет модифицированному уравнению Пуассона:

$$\frac{\Delta\Phi}{a^2} = 4\pi G \left(\rho - \rho^{(F)} \right), \quad (\text{I.1.53})$$

а функция $a(t)$ определяется из уравнения Фридмана

$$3H^2 = 8\pi G \rho^{(F)} + \Lambda, \quad (\text{I.1.54})$$

где $\rho^{(F)} = \rho_m/a^3$, $H = \dot{a}/a$, ρ_m и Λ — постоянные, точка над буквой означает производную по времени t .

Условия ньютоновского предела ограничивают массу вещества $M \sim \rho \ell^3$ в рассматриваемой области с размером ℓ :

$$\frac{GM}{\ell} \ll c^2 : \quad r_g \ll \ell \ll \frac{c}{\sqrt{G\rho}} \sim \frac{c}{H}. \quad (\text{I.1.55})$$

Подчеркнем, что величина плотности в (I.1.49) и (I.1.53) практически не ограничена, т. е. пространственное распределение $\rho(t, \vec{x})$ может быть нелинейным. При сохранении условия ньютоновского предела $|\Phi| \ll 1$ нелинейные вариации плотности эволюционно *впервые* возникают в масштабах, много меньших хаббловского⁵⁾.

Отдельно следует сказать о системах отсчета (I.1.49) и (I.1.52). Пространственные координаты в геометриях Минковского и Фридмана мы выбирали декартовыми. С учетом релятивистских поправок Φ/c^2 пространственные части метрик (I.1.49) и (I.1.52) приобретают зависимость от \vec{x} , и координаты \vec{x} перестают быть декартовыми. Однако, они остаются локально декартовыми для любых наблюдателей, покоящихся в сетке \vec{x} . Условия ортогональности ($g_{0i} = 0$) и локальной декартовости однозначно фиксируют выбор координат (t, \vec{x}) по отношению к преобразованиям Лоренца. Такие координаты называются *координатами Эйлера*. Оставшиеся степени свободы в выборе эйлеровых координат (растяжения и пространственные повороты) позволяют определить Φ с точностью до аддитивной постоянной.

7. Отклонение света компактной массой

Рассмотрим другой пример гравитации — свет как карпускула, распространяющийся вне тела массы M на расстоянии много больше его гравитационного радиуса:

$$r_{\min} \gg r_g \equiv 2GM, \quad (\text{I.1.56})$$

где r_{\min} — это прицельный параметр — минимальное расстояние, на котором луч света проходит мимо гравитирующего тела.

Если бы массы (звезды) не было, то свет распространялся бы по прямой. Гравитационное поле звезды заставляет свет отклоняться.

При далеком пролете можно пользоваться приближением слабого гравитационного поля:

$$g_{\alpha\beta} = \eta_{\alpha\beta} + 2\Phi\delta_{\alpha\beta}, \quad -\Phi = \frac{GM}{r} \ll 1, \quad (\text{I.1.57})$$

и угол отклонения от первоначального направления движения будет мал⁶⁾. Как описать это отклонение?

⁵⁾ Скорость света c не входит в уравнение Пуассона, однако при нарушении условий (I.1.55) в уравнениях (I.1.50), (I.1.53) надо учитывать релятивистские поправки.

⁶⁾ Для Солнца $r_g \simeq 3$ км. По сравнению с радиусом Солнца (700 000 км) это совсем небольшая величина, что делает использование предела слабого поля в этом случае обоснованным. Полный угол смещения далекого источника, проходящего вблизи видимого края Солнца, равен $\psi_{\odot} = 1,75''$.

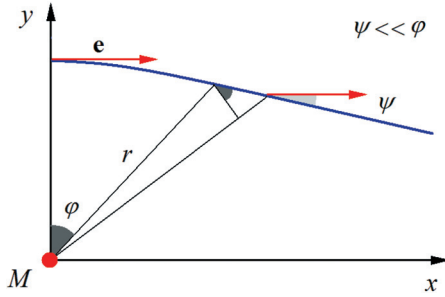


Рис. 2. Плоскость (x, y) траектории луча света в поле массивного тела M . $\vec{k} = (1, -\psi)$ — пространственная часть волнового вектора света, красный вектор $\vec{e} = (1, 0)$ это \vec{k} на минимальном расстоянии $\varphi = 0$ траектории от M

Траектория света описывается нулевой геодезической (см. (I.1.15)):

$$\begin{cases} \frac{dk_\alpha}{d\lambda} = \Phi_{,\alpha} (k^{02} + \vec{k}^2), \\ \frac{dk_0}{d\lambda} = 0, \quad \frac{dk_i}{d\lambda} = 2\Phi_{,i}, \end{cases} \quad (\text{I.1.58})$$

где $k^\alpha = (k^0, \vec{k})$ — волновой вектор, касательный к траектории. Поскольку поле (I.1.57) не зависит от времени, k_0 является интегралом движения, далее положим $k_0 = 1$. Совместим начало координат с центром массы M , а плоскость, в которой движется свет, с плоскостью $z = 0$. Ось x направим в сторону распространения света, а ось y проведем через ближайшую к M точку траектории (см. рис. 2). Компоненты волнового вектора получаем из условия нормировки $k_\alpha k^\alpha = 0$:

$$k^\alpha = (1 - 2\Phi, 1, -\psi, 0),$$

$$k_\alpha = (1, -1 + 2\Phi, \psi, 0),$$

где $\psi \equiv -k^y/k^x$ — угол отклонения луча от оси x ($|\psi| \ll 1$).

Из (I.1.58) следует уравнение для угла отклонения:

$$\frac{d\psi}{d\lambda} = 2\Phi_{,y}. \quad (\text{I.1.59})$$

Решать это уравнение не надо, поскольку полный угол отклонения луча света в гравитационном поле массивного тела получается интегрированием изменения ψ вдоль траектории распространения света:

$$\psi_{\text{tot}} = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\psi}{d\lambda} d\lambda = 4 \int_0^{\infty} \Phi_{,y} d\lambda = 2r_g \int_0^{\pi/2} \frac{d\varphi}{r} = \frac{2r_g}{r_{\text{min}}},$$

а значит,

$$\psi_{\text{tot}} = \frac{4GM}{r_{\text{min}}}. \quad (\text{I.1.60})$$

Эта формула учитывает как притяжение к телу ($g_{00,y}$), так и релятивистское искривление пространства в окрестности массивного тела ($g_{xx,y}$), что удваивает угол отклонения по сравнению с ньютоновской теорией.

Обратимся теперь к задаче об отклонении света вблизи компактной массы на расстоянии $r > r_g$.

8. Метрика Шварцшильда

Найдем сферически-симметричную метрику вблизи точечной гравитирующей массы.

В статическом гравитационном поле все компоненты метрического тензора зависят только от координат и не зависят от времени:

$$ds^2 = A(r)dt^2 - B(r)dr^2 - r^2 d\Omega, \quad (\text{I.1.61})$$

где $d\Omega \equiv d\vec{e}^2 = d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2$ — это квадрат интервала на поверхности единичной сферы ($|\vec{e}| = 1$). Координата r выбрана из соображений, чтобы площадь сферы на расстоянии r равнялась $4\pi r^2$, т. е. r есть пространственная кривизна, а не радиальное расстояние. Однако мы будем использовать r в качестве радиальной координаты как метку расстояния, а вот функции A и B предстоит найти.

Итак, (I.1.61) это общая статическая сферически-симметричная метрика. Поскольку источником является локализованная в $r = 0$ масса, то метрика задана в пустоте и тензор энергии-импульса материи равен нулю везде, кроме точки $r = 0$.

Ненулевые коэффициенты связности имеют вид

$$\begin{aligned} \Gamma_{tr}^t &= \frac{A'}{2A}, & \Gamma_{rr}^r &= \frac{B'}{2B}, & \Gamma_{tt}^r &= \frac{A'}{2B}, \\ \Gamma_{\theta\theta}^r &= -\frac{r}{B}, & \Gamma_{\varphi\varphi}^r &= -\frac{r \sin^2 \theta}{B}, & \Gamma_{r\theta}^\theta &= \Gamma_{r\varphi}^\varphi = \frac{1}{r}, \\ \Gamma_{\varphi\varphi}^\theta &= -\sin \theta \cos \theta, & \Gamma_{\varphi\theta}^\varphi &= \text{ctg } \theta, \end{aligned}$$

где штрих означает производную по r . Соответственно, компоненты тензора Риччи равны

$$\begin{aligned} R_{tt} &= \frac{A''}{2B} - \frac{A'B'}{4B^2} - \frac{(A')^2}{4AB} + \frac{A'}{rB}, \\ R_{rr} &= -\frac{A''}{2A} + \frac{A'B'}{4AB} + \frac{(A')^2}{4A^2} + \frac{B'}{rB}, \\ R_{\theta\theta} &= 1 - \frac{1}{B} + \frac{r}{2B} \left(\frac{B'}{B} - \frac{A'}{A} \right) = \frac{R_{\varphi\varphi}}{\sin^2 \theta}. \end{aligned}$$

Поскольку вне центра в силу уравнений Эйнштейна

$$R_{tt} = R_{rr} = R_{\theta\theta} = 0,$$

то разделив R_{tt} на A , а R_{rr} на B и сложив оба выражения, получаем

$$\frac{R_{tt}}{A} + \frac{R_{rr}}{B} = \frac{1}{rB} \left(\frac{A'}{A} + \frac{B'}{B} \right) = 0, \quad (\text{I.1.62})$$

откуда следует, что

$$A(r) \cdot B(r) = \text{const}. \quad (\text{I.1.63})$$

Теперь воспользуемся ньютоновским пределом: на больших расстояниях от звезды наблюдается метрика Минковского плюс ньютоновский потенциал. Тогда константа в (I.1.63) равна единице и $B = A^{-1}$.

Используя уравнение $R_{\theta\theta} = 0$, найдем уравнение для A :

$$R_{\theta\theta} = 1 - A - rA' = 0. \quad (\text{I.1.64})$$

Решая, в свою очередь, это уравнение, получаем

$$A = 1 + \frac{\text{const}}{r}.$$

И опять, припоминая как выглядит ньютоновское поле, заключаем, что эта константа должна равняться $2GM$:

$$A = 1 - \frac{2GM}{r}. \quad (\text{I.1.65})$$

Предельный радиус $r_g = 2GM$, на котором $A = 0$, называется *радиусом Шварцшильда*.

Таким образом, искомая сферически-симметричная метрика точечного тела имеет вид

$$ds^2 = \left(1 - \frac{2GM}{r}\right) dt^2 - \left(1 - \frac{2GM}{r}\right)^{-1} dr^2 - r^2 d\Omega. \quad (\text{I.1.66})$$

Метрика Шварцшильда обладает очень важным свойством: статическое решение имеется только при $r > r_g$. Почему под радиусом Шварцшильда никакой статики нет?

Физически это объясняется высокой интенсивностью гравитационного поля. Математически все дело в том, что внутри этого радиуса координата r имеет смысл времени. Напомним, что с геометрической точки зрения время это координата с положительной сигнатурой (вернее, со знаком сигнатуры, противоположным сигнатуре пространственных координат). Иногда говорят, что при $r < r_g$ пространство и время меняются местами, но по-видимому, корректнее говорить, что метрика нестатична. Это звучит менее впечатляюще, но зато понятно и ясно по смыслу. Статическая область $r > r_g$ называется R -областью, а нестатическая $r < r_g$ — T -областью.

В T -области сечения $r = \text{const}$ описывают однородное пространство с топологией цилиндра (2-сфера на прямую, метрика Кантовского—Сакса). Если тело попало под радиус Шварцшильда, то за конечное время оно достигает сингулярной гиперповерхности $r = 0$: при этом вдоль направления t на тело действует бесконечная сила растяжения, а в поперечных направлениях — сила сжатия. Подобные по структуре силы (но конечные) действуют на тело в любой точке его траектории, в R -области растяжка происходит вдоль радиального направления. Такая деформация характерна для гравитационных приливных сил.

Метрика (I.1.66) представляет собой гравитационное поле массы, локализованной в области $r = 0$, и описывает как *черную* так и *белую* дыры в зависимости от начальных условий и границ геометрии. Рассмотрим черную дыру астрофизического происхождения и посмотрим, как свет распространяется в ее гравитационном поле. При близком пролете около черной дыры ее гравитационное поле сильно отклоняет мировую линию света и становится возможным даже «наматывание» траектории в окрестности сферы Шварцшильда.

Поскольку движение происходит в центрально-симметричном поле, мы можем рассматривать траекторию луча и массивное тело в одной плоскости $\theta = \pi/2$. Таким образом, траектория луча зависит только от угла φ , т. е. нам нужно определить как при пролете изменяется радиальная координата в зависимости от угла φ :

$$r = r(\varphi).$$

В принципе, надо решать уравнения геодезических. На практике, в этом необходимости нет, поскольку в силу симметрии имеются интегралы движения. Запишем уравнение геодезической в виде (I.1.58):

$$\frac{dk_\alpha}{d\lambda} = \frac{1}{2} g_{\beta\gamma,\alpha} k^\beta k^\gamma, \quad k^\alpha = \frac{dx^\alpha}{d\lambda}.$$

Так как метрика не зависит от времени t и угла φ , то и дифференциалы соответствующих компонент k_α также равны нулю. А это и есть интегралы движения:

$$k_0 = \text{const}, \quad k_\varphi = \text{const}, \quad (\text{I.1.67})$$

означающие сохранение энергии и момента импульса.

Распишем квадрат импульса

$$k_\alpha k^\alpha = k_0 k^0 + k_r k^r + k_\theta k^\theta + k_\varphi k^\varphi = 0 \quad (\text{I.1.68})$$

и заметим, что $k_\theta = 0$, $k_r = g_{rr} k^r$, $k_0 = g_{00} k^0$, а также $g_{00} g^{rr} = 1$. Тогда выражение (I.1.68) можно переписать как

$$\left(\frac{k^r}{k_0}\right)^2 = 1 - \frac{\kappa_0^2}{r^2} \left(1 - \frac{r_g}{r}\right), \quad (\text{I.1.69})$$

где

$$\kappa_0 \equiv \frac{k_\varphi}{k_0} = \text{const}$$

— это прицельный параметр — мера углового момента, выраженная в единицах энергии.

От зависимости $k^r = k^r(r)$ нам надо перейти к $r = r(\varphi)$. Сначала преобразуем функцию k^r . По определению это $dr/d\lambda$, но сейчас удобнее записать ее как $(dr/dt) \cdot (dt/d\lambda)$, а $dt/d\lambda$ это есть k^0 . Итак,

$$\frac{dr}{d\lambda} = \frac{dr}{dt} \frac{dt}{d\lambda} = \frac{dr}{dt} g^{00} k_0,$$

откуда, с учетом $\dot{\varphi} = k^\varphi/k^0$, следует

$$\frac{k^r}{k_0} = \frac{\dot{r}}{1 - r_g/r} = -\frac{\kappa_0 r_{,\varphi}}{r^2}. \quad (\text{I.1.70})$$

Далее, возвращаясь к (I.1.69), получаем искомое уравнение траектории:

$$-\frac{\kappa_0}{r^2} \frac{dr}{d\varphi} = \sqrt{1 - u^2}, \quad (\text{I.1.71})$$

где

$$u = \frac{\kappa_0}{r} \sqrt{1 - \frac{r_g}{r}} = \frac{\kappa_0}{r} \left(1 - \frac{r_g}{2r} + O\left(\frac{r_g^2}{r^2}\right) \right).$$

В момент, когда r достигает своего минимального значения, квадратный корень в (I.1.71) обращается в нуль, т. е. $u = 1$ это точка наиболее близкого пролета. Однако, эта функция не всегда может дорасти до 1. Это означает, что свет будет проглочен черной дырой, и точки разворота никогда не будет.

Максимум функции u соответствует $r = 3r_g/2$. Таким образом, если фотон попал внутрь орбиты с радиусом $3r_g/2$, то он неизбежно будет проглочен черной дырой. Если же минимальное расстояние между его траекторией и черной дырой больше этого значения, то фотон может сделать несколько витков и только после этого улетит. А может получиться и так, что он вечно останется на орбите $3r_g/2$.

Теперь обратим уравнение (I.1.71) и определим угол поворота траектории

$$\Delta\varphi = \int_0^{\infty} \frac{d(\kappa_0/r)}{\sqrt{1 - u^2}}. \quad (\text{I.1.72})$$

Это эллиптический интеграл. Вычислим его в пределе слабого гравитационного поля, полагая $r_g/r \ll 1$. Тогда

$$\Delta\varphi = \int_0^{\infty} \frac{d(\kappa_0/r)}{\sqrt{1 - u^2}} = \int_0^{\infty} \frac{du}{\sqrt{1 - u^2}} \left(1 + u \frac{r_g}{\kappa_0} + \dots \right) =$$

$$= \arcsin u + \frac{r_g}{\kappa_0} \left(1 - \sqrt{1 - u^2} \right) \rightarrow \frac{\pi}{2} + \frac{r_g}{\kappa_0} \quad (\text{I.1.73})$$

при $u \rightarrow 1$ ($r_{\min} = \kappa_0$). В этом выражении первый член описывает траекторию луча света в пространстве Минковского, второй — поправку, связанную с отклонением реального пространства от пространства Минковского. Полный угол поворота это удвоенная величина (I.1.73), причем π это поворот в неискривленном пространстве Минковского, а $2r_g/r_{\min}$ — угол отклонения луча света массивным полем. Таким образом, мы подтвердили результат (I.1.60).

В гравитационном поле Солнца величина угла отклонения луча света составляет (см. (I.1.28))

$$\psi_\odot = \frac{4GM_\odot}{r_\odot} \simeq 1,75''.$$

Характерные углы отклонения света другими астрофизическими объектами — галактиками, скоплениями и сверхскоплениями галактик — также весьма малы. Тем не менее, эффекты гравитационного линзирования присутствуют повсеместно в космологических наблюдениях, и их необходимо учитывать при определении космологических параметров.

9. Задачи

Задача 1. Вывести закон преобразования скоростей в СТО. Найти квадрат интервала в пространстве скоростей между точками \mathbf{v} и $\mathbf{v} + d\mathbf{v}$.

Решение. Из (I.1.7) имеем следующий закон преобразования из лабораторной системы (t, \mathbf{r}) в систему отсчета (t', \mathbf{r}') , движущуюся со скоростью \mathbf{v} :

$$\begin{pmatrix} t' \\ \mathbf{r}' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Gamma & -v_i \Gamma \\ -v_j \Gamma \delta_{ij} + \frac{\Gamma^2}{1 + \Gamma} v_i v_j \end{pmatrix} \begin{pmatrix} t \\ \mathbf{r} \end{pmatrix}, \quad (\text{I.1.74})$$

где в индексных обозначениях $\mathbf{r} = \{x_i\}$. Перемножая матрицу Лоренц-преобразования и 4-вектор (t, \mathbf{r}) , получаем связь между двумя системами в более привычном виде:

$$\begin{cases} t' = \Gamma(t - (\mathbf{v}\mathbf{r})), \\ \mathbf{r}' = \mathbf{r} - \Gamma\mathbf{v}t + \frac{\Gamma^2}{1 + \Gamma}(\mathbf{v}\mathbf{r}). \end{cases} \quad (\text{I.1.75})$$

Беря отношение дифференциалов координат, приходим к искомому закону преобразования скоростей:

$$\mathbf{u}' \equiv \frac{d\mathbf{r}'}{dt'} = \frac{-\Gamma\mathbf{v} + \mathbf{u} + \frac{\Gamma^2}{1 + \Gamma}(\mathbf{v}\mathbf{u})\mathbf{v}}{\Gamma(1 - (\mathbf{v}\mathbf{u}))}. \quad (\text{I.1.76})$$

Рассмотрим теперь две частицы, движущиеся со скоростями \mathbf{u}_1 и \mathbf{u}_2 . Относительная скорость их движения — это, по определению, скорость второй частицы в системе отсчета первой. Поэтому положим в формуле (I.1.76) $\mathbf{u}' = \mathbf{u}_2$ и $\mathbf{v} = \mathbf{u}_1$ (соответственно, $\Gamma^2 = 1/(1 - \mathbf{u}_1^2)$). После некоторых алгебраических вычислений находим следующее выражение для квадрата относительной скорости:

$$\mathbf{u}_{\text{отн}}^2 = \frac{(\mathbf{u}_1 - \mathbf{u}_2)^2 - [\mathbf{u}_1 \times \mathbf{u}_2]^2}{(1 - (\mathbf{u}_1 \mathbf{u}_2))^2}. \quad (\text{I.1.77})$$

Тогда интервал в пространстве скоростей получается как относительная скорость между частицами движущимися с близкими скоростями \mathbf{v} и $\mathbf{v} + d\mathbf{v}$ (членами выше квадратичного порядка по малой величине $d\mathbf{v}$ пренебрегаем):

$$ds_v^2 = \frac{d\mathbf{v}^2 - [\mathbf{v} \times d\mathbf{v}]^2}{(1 - \mathbf{v}^2)^2}. \quad (\text{I.1.78})$$

▷

Задача 2. Вычислить вековое смещение перигелия Меркурия, рассмотрев прецессию вектора Ленца (интеграл движения в нерелятивистской кеплеровской задаче).

Решение. Как известно (Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М., «Механика», 1988, § 15), при движении в поле ньютоновской силы $\mathbf{F} = -(k/r^2)\mathbf{n}$, $\mathbf{n} \equiv \mathbf{r}/r$ сохраняется так называемый вектор Ленца:

$$\mathbf{A} = [\mathbf{p} \times \mathbf{l}] - mkn, \quad (\text{I.1.79})$$

где \mathbf{p} — импульс частицы на орбите, m — ее масса, а $\mathbf{l} = [\mathbf{r} \times \mathbf{p}]$ — момент импульса.

Другими словами, на уравнениях движения $\dot{\mathbf{A}} = \mathbf{0}$. Этот вектор обладает рядом свойств:

- $(\mathbf{lA}) = 0$. Т. е. \mathbf{A} лежит в плоскости орбиты.
- $A^2 = m^2k^2 + 2Eml^2$, где E — полная нерелятивистская энергия частицы. Это же выражение может быть записано через эксцентриситет орбиты e : $A^2 = m^2k^2e^2$.
- Уравнение орбиты может быть получено из скалярного произведения вектора Ленца и радиус-вектора частицы \mathbf{r} : с одной стороны $(\mathbf{rA}) = r|A| \cos \phi$, где ϕ — угол, отсчитываемый от постоянного вектора \mathbf{A} , а с другой, из определения (I.1.79) имеем $(\mathbf{rA}) = l^2 - mkr$. Следовательно,

$$r(\phi) = \frac{l^2/(mk)}{1 + (|A|/(mk)) \cos \phi},$$

или

$$r(\phi) = \frac{l^2/(mk)}{1 + e \cos \phi}.$$

В случае, когда потенциал отличается от ньютоновского, вектор Ленца уже не является сохраняющейся величиной, однако, если это отличие мало, изменение \mathbf{A} можно представить как прецессию с малой (по сравнению с обратным орбитальным периодом) угловой скоростью Ω . Следуя (Farina C. et al. Phys. Rev. D 83, 124037. 2011), пишем для средней за период скорости изменения вектора Ленца

$$\langle \dot{\mathbf{A}} \rangle = \langle [\mathbf{f} \times \mathbf{l}] \rangle + \langle [\mathbf{p} \times [\mathbf{r} \times \mathbf{f}]] \rangle = [\Omega \times \mathbf{A}], \quad (\text{I.1.80})$$

где f — малая добавка к ньютоновской силе: $\mathbf{F}_{\text{tot}} = -(k/r^2)\mathbf{n} + \mathbf{f}$.

Если добавочная сила также является центральной, $\mathbf{f} = f(r)\mathbf{n}$, то $[\mathbf{r} \times \mathbf{f}] = 0$ и

$$\langle \dot{\mathbf{A}} \rangle = \langle [\mathbf{f} \times \mathbf{l}] \rangle. \quad (\text{I.1.81})$$

Вводя единичный вектор \mathbf{i} вдоль оси симметрии орбиты и перпендикулярный к нему единичный вектор \mathbf{j} , получим

$$\langle \dot{\mathbf{A}} \rangle = \langle f(r) \cos \phi \rangle [\mathbf{i} \times \mathbf{l}] + \langle f(r) \sin \phi \rangle [\mathbf{j} \times \mathbf{l}]. \quad (\text{I.1.82})$$

Из соображений симметрии усреднение во втором слагаемом дает ноль и для скорости прецессии имеем:

$$\Omega = -\frac{\langle f(r) \cos \phi \rangle}{mke} \mathbf{l}. \quad (\text{I.1.83})$$

Какова же будет добавочная сила \mathbf{f} при движении в поле Шварцшильда (I.1.66)? Один из способов ответить на этот вопрос — получить уравнение траектории в ОТО в приближении $2GM/c^2 \ll r$ и сравнить его с уравнением траектории при движении в центральном поле $U(r)$, $\mathbf{F}_{\text{tot}} = -\nabla U(r)$, известным из классической механики (Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М., «Механика», 1988, § 14):

$$\phi = \int \frac{(l/r^2)dr}{\sqrt{2m[E - U(r)] - l^2/r^2}} + \text{const}. \quad (\text{I.1.84})$$

Итак, запишем уравнение Гамильтона—Якоби для частицы, движущейся в поле Шварцшильда (см. также Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М., «Теория поля», 1988, § 101):

$$g^{\mu\nu} \frac{\partial S}{\partial x^\mu} \frac{\partial S}{\partial x^\nu} \equiv \left(1 - \frac{2GM}{c^2 r}\right)^{-1} \left(\frac{\partial S}{\partial t}\right)^2 - \left(1 - \frac{2GM}{c^2 r}\right) \left(\frac{\partial S}{\partial r}\right)^2 - \frac{1}{r^2} \left(\frac{\partial S}{\partial \theta}\right)^2 - \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \left(\frac{\partial S}{\partial \phi}\right)^2 = m^2 c^2. \quad (\text{I.1.85})$$

Для полноты изложения мы восстановили здесь скорость света c .

Поскольку метрика (I.1.66) сферически симметрична, достаточно рассмотреть движение в плоскости $\theta = 0$. Кроме того, легко видеть, что в уравнении (I.1.85) переменные разделяются, поэтому представим действие в виде суммы

$$S = -E_0 t + l\phi + S_r(r).$$

Подставляя это выражение в (I.1.85), получим для функции $S_r(r)$:

$$S_r = \int \sqrt{\frac{E_0}{c^2} \left(1 - \frac{2GM}{c^2 r}\right)^{-2} - \left(m^2 c^2 + \frac{l^2}{r^2}\right) \left(1 - \frac{2GM}{c^2 r}\right)^{-1}} dr. \quad (\text{I.1.86})$$

Тогда из $\partial S/\partial l = \text{const}$ будем иметь уравнение траектории в виде:

$$\phi = \int \frac{\frac{l}{r^2} \left(1 - \frac{2GM}{c^2 r}\right)^{-1} dr}{\sqrt{\frac{E_0}{c^2} \left(1 - \frac{2GM}{c^2 r}\right)^{-2} - \left(m^2 c^2 + \frac{l^2}{r^2}\right) \left(1 - \frac{2GM}{c^2 r}\right)^{-1}}} + \text{const}. \quad (\text{I.1.87})$$

Теперь приведем это выражение в соответствие с (I.1.84). Для этого выполним такую замену переменных, чтобы члены с l имели зависимость от расстояния l/R^2 . Таковая замена переменных, линейная по малому отношению $\frac{GM}{c^2 r}$:

$$r = R \left(1 + \frac{GM}{c^2 R}\right).$$

Соответствующие факторы под корнем:

$$\begin{aligned} \left(1 - \frac{2GM}{c^2 r}\right)^{-2} &= 1 + 4 \frac{GM}{c^2 R} + 12 \left(\frac{GM}{c^2 R}\right)^2 + \dots = \\ &= 1 + 4 \frac{GM}{c^2 R} + 8 \left(\frac{GM}{c^2 R}\right)^2 + \dots, \\ \left(1 - \frac{2GM}{c^2 r}\right)^{-1} &= 1 + 2 \frac{GM}{c^2 R} + 4 \left(\frac{GM}{c^2 R}\right)^2 + \dots = \\ &= 1 + 2 \frac{GM}{c^2 R} + 2 \left(\frac{GM}{c^2 R}\right)^2 + \dots \end{aligned}$$

Далее, выделяем из E_0 энергию покоя mc^2 , для чего производим замену $E_0 \rightarrow E_0 + mc^2$. Окончательно приходим к выражению вида (I.1.84), в котором

$$\begin{aligned} E &= E_0 \left(1 + \frac{E_0}{2mc^2}\right), \\ U(R) &= -\frac{GMm}{R} \left(1 + 4 \frac{E_0}{mc^2} + 2 \left(\frac{E_0}{mc^2}\right)^2\right) - \end{aligned}$$

$$- \frac{2G^2 M^2 m}{c^2 R^2} \left(\frac{3}{2} + 4 \frac{E_0}{mc^2} + 2 \left(\frac{E_0}{mc^2}\right)^2\right). \quad (\text{I.1.88})$$

Таким образом, полный потенциал представляет собой сумму ньютоновской части и малой поправки с зависимостью $1/R^2$, которая приводит к прецессии вектора Лэнца.

Поскольку в кеплеровской задаче $|E_0| \sim GMm/r$, отношение $E_0/(mc^2)$ имеет тот же порядок малости, что и $GM/(c^2 r)$, и может быть опущено при расчете скорости прецессии, которая сама по себе является малой величиной. В итоге получаем выражение для добавочной силы

$$\mathbf{f} = -\frac{6G^2 M^2 m}{c^2 r^3} \mathbf{n} \quad (\text{I.1.89})$$

и для модуля угловой скорости прецессии (I.1.79) имеем следующую цепочку равенств:

$$\begin{aligned} \Omega &= \frac{\langle f(r) \cos \phi \rangle l}{GMm^2 e} = \frac{6GMl}{mc^2 e} \left\langle \frac{\cos \phi}{r^3} \right\rangle = \\ &= \frac{6GMl}{mc^2 e} \frac{1}{T} \int_0^T \frac{\cos \phi}{r^3} dt = \frac{6GM}{c^2 e T} \int_0^{2\pi} \frac{\cos \phi d\phi}{r(\phi)} = \\ &= \frac{6G^2 M^2 m^2}{c^2 l^2 T} \int_0^{2\pi} \cos^2 \phi d\phi = \frac{6\pi GM}{c^2 T a (1 - e^2)}. \quad (\text{I.1.90}) \end{aligned}$$

Умножив эту величину на промежуток времени $\Delta t = 100$ лет, получим для Меркурия классическое значение $43''$. ▷

Задача 3. Вычислить отклонение луча света Солнцем.

Решение. См. § 8. ▷

Задача 4. Пусть метрику $\bar{g}_{\mu\nu}$ можно представить как сумму фона $g_{\mu\nu}$ и малой поправки $h_{\mu\nu}$. Разделив уравнения Эйнштейна на фоновую и возмущенную части, вывести уравнение распространения гравитационных волн в расширяющейся Вселенной.

Решение. Итак, пусть $\bar{g}_{\mu\nu} = g_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}$. Тогда для контравариантных компонент будем иметь $\bar{g}^{\mu\nu} = g^{\mu\nu} - h^{\mu\nu}$, где индексы у $h^{\mu\nu}$ подняты, по определению, с помощью метрики $g^{\mu\nu}$. Действительно, с точностью до членов второго порядка по малой величине $h_{\mu\nu}$ матрица $\bar{g}^{\mu\nu}$ оказывается обратной матрице $\bar{g}^{\mu\nu}$:

$$\bar{g}^{\mu\alpha} \bar{g}_{\alpha\nu} = (g^{\mu\alpha} - h^{\mu\alpha})(g_{\alpha\nu} + h_{\alpha\nu}) =$$

$$= \delta_\nu^\mu + h_\nu^\mu - h_\nu^\mu + \dots = \delta_\nu^\mu + \dots \quad (I.1.91)$$

Далее, из определения символов Кристоффеля (I.1.18) рассчитаем поправку к ним:

$$\begin{aligned} \delta\Gamma_{\mu\nu}^\alpha &\equiv \bar{\Gamma}_{\mu\nu}^\alpha - \Gamma_{\mu\nu}^\alpha = \frac{1}{2}g^{\alpha\lambda}(h_{\mu\lambda,\nu} + h_{\nu\lambda,\mu} - h_{\mu\nu,\lambda}) - \\ &- \frac{1}{2}h^{\alpha\lambda}(g_{\mu\lambda,\nu} + g_{\nu\lambda,\mu} - g_{\mu\nu,\lambda}) + \dots \end{aligned} \quad (I.1.92)$$

Это выражение упрощается, если вместо простых производных в правой части ввести ковариантные производные по фоновой метрике. Например,

$$h_{\mu\lambda,\nu} = h_{\mu\lambda;\nu} + \Gamma_{\mu\nu}^\rho h_{\rho\lambda} + \Gamma_{\lambda\nu}^\rho h_{\mu\rho}, \quad (I.1.93)$$

а остальные слагаемые получаются соответствующей перестановкой индексов в (I.1.93). Помня, что ковариантная производная метрики равна нулю⁷⁾, получим

$$\delta\Gamma_{\mu\nu}^\alpha = \frac{1}{2}g^{\alpha\lambda}(h_{\mu\lambda;\nu} + h_{\nu\lambda;\mu} - h_{\mu\nu;\lambda}) = \frac{1}{2}(h_{\mu;\nu}^\alpha + h_{\nu;\mu}^\alpha - h_{\mu\nu}^{\alpha}). \quad (I.1.94)$$

Чтобы рассчитать поправку к тензору Риччи, нам понадобится его выражение через символы Кристоффеля:

$$R_{\mu\nu} = \Gamma_{\mu\nu,\alpha}^\alpha - \Gamma_{\mu\alpha,\nu}^\alpha + \Gamma_{\lambda\alpha}^\lambda \Gamma_{\mu\nu}^\alpha - \Gamma_{\lambda\nu}^\alpha \Gamma_{\mu\alpha}^\lambda. \quad (I.1.95)$$

Вычисления, аналогичные тем, что были проделаны с символами Кристоффеля, приводят к выражению

$$\begin{aligned} \delta R_{\mu\nu} &\equiv \bar{R}_{\mu\nu} - R_{\mu\nu} = (\delta\Gamma_{\mu\nu}^\alpha)_{;\alpha} - (\delta\Gamma_{\mu\alpha}^\alpha)_{;\nu} = \\ &= \frac{1}{2}(h_{\mu;\nu\alpha}^\alpha + h_{\nu;\mu\alpha}^\alpha - \square h_{\mu\nu} - h_{;\mu\nu}), \end{aligned} \quad (I.1.96)$$

где $h \equiv g^{\alpha\beta}h_{\alpha\beta}$ и $\square h_{\mu\nu} \equiv g^{\alpha\beta}h_{\mu\nu;\alpha\beta}$.

Поскольку нас интересуют не любые возмущения метрики, а в данном случае лишь гравитационно-волновые, т. е. не связанные с возмущениями материи, наложим на $h_{\mu\nu}$ условия, которые не позволяют сконструировать из него ни скаляр, ни вектор:

$$h = 0, \quad h_{\mu;\alpha}^\alpha = 0, \quad h_{\mu\nu}u^\mu = 0, \quad (I.1.97)$$

где $u^\mu = (1, 0, 0, 0)$ — 4-скорость наблюдателя во фридмановской вселенной.

Чтобы использовать второе из этих условий для упрощения формулы (I.1.96), поменяем порядок производных:

$$h_{\mu;\nu\alpha}^\alpha - h_{\mu;\alpha\nu}^\alpha = h_{\mu;\nu\alpha}^\alpha = h_{\mu}^\lambda R_{\lambda\nu} + h^{\alpha\lambda} R_{\lambda\mu\nu\alpha}.$$

⁷⁾ Это можно проверить и непосредственно, заменив в (I.1.93) $h_{\mu\lambda}$ на $g_{\mu\lambda}$ и используя выражение для символов Кристоффеля (I.1.18).

Тогда формула для $\delta R_{\mu\nu}$ принимает вид

$$\delta R_{\mu\nu} = \frac{1}{2}(h_{\mu}^\lambda R_{\lambda\nu} + h_{\nu}^\lambda R_{\lambda\mu} + 2h^{\alpha\lambda} R_{\lambda\mu\nu\alpha} - \square h_{\mu\nu}). \quad (I.1.98)$$

Из условий (I.1.97) также получаем

$$\begin{aligned} \delta R = \delta(g^{\mu\nu} R_{\mu\nu}) &= g^{\mu\nu} \delta R_{\mu\nu} + R_{\mu\nu} \delta g^{\mu\nu} = g^{\mu\nu} \delta R_{\mu\nu} - h^{\mu\nu} R_{\mu\nu} = \\ &= \frac{1}{2}(2h^{\alpha\nu}{}_{;\nu\alpha} - 2\square h) - h^{\mu\nu} R_{\mu\nu} = -h^{\mu\nu} R_{\mu\nu}. \end{aligned} \quad (I.1.99)$$

Выразим тензор Риччи в (I.1.99) через тензор энергии-импульса идеальной жидкости (см. (I.1.43)):

$$\begin{aligned} \delta R &= -8\pi G h^{\mu\nu}(T_{\mu\nu} - \frac{1}{2}T g_{\mu\nu}) = -h^{\mu\nu} T_{\mu\nu} = \\ &= -h^{\mu\nu}[(\varepsilon + p)u_\mu u_\nu - p g_{\mu\nu}] = 0. \end{aligned} \quad (I.1.100)$$

Следовательно,

$$\begin{aligned} \delta G_\nu^\mu &= \delta R_\nu^\mu - \frac{1}{2}\delta R \cdot \delta_\nu^\mu = \delta R_\nu^\mu = g^{\mu\alpha} \delta R_{\nu\alpha} - R_{\nu\alpha} h^{\mu\alpha} = \\ &= -\frac{1}{2}\square h_\nu^\mu - h^{\alpha\beta} R_{\alpha\nu\beta}^\mu + \frac{1}{2}(h^{\lambda\mu} R_{\lambda\nu} + h_{\lambda\nu} R^{\mu\lambda}) - h^{\mu\alpha} R_{\nu\alpha}. \end{aligned}$$

Выражая в последних трех слагаемых тензор Риччи через тензор энергии-импульса аналогично тому, как это было сделано в (I.1.99), можно убедиться, что в сумме эти три слагаемых дадут ноль. Таким образом, приравняв возмущение тензора Эйнштейна нулю, получаем уравнение гравитационных волн:

$$\frac{1}{2}\square h_\nu^\mu + h^{\alpha\beta} R_{\alpha\nu\beta}^\mu = 0. \quad (I.1.101)$$

Теперь распишем их для метрики Фридмана $g_{\mu\nu} = \text{diag}(1, -a^2(t)\gamma_{ij})$, где γ_{ij} — произвольная метрика на плоском 3-пространстве. Кроме того, условия (I.1.97) приводят к следующей форме $h_{\mu\nu}$:

$$h_{0\alpha} = 0, \quad h_{ij} = 2a^2 f_{ij},$$

где для удобства дальнейших вычислений введен фактор $a^2(t)$, а f_{ij} , в свою очередь, удовлетворяет условиям

$$f \equiv f^{ij}\gamma_{ij} = 0, \quad f_{j|i}^i = 0,$$

причем операции с индексами f_{ij} выполняются при помощи 3-метрики γ_{ij} , а линия в индексе означает ковариантную производную по отношению к этой метрике.

Единственные ненулевые символы Кристоффеля в метрике Фридмана это

$$\Gamma_{0j}^i = H\delta_{ij}, \quad \Gamma_{ij}^0 = a^2 H\gamma_{ij}, \quad \Gamma_{jk}^i = {}^{(3)}\Gamma_{jk}^i,$$

где ${}^{(3)}\Gamma_{jk}^i$ — символы Кристоффеля, построенные по метрике ⁸⁾ γ_{ij} .

Заметим, что условия (I.1.97) запрещают иметь скалярное и векторное уравнения, поэтому в уравнениях (I.1.101) не равны нулю лишь чисто пространственные компоненты. Непосредственным вычислением находим

$$\square h_j^i = -2\ddot{f}_j^i + \frac{2\Delta^{(3)}f_j^i}{a^2} - 6H\dot{f}_j^i + 4H^2 f_j^i, \quad (\text{I.1.102})$$

где $\Delta^{(3)}f_j^i \equiv \gamma^{kl} f_{j|kl}^i$.

Для вычисления второго слагаемого в (I.1.101) нам понадобятся лишь пространственные компоненты тензора Римана:

$$\begin{aligned} R^i{}_{kjl} &= \Gamma_{kl,j}^i - \Gamma_{kj,l}^i + \Gamma_{\lambda j}^i \Gamma_{kl}^\lambda - \Gamma_{\lambda l}^i \Gamma_{kj}^\lambda = \\ &= {}^{(3)}R^i{}_{kjl} + \Gamma_{0j}^i \Gamma_{kl}^0 - \Gamma_{0l}^i \Gamma_{kj}^0 = \\ &= \Gamma_{0j}^i \Gamma_{kl}^0 - \Gamma_{0l}^i \Gamma_{kj}^0 = a^2 H^2 (\delta_j^i \gamma_{kl} - \delta_l^i \gamma_{kj}). \end{aligned} \quad (\text{I.1.103})$$

Подставляя (I.1.102) и (I.1.103) в (I.1.101), окончательно получаем уравнение распространения гравитационных волн во фридмановской вселенной с плоским 3-пространством:

$$\ddot{f}_j^i + 3H\dot{f}_j^i - \frac{\Delta^{(3)}f_j^i}{a^2} = 0. \quad (\text{I.1.104})$$

▷

Задача 5. Чему равен ньютоновский потенциал, вызывающий расширение Вселенной с точки зрения локального наблюдателя?

Решение. В ньютоновском пределе интервал можно представить в виде (см. (I.1.49))

$$ds^2 = (1 + 2\Phi)dt_N^2 - (1 - 2\Phi)dx_N^2,$$

где потенциал Φ удовлетворяет уравнению Пуассона (I.1.50). Здесь (t_N, \mathbf{x}_N) — координаты так называемой ньютоновской, или эйлеровской, системы отсчета, не совпадающей с сопутствующей системой отсчета, в которой обычно записывается метрика Фридмана (действительно, в метрике Фридмана при дифференциале физического времени всегда стоит единица).

Подставляя плотность из 1-го уравнения Фридмана

$$H^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho$$

в уравнение Пуассона, получим

$$\Delta_N \Phi = (3/2)H^2,$$

⁸⁾ Заметим, что, хотя 3-пространство мы взяли плоским, в произвольной системе координат символы Кристоффеля не равны нулю, поскольку не являются тензорами.

откуда

$$\Phi = \frac{1}{4}H^2 \mathbf{x}_N^2. \quad (\text{I.1.105})$$

Таким образом, с точки зрения локального наблюдателя близкие галактики движутся в квадратичном потенциале (I.1.105). Под близкими объектами подразумеваются те, что находятся на расстояниях много меньше размера горизонта: $|\mathbf{x}_N| \ll H^{-1}$, иначе нарушилось бы условие ньютоновского предела $\Phi \ll 1$. ▷

2

Гравитационные системы

Во 2-й лекции мы продолжим изучение эффектов наблюдательной и теоретической космологии, в которых главную роль играют гравитационные взаимодействия.

1. Гравитационное линзирование

Гравитационное линзирование это способность гравитационного поля фокусировать свет. Понятно, что не всякое гравитирующее тело может быть эффективной гравитационной линзой.

При заданном положении наблюдателя относительно линзы способность к линзированию определяется размером и массой линзы. Реальные протяженные объекты во Вселенной отклоняют свет на очень малые углы, однако и расстояния до них велики. Поэтому прицельные параметры лучей света часто оказываются больше размера необходимой для линзирования массы. В наблюдательных данных эффект гравитационного линзирования присутствует повсеместно и широко используется для решения различных астрофизических задач.

Начнем с пространства Минковского. Совместим ось x с направлением наблюдатель-линза, а декартовы координаты в ортогональных направлениях будем помечать двумерным вектором $\vec{y} = (y_1, y_2)$. Угол отклонения света элементом массы M задается выражением (I.1.60):

$$\psi = \frac{4GM}{y} \ll 1,$$

где y — минимальное расстояние от массы до луча света (прицельный параметр).

С точки зрения наблюдателя, к которому приходит свет, удобно ввести понятие плоскости линзы, ориентированной в картинной плоскости наблюдателя «о» и совмещенной с центром линзы «l». Тогда угол $\theta = (\theta_1, \theta_2)$, под которыми наблюдатель видит вектор \vec{y} , находится из условия

$$\vec{y} = \theta R_l, \quad (\text{I.2.1})$$

где $R_l \equiv |x_l - x_o|$ — расстояние до линзы. Поскольку расстояние от наблюдателя до линзы R_l много больше прицельного параметра y , то все

рассматриваемые углы θ малы и полный угловой вектор отклонения света протяженной линзой равен

$$\psi(\theta) = 4G \int \frac{\sigma(\vec{y}')(\vec{y} - \vec{y}')}{|\vec{y} - \vec{y}'|^2} d\vec{y}', \quad (\text{I.2.2})$$

где $\sigma(\vec{y}') = \int \rho(x, \vec{y}') dx$ — поверхностная плотность массы гравитационной линзы.

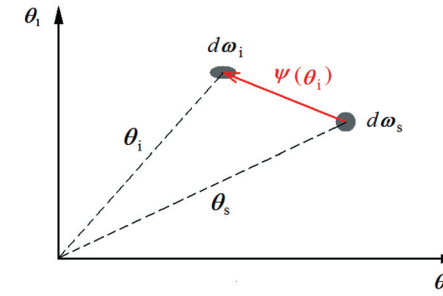


Рис. 1. Плоскость гравитационной линзы

Выведем уравнение линзы для определения изображений источника. Для этого рассмотрим плоскость линзы в угловых координатах θ (см. рис. 1), индекс «s» относится к источнику излучения, а «i» — к его изображению. Если источник протяженный, то помимо смещения наблюдается и деформация формы источника, т. е., например, из круглого он становится овальным.

Пусть θ_s это угол, под которым был бы виден нелинзированный элемент источника, а $\theta = \theta_i$ — одно из его изображений. Угол смещения элемента $\theta - \theta_s$ связан с углом отклонения луча света (I.2.2) простым тригонометрическим соотношением (см. рис. 2):

$$\theta - \theta_s = -\psi(\theta) \frac{R_{ls}}{R_s}, \quad (\text{I.2.3})$$

где R_{ls} — расстояние между линзой и источником, знак «минус» учитывает, что угол отклонения противоположен вектору смещения.

Это и есть уравнение гравитационной линзы: корни уравнения (I.2.3) определяют все изображения $\theta_i(\theta_s)$ элемента источника. Интегрируя по источнику, мы находим карту изображений. Заметим, что вектор смещения непостоянен по источнику: у изображения имеются деформации и уярчения. Можно решить и обратную задачу: по известным изображениям источника для заданной линзы построить функцию невозмущенного источника $\theta_s(\theta_i)$.

Важное свойство гравитационной линзы это ее *ахроматичность*: она одинаково воздействует на свет любой длины волны. Это свойство становится ключевым, когда, располагая только кривой блеска некой удаленной звезды, нужно уметь различить явление гравитационного линзирования

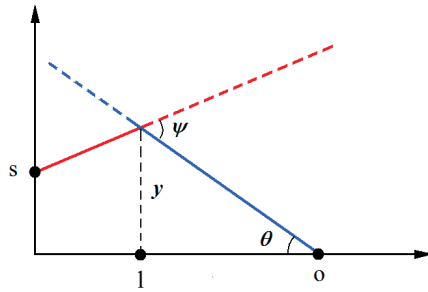


Рис. 2. Плоскость луча света. ψ — угол отклонения луча света, θ — угол, под которым наблюдатель «о» видит изображение источника «s»

и возможную собственную переменность звезды, которая может быть обусловлена, например, ее двойственностью.

Гравитационная линза сохраняет поверхностную яркость источника. Это следует из того, что потоки излучения, принимаемые наблюдателем, зависят от расстояния, проходимого светом, таким же образом ($F = F_0 R^{-2}$), как и соответствующие телесные углы, под которыми видны источник или его изображения ($\omega = s_0 R^{-2}$):

$$dF = \frac{F_0}{s_0} d\omega.$$

Коэффициент усиления яркости равен отношению телесных углов изображения и источника:

$$\begin{cases} \mu_i = \frac{d\omega_i}{d\omega_s} = \left| \det \frac{\partial \theta_s}{\partial \theta_i} \right|^{-1}, \\ \mu = \sum \mu_i, \end{cases} \quad (I.2.4)$$

где μ — полное усиление яркости источника. Почему в результате линзирования яркость источника увеличивается? Потому что свет собирается с большей поверхности источника: к нам приходят лучи, которые без линзирования прошли бы мимо нас.

Рассмотрим подробнее эффект линзирования на примере аксиальной линзы. В такой линзе гравитирующая масса зависит от модуля прицельного параметра y . Тогда угол отклонения и коэффициент усиления яркости могут быть записаны в общем виде:

$$\psi(y) = \frac{4GM(y)}{y}, \quad \mu_i = \frac{\theta_i d\theta_i}{\theta_s d\theta_s}. \quad (I.2.5)$$

Что такое способность массы произвести линзирование? Предположим заданы положения источника излучения, предполагаемой линзы и наблюдателя, и все они находятся на одной линии (аксиальная симметрия). Будет ли

изображение источника линзировано данной массой? Ответ на этот вопрос зависит от того, будет ли луч света, проходящий на расстоянии y от линзы, в достаточной мере отклонен линзой, чтобы попасть к наблюдателю. Для существования линзированного изображения должно выполняться неравенство (см. рис. 3):

$$\psi \geq \psi_0 \equiv \theta \frac{R_s}{R_{ls}}. \quad (I.2.6)$$

В обратном случае никакого эффекта линзирования не будет, и луч пройдет мимо наблюдателя.

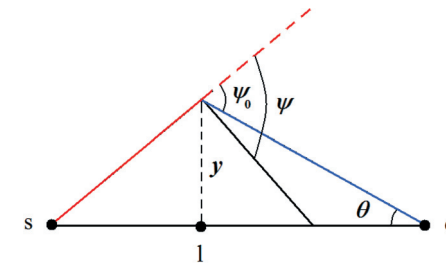


Рис. 3. Соотношение между углом отклонения луча света ψ и геометрическим углом ψ_0 для реализации эффекта линзирования

Условие линзирования $\psi \geq \psi_0$ в терминах поверхностной плотности линзы приобретает вид

$$\sigma(< y) \geq \sigma_c, \quad (I.2.7)$$

т. е. поверхностная плотность внутри прицельного параметра должна быть больше, чем некоторое критическое число, определяемое фактическим взаиморасположением источника, линзы и наблюдателя:

$$\sigma(< y) = \frac{M(y)}{\pi y^2}, \quad \sigma_c = \frac{R_s}{4\pi G R_1 R_{ls}}. \quad (I.2.8)$$

Например, если линзой является прозрачный однородный диск с поверхностной плотностью $\sigma = \sigma_c$, то все лучи, прошедшие через линзу, достигнут наблюдателя (он окажется в фокусе).

Условие $\sigma(< y) = \sigma_c$ фиксирует радиус окружности изображения, называемый радиусом или углом Хвольсона—Эйнштейна:

$$\theta_{CE}^2 = \frac{4GM(\theta_{CE} R_1) R_{ls}}{R_1 R_s}. \quad (I.2.9)$$

Размер θ_{CE} является характеристикой линзирующей массы и определяет ее способность к линзированию. Если линза находится посередине между

источником и наблюдателем, мы получаем следующую оценку для радиуса кольца Хвольсона—Эйнштейна:

$$\theta_{CE} = \sqrt{\frac{r_g}{R_1}}, \quad y_{CE} = \sqrt{r_g R_1}, \quad (I.2.10)$$

где r_g — гравитационный радиус линзы массы M .

Если изображение находится на одной линии с аксиальной линзой и наблюдателем и если выполнено условие линзирования, то изображение превращается в окружность с радиусом θ_{CE} . Это дает другую трактовку угла Хвольсона—Эйнштейна как угла между источником и линзой, при котором наблюдается характерный эффект гравитационного линзирования. Для этого источник должен оказаться внутри окружности Хвольсона—Эйнштейна.

Предположим, у нас есть некий удаленный компактный источник, а линзой является звезда, которая движется в картинной плоскости. Источник смещается в картинной плоскости относительно линзы, попадая на какой-то интервал времени внутрь кольца Хвольсона—Эйнштейна этой звезды. Наблюдатель в это время видит характерное проявление эффекта линзирования: появление двойного изображения источника с сопоставимыми по яркости компонентами (см. (I.2.19)).

Оценим вероятность линзирования фоновых источников излучения массивными объектами некоторого класса, находящимися на более близком расстоянии, чем источники. Каждая линза окружена своим кольцом Хвольсона—Эйнштейна. Полное сечение линзирования это сумма всех площадей окружностей Хвольсона—Эйнштейна. Каждая площадь пропорциональна массе линзы. Таким образом, вероятность (частота) линзирования пропорциональна полной массе всех объектов данного класса. Если окружности перекрываются на небесной сфере, то любой источник испытывает гравитационное линзирование.

Все результаты для пространства Минковского легко обобщить на случай модели Фридмана, поскольку световые геодезические конформно-инвариантны, а фридмановская геометрия, как известно, конформна плоскому пространству-времени:

$$dt^2 - a^2 d\vec{x}^2 = a^2 (d\eta^2 - d\vec{x}^2), \quad (I.2.11)$$

где $\vec{x} = (R, \vec{y})$, \vec{y} — двухкомпонентный вектор в картинной плоскости линзы (см. (I.2.1)), а роль времени Минковского играет конформное время η . Сопутствующее расстояние между наблюдателем и объектом связано с красным смещением точки наблюдения:

$$R = R(z) = \eta_0 - \eta = \int_0^z \frac{dz}{H(z)}, \quad (I.2.12)$$

Таблица 1

Характеристики линзирования на различных объектах во Вселенной

Линза	M [M_\odot]	R_l [пк]	r [пк]	$\sigma(< r)$ [σ_c]	θ_{CE} ["]	r_{CE} [пк]
звезда в Галактике	1	10^4	$2 \cdot 10^{-8}$	$2 \cdot 10^6$	$6 \cdot 10^{-4}$	$3 \cdot 10^{-5}$
звезда в галактике	1	10^9	$2 \cdot 10^{-8}$	$2 \cdot 10^{11}$	$2 \cdot 10^{-6}$	10^{-2}
галактика	10^{12}	10^9	$5 \cdot 10^3$	4	2	10^4
скопление галактик	10^{14}	10^9	10^5	1	20	10^5

а определение угловых размеров (I.2.1) и уравнение линзы (I.2.3) остаются справедливыми в общем случае с той лишь оговоркой, что

$$\psi(\theta) = \frac{4GM}{r},$$

где $r = a_1 y = \frac{\theta R_l}{1+z_1}$ — минимальное физическое расстояние от элемента массы до луча зрения. Отсюда получаем радиус Хвольсона—Эйнштейна для аксиальной линзы массы $M(r)$ в модели Фридмана:

$$\theta_{CE}^2 = \frac{4GM(r_{CE})R_{ls}(1+z_1)}{R_l R_s}, \quad r_{CE} = \frac{\theta_{CE} R_l}{1+z_1}. \quad (I.2.13)$$

Эта формула приобретает «стандартный» вид, если пользоваться не сопутствующим геодезическим расстоянием R , а так называемыми *угловым расстоянием* D , называемым также *расстоянием по угловому диаметру*. Это расстояние до объекта с физическим размером r , находящегося на красном смещении z и наблюдаемого под углом θ :

$$D = D(z) \equiv \frac{r}{\theta} = aR \equiv \frac{R}{1+z}, \quad (I.2.14)$$

причем соотношение между D , r и θ определено формально как в геометрии Минковского. Тогда формулу (I.2.13) можно переписать следующим образом:

$$\theta_{CE}^2 = \frac{4GM(\theta_{CE} D_l) D_{ls}}{D_l D_s}, \quad r_{CE} = \theta_{CE} D_l, \quad (I.2.15)$$

где $D_{ls} = \frac{R_{ls}}{1+z_s}$ — расстояние по угловому диаметру, под которым наблюдатель, находящийся в окрестности линзы, видит объекты в плоскости источника.

Характеристики линзирования на различных объектах во Вселенной приведены в табл. 1. В первой колонке содержится название объекта, во второй его масса, выраженная в массах Солнца, в третьей — характерное расстояние до линзы в парсеках, в четвертой — физический размер линзы,

который также можно использовать в качестве оценки прицельного параметра. В пятой колонке указано отношение поверхностной плотности линзы к критическому значению (см. (I.2.8)). То, что это отношение для звезд с колоссальным запасом больше единицы, означает, что звезды являются эффективными линзами. В шестой колонке указан угол Хвольсона-Эйнштейна, выраженный в секундах дуги. Для звезд он очень мал, т. е. звезда является эффективной линзой, но попасть на луч зрения звезды очень трудно. В седьмой колонке выписаны радиусы Хвольсона—Эйнштейна, выраженные в парсеках. Для звезд этот радиус больше размера звезды, т. е. звезда и по этому параметру является эффективной линзой. Но если мы подсчитаем долю полной массы звезд во Вселенной, что даст нам представление об эффективности линзирования именно на звездах, то она мала.

Что касается линзирования на галактиках и скоплениях галактик, то здесь ситуация иная. Основное отличие состоит в том, что поверхностная плотность галактик и скоплений довольно мала — гораздо меньше, чем у звезд, хотя все-таки достаточна для того, чтобы произвести эффект линзирования. Для космологического источника и линзы с красными смещениями $z_s \simeq 2$ и $z_l \simeq 0,5$, характерная величина критической поверхностной плотности $\sigma_c \simeq 1 \text{ г см}^{-2}$. Другое важное отличие космологических линз — гораздо большие углы Хвольсона-Эйнштейна (по сравнению с звездами) из-за гораздо большей массы, в результате чего открываются прекрасные возможности для наблюдения линзирования на массивных линзах как в радио, так и в оптическом диапазонах. Прицельные параметры в этом случае также весьма велики. При сопоставлении размера галактики с прицельным параметром становится ясно, что основной эффект производит ее центральная часть с размером несколько килопарсек. Это же замечание относится и к линзированию на скоплении галактик, где основной эффект дает ядро размером не более 100 кпк

Так устроена гравитация и тела во Вселенной. Удивительно, что гравитационное линзирование реализуется на пределе для галактик и скоплений и оказывается типичным явлением в космологии.

Эффект линзирования широко используется для определения космологических параметров.

Различают сильное и слабое гравитационное линзирование. Рис. 4 иллюстрирует сильное линзирование: далекие источники света (галактики), попавшие на луч зрения в направлении линзы (скопления галактик) расщеплены на множество изображений, имеющих форму дужек. Рис. 5 демонстрирует другой пример сильного линзирования: компактный источник конечного размера проецируется на центр почти сферической линзы, в результате чего получилось изображение в виде кольца Хвольсона—Эйнштейна.

Сильное линзирование (источник проецируется внутрь окружности Хвольсона—Эйнштейна) можно использовать для определения постоянной Хаббла. Для этого необходимо измерить угловое расстояние между изображениями и знать распределение материи в линзе ($\Delta\theta \simeq 2\theta_{CE} \rightarrow M/D_l \rightarrow MH_0$).



Рис. 4. (Цветную версию см. на вклейке, стр. 457) Пример сильного гравитационного линзирования. Голубые дужки — изображения далеких галактик, искаженные при линзировании на близком скоплении галактик 0024+1654 (hubble-site.org/gallery/album/)

Получающиеся значения H_0 сопоставимы по точности с измерениями локальной хаббловской постоянной с помощью цефеид и сверхновых.

При слабом линзировании источник находится вне колец Хвольсона—Эйнштейна и его смещение и деформация изображения невелики. Подавляющее большинство далеких галактик слабо линзированы близлежащей структурой.

Эффект слабого гравитационного линзирования позволяет по искажению формы фоновых источников восстановить пространственное распределение материи как в отдельных линзирующих системах (например, в скопле-

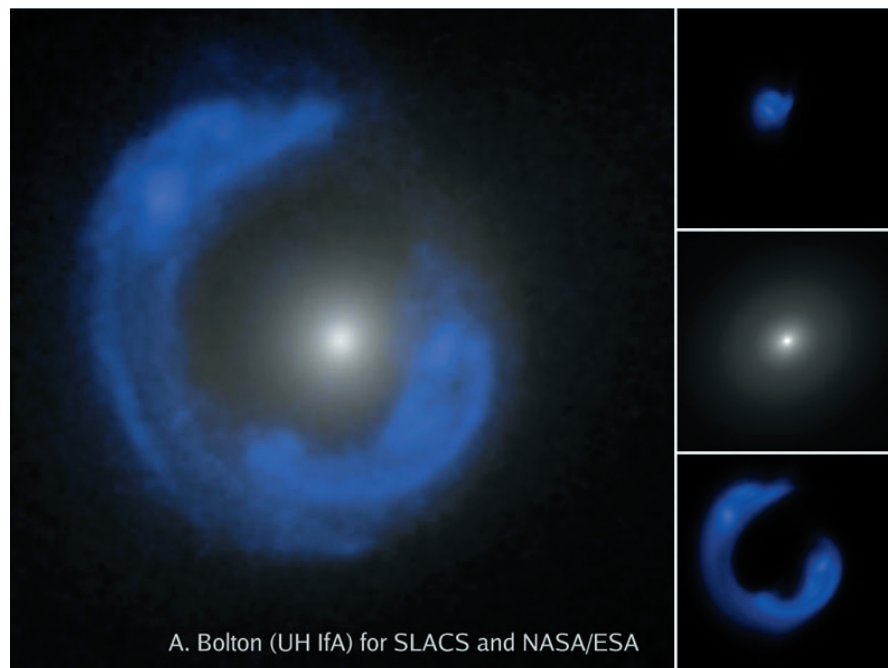


Рис. 5. Кольцо Хвольсона—Эйнштейна SDSS J1430. В колонке справа сверху вниз — восстановленный источник, линза, наблюдаемое изображение источника [8]

ниях галактик), так и на больших масштабах (сверхскопления, войды и др.). Рис. 6 демонстрирует распределение поверхностной плотности темной материи в одном из скоплений галактик, полученное по данным анизотропии деформации многочисленных галактик фона, проецирующихся в область локализации линзирующей массы. Поверхностная плотность массы связана двумерным преобразованием Лапласа с гравитационным потенциалом в плоскости линзы $\phi = \phi(\vec{y})$, который восстанавливается из наблюдаемого сдвигового тензора приливных сил $\phi_{,ab}$ по гравитационному искажению галактик путем усреднения десятков локальных изображений для подавления собственной случайно ориентированной эллиптичности галактик поля.

Другой пример слабого линзирования представлен на рис. 7. Здесь с помощью линзирования получено распределение невидимой темной материи в двух скоплениях галактик (известных как скопление «пуля») после их прямого столкновения несколько млрд лет назад. Мы видим, что темная материя одного скопления свободно прошла сквозь темную материю другого, и гравитирующие центральные области практически не искажены, однако газ оказался выбит из гравитирующих центров в ходе прямого столкновения и теперь возвращается в свои гравитационные ямы в сверхзвуковом режиме

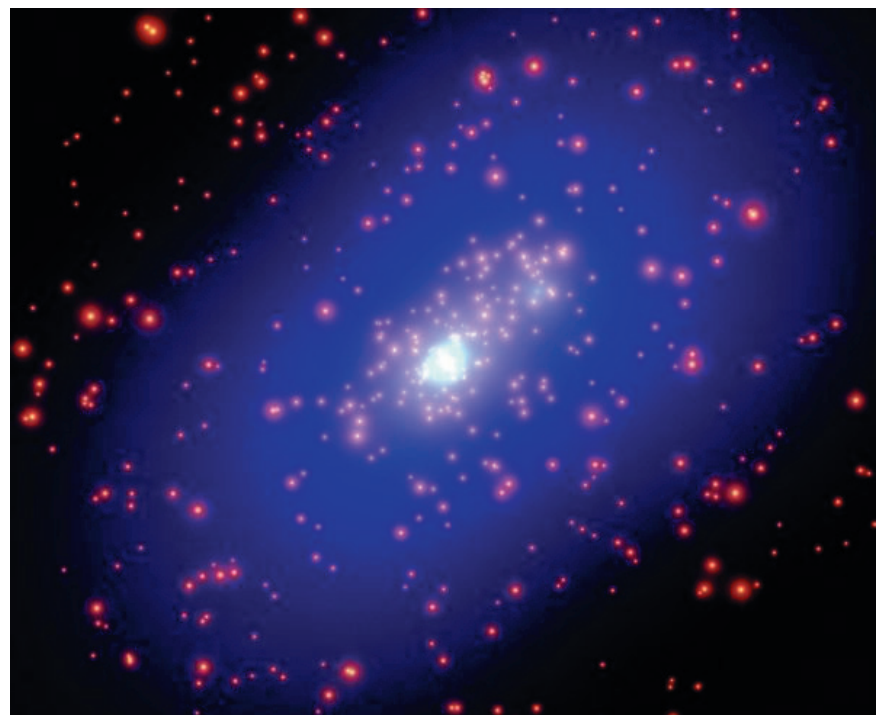


Рис. 6. (Цветную версию см. на вклейке, стр. 457) Скопление галактик Cl0024+1654. Голубым цветом окрашено распределение темной материи, восстановленное по гравитационному линзированию (antwrp.gsfc.nasa.gov/apod/ap030814.html)

падения. Этот пример свидетельствует о том, что темная материя состоит из нерелятивистских бесстолкновительных частиц небарионной природы, а не является формой модифицированной гравитации или зеркальной материей, близкой по свойствам нашему «левому» миру.

Наблюдения слабой деформации изображений далеких галактик из-за приливного воздействия гравитационного поля близлежащей крупномасштабной структуры Вселенной дают бесценную информацию о распределении неоднородной части гравитационного потенциала, что позволяет «взвесить» ту долю массы Вселенной, которая входит в ее структуру. Исследуя источники при разных красных смещениях, мы можем измерять эволюцию структуры во времени и определять точные параметры космологической модели (например, эволюцию темной энергии). Эти и другие методы исследования, основанные на эффекте гравитационного линзирования, входят в фундамент точной космологии XXI века.



Рис. 7. (Цветную версию см. на вклейке, стр. 457) Пример слабого гравитационного линзирования. Скопление галактик 1E 0657–56. Голубым цветом выделено восстановленное распределение темной материи, розовым — распределение горячего газа, полученное по рентгеновскому изображению скопления (antwrp.gsfc.nasa.gov/apod/ap080823.html)

2. Модели линз

Рассмотрим примеры аксиальных линз. Для краткости ограничимся плоским пространством-временем. Для фридмановской геометрии следует использовать формулы (I.2.12)–(I.2.15).

Начнем с точечной массы. Уравнение линзы в этом случае принимает вид

$$\theta - \theta_s = \frac{\theta_{CE}^2}{\theta}, \quad \theta_{CE}^2 = \frac{2r_g R_{ls}}{R_1 R_s} \quad (I.2.16)$$

и имеет два решения, а значит, два изображения — A и B :

$$\theta_{A,B} = \frac{1}{2}(\theta_s \pm \Delta\theta), \quad \Delta\theta = \sqrt{\theta_s^2 + 4\theta_{CE}^2}. \quad (I.2.17)$$

Соответствующие коэффициенты уярчения изображений задаются выражениями

$$\mu_{A,B} = \frac{1}{4} \left(\frac{\Delta\theta}{\theta_s} + \frac{\theta_s}{\Delta\theta} \pm 2 \right). \quad (I.2.18)$$

Если их сложить, то суммарное уярчение составит

$$\mu = \frac{1}{2} \left(\frac{\Delta\theta}{\theta_s} + \frac{\theta_s}{\Delta\theta} \right) \rightarrow \frac{2\theta_{CE}}{d\theta_s}. \quad (I.2.19)$$

Источник, оказавшийся внутри кольца Хвольсона—Эйнштейна точечной линзы, имеет выигрыш в яркости $\mu \geq 1,34$. При $\theta_s \rightarrow 0$ яркость изображений увеличивается, но расходимости нет, поскольку θ_s не может быть меньше половины размера самого источника $d\theta_s$.

Гравитационное линзирование, связанное с измерением яркости источников во времени при их прохождении внутри кольца Хвольсона—Эйнштейна (при этом компоненты изображений как правило не разрешаются), называется микролинзированием¹⁾. Примером является микролинзирование звезд Галактики или ближайших к нам галактик, таких как Туманность Андромеды, Большое или Малое Магеллановы Облака и др., компактными объектами гало.

Для набора статистики производится патрулирование сразу большого числа звезд. Если кривая яркости какой-то из звезд похожа на то, что предполагается в случае гравитационного микролинзирования, то такую звезду исследуют на собственную переменность. В установлении события микролинзирования очень помогает ахроматичность линзированного потока, а также то, что собственная физическая переменность звезды явление повторяющееся, тогда как повторяющееся гравитационное линзирование — это редкое явление.

Такие эксперименты уже проводились и привели к важным результатам: 80% темной материи гало Галактики не может состоять из компактных объектов гало, имеющих массы в диапазоне от массы Луны до характерных масс звезд (см. рис. 8). В противном случае частота событий микролинзирования оказалась бы больше, чем то, что наблюдалось в реальности.

Одной из наиболее часто используемых моделей линзы является модель изотермической сферы, для которой

$$M(y) \sim y. \quad (I.2.20)$$

Плотность материи и скорость вращения частиц в такой линзе ведут себя как

$$\rho(r) \sim r^{-2}, \quad v^2 = \frac{GM}{r} = \text{const.}$$

¹⁾ Более подробная классификация учитывает разные интервалы масс линз. От этого зависят характерные времена уярчений.

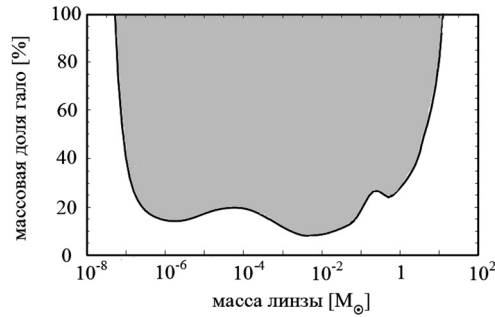


Рис. 8. Массовая доля гало Галактики в форме компактных объектов с массой M . Темной поле — запрещенная область по частоте событий микролинзирования по данным Afonso и др. (2003). См. также <http://eros2.in2p3.fr>

Если это соотношение подставить в выражения для углов отклонения и Хвольсона—Эйнштейна, то мы получим

$$\psi(y) = \psi_0 = 4v^2, \quad \theta_{CE} = \psi_0 \frac{R_{ls}}{R_s},$$

т. е. угол отклонения не зависит от прицельного параметра. В этих условиях при $\theta_s \leq \theta_{CE}$ происходит раздвоение изображения источника:

$$\theta_{A,B} = \theta_s \pm \theta_{CE}, \quad (I.2.21)$$

и коэффициенты уярчения равны

$$\mu_{A,B} = \frac{\theta_{CE}}{\theta_s} \pm 1, \quad \mu = 2 \frac{\theta_{CE}}{\theta_s} \rightarrow \frac{4\theta_{CE}}{d\theta_s}. \quad (I.2.22)$$

Таким образом, изотермическая сфера в два раза эффективнее усиливает яркость источника, чем точечная линза.

Последний пример модели гравитационной линзы, который мы рассмотрим, это однородный диск. В этом случае

$$\sigma = \text{const}, \quad M(y) = \pi\sigma y^2, \quad \psi(y) = 4\pi G\sigma y, \quad (I.2.23)$$

т. е. чем больше прицельный параметр, тем больше угол отклонения. Однородный диск является собирающей линзой с фокальной длиной $(4\pi G\sigma_0)^{-1}$. Уравнение линзы имеет только одно решение:

$$\theta_A = \frac{\theta_s}{1 - \kappa}, \quad \kappa = \frac{\sigma}{\sigma_c}, \quad (I.2.24)$$

и коэффициент уярчения равен

$$\mu_A = \frac{1}{(1 - \kappa)^2}. \quad (I.2.25)$$

В рассмотренных нами примерах линзы с расходящейся поверхностной плотностью в центре имели два изображения, а линза с конечной плотностью (однородный диск) — одно. Справедлива следующая общая теорема: сингулярная линза образует четное число изображений (каждое изображение имеет двойника), а несингулярная — нечетное.

Если гравитационное линзирование приводит к появлению нескольких изображений, возникает еще один эффект — временная задержка между изображениями. Характерные величины временной задержки для космологических объектов — месяцы и годы. По величине задержки можно определять постоянную Хаббла. Анализируя данные, полученные в оптическом диапазоне, исследователи получают значения постоянной Хаббла в интервале от 60 до 70 км с⁻¹Мпк⁻¹, неопределенность в эти результаты вносит неточность знаний моделей линз.

3. Эффект Шапиро

Рассмотрим источник света «s» и два его изображения A и B , создаваемые точечной линзой. Рассчитаем интервал времени между приходами импульса излучения от изображений A и B . Рис. 2 иллюстрирует пространственную траекторию светового импульса, приходящего от одного из изображений. Используя интеграл движения нулевой геодезической в статическом гравитационном поле

$$p_0 = 1 = g_{00} \frac{dt}{d\lambda},$$

получаем выражение для временной задержки в виде интеграла по траекториям:

$$\Delta t|_B^A = \int_s^o \frac{d\lambda}{g_{00}} \Big|_B^A = R_s|_B^A + r_g \int_s^o \frac{d\lambda}{r} \Big|_B^A. \quad (I.2.26)$$

Первый член суммы есть разница геометрических путей фотонов из A и B в плоском пространстве Минковского ($g_{00} = 1$), а второй член учитывает релятивистскую задержку времени между приходами сигналов из-за искривления пространства-времени (эффект Шапиро). Оба члена суммы первого порядка малости по углам отклонений.

Считая, что свет распространяется в геометрии Минковского, геометрическую задержку можно вычислить следующим образом:

$$R_s|_B^A = \frac{R_{ls}}{\cos(\psi - \theta)} \Big|_B^A + \frac{R_1}{\cos \theta} \Big|_B^A = r_g \left(\frac{\theta_B}{\theta_A} - \frac{\theta_A}{\theta_B} \right),$$

где

$$\psi\theta = \frac{2r_g}{R_1}, \quad \theta_A\theta_B = \theta_{CE}^2 = \frac{2r_g R_{ls}}{R_s R_1}.$$

Задержка Шапиро связана с неоднородностью хода времени вдоль луча зрения (вблизи линзы ход времени замедляется) и с увеличением геометрического пути света из-за искривления пространства вблизи тяготеющего тела. Эту величину можно вычислить следующим образом ($\lambda \equiv y \operatorname{sh} \alpha$):

$$\int \frac{d\lambda}{\sqrt{\lambda^2 + y^2}} = \alpha_{\text{is}} + \alpha_{\text{lo}} = \ln \frac{4R_{\text{ls}}R_1}{y^2} \Big|_B^A = 2 \ln \left| \frac{\theta_B}{\theta_A} \right|. \quad (\text{I.2.27})$$

В результате получаем полный интервал времени между событиями приходов импульсов от двух изображений источника для точечной линзы:

$$\Delta t|_B^A = r_g \left(\frac{\theta_B}{\theta_A} - \frac{\theta_A}{\theta_B} + 2 \ln \left| \frac{\theta_B}{\theta_A} \right| \right). \quad (\text{I.2.28})$$

При $\theta_s \ll 2\theta_{CE}$ (см. (I.2.17)) $\theta_A^2 - \theta_B^2 \simeq 2\theta_s\theta_{CE}$ и

$$\Delta t|_A^B \simeq 4r_g \frac{\theta_s}{\theta_{CE}}. \quad (\text{I.2.29})$$

4. Гравитационно связанная материя

Важную роль в наблюдательной космологии играют гравитационно-связанные системы, состоящие из нерелятивистских частиц обычного вещества (барионов) и темной материи (бесстолкновительных частиц небарионной природы). Это, соответственно, звезды, звездные скопления и центральные области галактик, а также гало темной материи галактик, групп и скоплений галактик. В силу того, что частицы обычного вещества активно взаимодействуют с излучением и сами с собой, они легко разогреваются при сжатии материи и только малая их доля (менее 10%) участвует в образовании звезд. Основная масса барионов находится в состоянии горячего разреженного газа, взаимодействующего с ультрафиолетовым излучением звезд и активных ядер галактик и подогреваемого ударными волнами и взрывами сверхновых. Напротив, темная материя (ТМ) практически вся сосредоточена в гравитационно-связанных гало широкого диапазона масс: от карликовых систем, не способных удержать своим гравитационным полем барионную компоненту, до богатых скоплений галактик с массами порядка $10^{15} M_{\odot}$. Из-за того, что космологическая плотность ТМ в пять раз больше барионной плотности массы, темная материя сыграла определяющую роль в образовании нелинейных структур во Вселенной.

5. Горячие звезды

Рассмотрим системы из барионов, которые удерживаются собственным гравитационным полем. Многие из окружающих нас небесных тел являются самогравитирующими системами такого рода — это звезды и планеты.

Характерную массу звезды можно составить из массы протона m_p и константы гравитации $G = M_P^{-2}$:

$$M \sim \frac{M_P^3}{m_p^2} = 1,8 M_{\odot}. \quad (\text{I.2.30})$$

Какой смысл скрыт в этой формуле? Почему масса звезд столь велика?

Чтобы ответить на эти вопросы, попробуем собрать протоны вместе. Возьмем два протона и сблизим их. Потом отпустим. Сила Кулона оттолкнет их один от другого — гравитационное притяжение протонов друг к другу слишком мало, чтобы протоны остались вместе. Но если мы будем добавлять еще протоны, их число будет становится все больше и больше, пока, наконец, их масса не станет достаточной для того, чтобы собственное гравитационное поле могло удержать их вместе.

Протоны в этой куче будут иметь среднеквадратичную скорость, определяемую из условия равенства энергии кулоновского взаимодействия и кинетической энергии частицы в куче:

$$\langle v_p^2 \rangle \simeq \frac{e^2}{m_p r},$$

где e — кулоновский заряд протона, а r — среднее расстояние между протонами в куче. Если эта скорость окажется меньше второй космической скорости $\sqrt{GM/R}$, определяемой полной массой протонов и размером кучи, то они не смогут разлететься. Конечно, мы рассматриваем электронейтральную плазму, однако ее масса определяется, главным образом, массой протонов, поскольку масса электронов в 2000 раз меньше.

Сколько нужно собрать протонов вместе, чтобы такая куча не разлетелась?

Условие удержания водородной плазмы собственным гравитационным полем имеет вид

$$T \simeq m_p \langle v_p^2 \rangle \simeq \frac{e^2}{r} \leq \frac{GMm_p}{R} \equiv \frac{\alpha_N}{r}, \quad (\text{I.2.31})$$

где $M = m_p N_p$ и $R = r N_p^{1/3}$ — это полная масса и размер гравитационно-связанной системы, а N_p — общее число протонов в куче. С помощью безразмерного параметра задачи

$$\alpha_N = Gm_p^2 N_p^{2/3} = N_p^{2/3} \left(\frac{m_p}{M_P} \right)^2$$

условие самоудержания протонов можно переписать в виде

$$\alpha_N \geq e^2 \simeq 10^{-2},$$

откуда следует, что

$$N_p \geq \left(\frac{M_P}{10m_p} \right)^3 \simeq 10^{54}. \quad (\text{I.2.32})$$

Столь большое число протонов, необходимое для их гравитационного удержания, обусловлено тем, что гравитационное взаимодействие очень слабое — константа G мала. Отношение гравитационной и кулоновской энергий взаимодействия двух протонов равно

$$\frac{G m_p^2}{e^2} \simeq 10^{-36},$$

и именно это отношение определяет число протонов N_p .

Из (I.2.32) получаем минимальную массу гравитационно-связанной водородной плазмы:

$$M = m_p N_p = \alpha_N^{3/2} \frac{M_p^3}{m_p^2} \simeq 10^{-3} M_\odot, \quad (I.2.33)$$

что близко к массе Юпитера. Если в системе присутствуют нейтроны, то коэффициент α_N должен определяться *полным* числом барионов (протонов и нейтронов):

$$\alpha_N \equiv G m_p^2 N_b^{2/3} = N_b^{2/3} \left(\frac{m_p}{M_p} \right)^2. \quad (I.2.34)$$

Напомним, что эта оценка относится к плазме. Как мы знаем, Земля тоже самогравитирующее тело, но она состоит не из водородно-гелиевой плазмы, а содержит тяжелые химические элементы.

Для Солнца $\alpha_N \simeq 1$. Полное число барионов и средняя температура в Солнце соответственно равны:

$$N_b \simeq 10^{57},$$

$$T_\odot = m_b \langle v_b^2 \rangle \simeq \frac{1}{r} \simeq \frac{N_b^{1/3}}{R_\odot} \simeq 10^8 \text{ см}^{-1} \simeq 1 \text{ кэВ}.$$

Разница между Солнцем и Юпитером заключается в разных источниках газового теплового давления. У Юпитера это кулоновское взаимодействие между частицами и энергия, выделяемая при стратификации вещества и радиоактивном распаде изотопов, а у Солнца источником тепла является энергия, выделяемая в термоядерных реакциях, идущих в недрах Солнца. На Юпитере такие реакции не идут из-за того, что его масса недостаточна для обеспечения необходимых для этого условий (ограниченные температура и плотность).

Наблюдательная функция масс звезд в Галактике аппроксимируется функцией Солпитера:

$$dn = f(m) d \ln m,$$

$$f(m) = A \cdot m^{-1.35} \exp \left(-\frac{0.3}{m} \right), \quad (I.2.35)$$

где $m \equiv M/M_\odot$, A — нормировочная константа. Как видно, характерная масса индивидуальных звезд Галактики порядка массы Солнца. Существование таких устойчивых и долгоживущих звезд, как Солнце, связано с условиями

их образования, в первую очередь — с химическим составом дозвездного вещества, обогащенного тяжелыми элементами. Первые звезды во Вселенной образовывались из водородно-гелиевой плазмы и были совсем другими: более массивными, короткоживущими и неустойчивыми по отношению к коллапсу.

Сам факт того, что отношение масс протона и нейтронной звезды (или белого карлика или звезды типа Солнца) равно кубу отношения массы протона к массе Планка, свидетельствует о том, что имеется тесная связь между сильным взаимодействием и гравитационным взаимодействием, возможно, напоминающая ту, что связывает электромагнитное и слабое взаимодействия.

Это может означать, что сильные и гравитационные взаимодействия, ответственные за существование столь стабильных систем как протоны и звезды, что-то «знали» друг о друге в прошлом и могли возникнуть из единого типа взаимодействия — сильно-гравитационного — таким же образом как электромагнитные и слабые взаимодействия возникли из единого электро-слабого. Только речь идет о совершенно разных уровнях энергий *фазовых переходов*, изменивших состояние материи: если электрослабый масштаб ~ 1 ТэВ, то сильно-гравитационный переход отодвигается в область $\sim 10^{10}$ ГэВ и, возможно, еще дальше к планковской энергии.

Такой подход отличается от «традиционного» Великого объединения (предположительно при энергиях $\sim 10^{16}$ ГэВ), не затрагивающего гравитацию. На пути к столь высоким энергиям лежит «пустыня» неизведанного и доступного лишь с помощью неускорительных экспериментов (наблюдений космических лучей, активных галактических ядер и др.). Сильная гравитационная связь может характеризоваться громадным безразмерным числом $\mathcal{N}_p = 10^{19}$, которое обеспечивает иерархию масштабов и масс в нашем мире.

Возвратимся к теме гравитационного удержания материи.

Мы исследовали условия удержания тепловых барионов собственным гравитационным полем и убедились в том, что существование звезд и планет обусловлено балансом тепловой и гравитационной энергий: в условие (I.2.33) не входит постоянная Планка. Теперь рассмотрим гравитационно-связанные системы, состоящие из холодных барионов, и определим условия существования релятивистских звезд — белых карликов, нейтронных и кварковых звезд, — у которых температура недостаточна для поддержания их в равновесии.

6. Холодные звезды

Внутреннее давление холодных барионных систем определяется законами квантовой статистики, которые запрещают двум фермионам находиться в одном состоянии. Помимо этого, нам придется учитывать релятивизм, поскольку размер гравитирующих систем близок к радиусу Шварцшильда.

Условие удержания частиц — электронов, протонов и нейтронов — гравитационным полем массы M с размером R имеет вид

$$\mathcal{E}_b = \sum_{e,p,n} \frac{n_i}{n_b} \sqrt{m_i^2 + x_i^2} - \frac{m_b}{\sqrt{1 - 2GM/R}} < 0, \quad (I.2.36)$$

где \mathcal{E}_b есть полная энергия частиц, приходящаяся на один барион, n_i и x_i — средние плотность и импульс частиц соответствующих компонент вещества,

$$M = \alpha_N^{3/2} \frac{M_p^3}{m_b^2}, \quad m_b = \sum_{e,p,n} \frac{n_i}{n_b} m_i, \quad n_b = n_p + n_n \simeq \frac{N_b}{R^3}.$$

Каждая из частиц сорта $i = (e, p, n)$ локализована в масштабе $n_i^{-1/3}$. В соответствии с принципом неопределенности Гейзенберга их импульсы соответственно равны:

$$\begin{aligned} x_e = x_p &\simeq n_e^{1/3}, & x_n &\simeq n_n^{1/3}, \\ x &\equiv n_b^{1/3} \simeq \frac{N_b^{1/3}}{R} \simeq (x_e^3 + x_n^3)^{1/3} \end{aligned} \quad (I.2.37)$$

(здесь мы учли, что $n_e = n_p$ в силу электронейтральности). Будем искать решения уравнений (I.2.36) и (I.2.37) как функцию полной энергии частиц на один барион $\mathcal{E}_b(x)$, зависящую от среднего импульса частиц x в системе.

Пусть x меньше разницы между массами нейтрона и протона. Тогда в системе отсутствуют свободные нейтроны, поскольку им выгодно распасться на протоны и электроны (и антинейтрино, которые покидают звезду будучи релятивистскими частицами и обладая малым сечением взаимодействия). Таким образом, при

$$x = x_e < \Delta \equiv m_n - m_p \simeq 1,3 \text{ МэВ}, \quad x_n \simeq 0,$$

условие связанной конфигурации принимает вид

$$\mathcal{E}_b(x) = -\alpha_N x + \sqrt{m_e^2 + x^2} - m_e < 0. \quad (I.2.38)$$

В этом выражении учитывается релятивизм электронов в силу малости их массы, однако импульсом протонов по сравнению с их массой можно пренебречь. Также, гравитационный потенциал написан в ньютоновском пределе: белый карлик это еще слабо релятивистская звезда.

Функция $\mathcal{E}_b(x)$ для разных значений α_N представлена на рис. 9. Устойчивое состояние системы реализуется только при $\alpha_N < 1$ и соответствует точке $x = x_1$ локального минимума функции \mathcal{E}_b :

$$x_1 = \frac{\alpha_N m_e}{\sqrt{1 - \alpha_N^2}}, \quad x_2 = \frac{2\alpha_N m_e}{1 - \alpha_N^2} < \Delta. \quad (I.2.39)$$

В точке $x = x_2$ $E_b(x_2) = 0$. Из условия существования устойчивого минимума в области отрицательных энергий $x_2 < \Delta$, получаем более точное ограничение $\alpha_N < 0,7$.

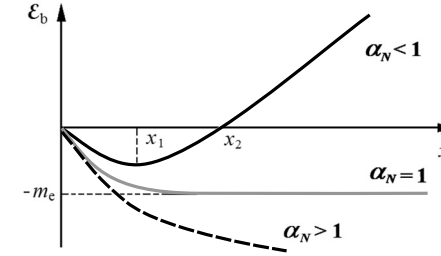


Рис. 9. Функция $\mathcal{E}_b(x)$ при $x < \Delta$ для разных значений параметра α_N . Точка минимума синей линии x_1 соответствует состоянию белого карлика

Итак, мы нашли значение x устойчивой по отношению к малым возмущениям конфигурации частиц, а значит можем вычислить массу, размер и другие параметры звезды. Как уже было сказано, такие звезды называются белыми карликами. В реальном белом карлике присутствуют тяжелые элементы, поэтому связь α_N с массой оказывается более жесткой, чем в соотношении (I.2.33):

$$\alpha_N < 0,7 \rightarrow M_{\text{WD}} = M_1 \leq 1,4 M_{\odot}. \quad (I.2.40)$$

Белый карлик с массой равной солнечной имеет радиус $\sim 10^3$ км.

Таким образом, сделанная нами качественная оценка очень хорошо согласуется с наблюдениями. Верхний предел массы белого карлика (I.2.40) называется *чандрасекаровским пределом*. Белые карлики с массами выше чандрасекаровского предела существовать не могут, поскольку давление вырожденных электронов недостаточно для того, чтобы противостоять гравитационному сжатию звезды.

Перейдем к несколько большим значения x :

$$\Delta < x < \ell_n^{-1} \simeq 100 \text{ МэВ}. \quad (I.2.41)$$

При этих энергиях более выгодным оказывается образование свободных устойчивых нейтронов: они не могут распасться обратно на электроны и протоны из-за занятых уровней релятивистских электронов. Верхнее ограничение импульса в (I.2.41) соответствует условию существования нейтрона как частицы. Размер нейтрона $\ell_n \simeq 10^{-13}$ см, а его плотность $\rho_n = 2 \cdot 10^{14}$ г см⁻³. Соответственно, приходящийся на одну частицу объем не может быть меньше объема этой частицы. При $x_n \sim 100$ Мэв нейтроны плотно упакованы друг к другу, а при дальнейшем повышении энергии они «раздавливаются» и превращаются в кварк-глюонную плазму.

Равновесное состояние нейтронов определяется энергетическим условием

$$x > \Delta : \quad x_e + \sqrt{m_p^2 + x_e^2} = \sqrt{m_n^2 + x_n^2}, \quad (I.2.42)$$

решая которое получаем концентрации электронов и нейтронов в системе:

$$x_e \simeq \Delta + \frac{x_n^2}{2m_n}, \quad x_n \simeq x \cdot \Theta(x - \Delta), \quad (I.2.43)$$

где $\Theta(x)$ — функция Хевисайда ($\Theta(x \leq 0) = 0$, $\Theta(x > 0) = 1$). Как мы видим, появление нейтронов имеет пороговой характер.

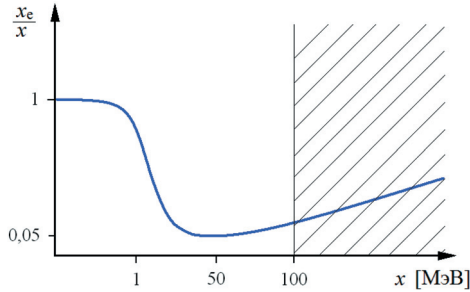


Рис. 10. Доля электронов в холодной звезде x_e/x как функция среднего импульса частиц x . В заштрихованной области нейтрон не существует

Рис. 10 показывает, как уменьшается доля электронов x_e/x в системе с ростом энергии. Минимум достигается при $x = \sqrt{2m_n\Delta} \simeq 50$ МэВ. Вертикальная черная линия на рисунке обозначает границу применимости наших уравнений, см. (I.2.41).

При исчезновении электронов из системы состояние белого карлика невозможно. Система теряет устойчивость и сжимается, происходит нейтронизация вещества и уравнение гравитационного удержания (I.2.36) принимает вид

$$\mathcal{E}_b(x) = \sqrt{m_n^2 + x^2} - m_n \left(1 - \frac{2\alpha_N x}{m_n} \right)^{-1/2} < 0. \quad (I.2.44)$$

Система барионов «сваливается» в новый минимум ($\alpha_N < 0,5$), который близок к границе существования нейтрона (см. рис. 11). Такие объекты называются нейтронными звездами: они поддерживаются отталкиванием вырожденных нейтронов. Размер нейтронной звезды с солнечной массой около 10 км, что всего в 3 раза больше гравитационного радиуса этой компактной звезды.

По расчетам предельная масса нейтронной звезды близка к $1,8 M_\odot$. Теоретическое определение этой величины не столь надежно, как в случае белого карлика, из-за сложного уравнения состояния нейтронной жидкости. Масса обнаруженных до сих пор нейтронных звезд не превышает $1,8 M_\odot$.

При дальнейшем увеличении импульса x нейтроны разрушаются, система теряет устойчивость и снова начинает сжиматься. Когда размер системы

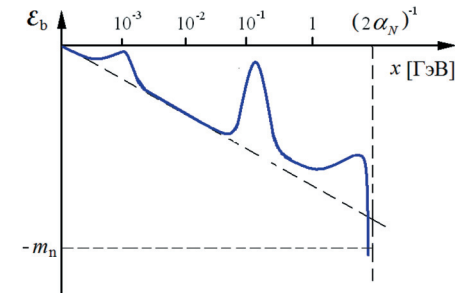


Рис. 11. Энергия частиц на один барион в холодной звезде $\mathcal{E}_b(x)$

достигает своего гравитационного радиуса, происходит необратимый коллапс: система барионов «сваливается» в гравитационную яму, у которой нет дна. Успеет ли образоваться еще один минимум функции $\mathcal{E}_b(x)$ в состоянии кварк-глюонной плазмы или нет — очень интересный вопрос, который активно изучается в настоящее время. Некоторые исследователи считают, что успеет. Подтверждением этого могло бы быть наблюдение более массивной и/или компактной звезды, чем нейтронная. Здесь важно уметь определять массу звезды, в нейтронной структуре которой есть основания сомневаться. Если ее масса окажется больше предельной массы нейтронной звезды, то это будет аргументом в пользу того, что мы имеем дело с кварковой (кварк-глюонной) звездой.

Конечно, наши вычисления носят оценочный характер: у реальной нейтронной звезды есть кора из железа, переходная нейтронная зона, а центральная ее часть состоит из кварк-глюонного конгломерата. Численные расчеты демонстрируют зависимость конечного результата от распределения плотности, уравнения состояния, вращения и других параметров звезды. Сделанные здесь оценки учитывают главную причину равновесия компактных нейтронных звезд — давление вырожденных нейтронов — и подтверждают правильность наших знаний о физике этих объектов.

7. Гало темной материи

Говоря о темной материи, мы имеем ввиду нерелятивистские массивные частицы, взаимодействующие друг с другом и с другими частицами только гравитационным образом. Название *темная материя* (ТМ) связано с тем, что она невидима, имеет небарионную природу и не взаимодействует со светом²⁾. Однако ее можно изучать с помощью динамических методов, поскольку темная материя скучена и создает пространственные градиенты

²⁾ Материя может быть «слабо видима», если ее частицы взаимодействуют слабым образом: например, аннигилируют, испуская фотоны, в местах высоких концентраций в ядрах галактик.

гравитационного потенциала, влияющего на движение видимых тел (галактик, звезд, газа), состояние барионов (горячий газ) и отклонение лучей света (гравитационное линзирование).

Средняя плотность массы ТМ в пять раз превышает космологическую плотность барионов, поэтому именно нерелятивистские темные частицы управляют процессом гравитационного сгущивания и эволюцией неоднородной части гравитационного потенциала Вселенной. Контраст плотности слабо неоднородного пространственного распределения ТМ возрастает со временем. Поскольку изначально эта материя холодная, градиенты давления в ней отсутствуют и не могут являться препятствием к развитию гравитационной неустойчивости.

В областях повышенной плотности темп начального фридмановского расширения материи замедляется, в какой-то момент разбегание останавливается и переходит в коллапс. В ходе динамического сжатия и последующих осцилляций потоков вещества развиваются процессы бесстолкновительной гравитационной *бурной* релаксации: частицы оказываются в переменном (зависящем от времени) гравитационном потенциале, в результате чего часть частиц (около десяти процентов) выбрасывается из системы и уносит избыток положительной энергии. Оставшаяся часть энергии перераспределяется внутри системы и образуется гравитационно-связанный объект темной материи, называемый *гало*. В этом разделе мы рассмотрим простейшие условия равновесия самогравитирующих систем ТМ.

Функция распределения нерелятивистских частиц в сферически-симметричном стационарном гало зависит от радиального расстояния от центра гало r и модулей радиальной и поперечной компонент импульсов частиц. В сферических координатах тензор энергии-импульса материи имеет диагональный вид:

$$T_{\mu}^{\nu} = \rho \operatorname{diag} \left(1, -\sigma_r^2, -\sigma_t^2, -\sigma_t^2 \right), \quad (I.2.45)$$

где $\rho = \rho(r)$ — профиль плотности гало, а $\sigma_r(r)$ и $\sigma_t(r)$ — радиальная и поперечная (трансверсальная) дисперсии скоростей частиц. В ньютоновском пределе из тождеств Бианки получаем уравнение гидростатического равновесия сферически-симметричной конфигурации бесстолкновительных частиц:

$$-\frac{1}{\rho r^2} \frac{d}{dr} \left(\rho r^2 \sigma_r^2 \right) + \frac{2}{r} \sigma_t^2 = \frac{d\Phi}{dr} = \frac{GM(r)}{r^2}, \quad (I.2.46)$$

где гравитационный потенциал Φ , определенный с точностью до аддитивной постоянной, и масса системы M зависят от r и связаны с плотностью следующим образом:

$$\Delta\Phi \equiv \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{d\Phi}{dr} \right) = 4\pi G\rho, \quad M = 4\pi \int_0^r \rho r^2 dr. \quad (I.2.47)$$

Частицы ТМ движутся внутри гало по разным геодезическим орбитам от чисто радиальных до круговых. Каждая орбита характеризуется энерги-

ей и вектором углового момента, которые являются интегралами движения в статическом сферически-симметричном поле. Функция распределения частиц зависит от истории образования гало. Численный эксперимент и наблюдения показывают, что для большинства космологических гало распределения частиц по скоростям близки к изотропным, хотя иногда отклонения от изотропии могут быть порядка единицы.

Под гало мы понимаем отрелаксированную систему частиц, гравитационно связанную во всех трех пространственных направлениях. Наблюдаемые гало ограничены сверху по размерам и массам, соответственно, до нескольких Мпк и $10^{15} M_{\odot}$. Гало больших масс еще не успели образоваться во Вселенной, здесь эволюция идет по другому: типичными нелинейными образованиями крупномасштабной структуры Вселенной являются системы, сколлапсировавшие в двух или одном направлениях и называемые, соответственно, *филаментами* и *стенками*. В среднем же по Вселенной в масштабах более 10 Мпк контраст плотности остается меньше единицы ($|\delta\rho/\rho| < 1$) и можно говорить лишь об областях с повышенной и пониженной плотностью материи по сравнению с космологической.

Рассмотрим более подробно изотропную функцию распределения с $\sigma_r = \sigma_t = \sigma$. Равновесие гало определяется балансом градиента эффективного давления материи

$$p = nT = \rho\sigma^2 \quad (I.2.48)$$

и гравитационной силы притяжения полной массы $M = M(r)$:

$$\frac{dp}{\rho dr} = -\frac{GM(r)}{r^2}, \quad (I.2.49)$$

где функции радиуса $n = \rho/m$ и T соответствуют плотности и эффективной температуре частиц ТМ с массой $m = \text{const}$. В силу принципа эквивалентности массу m нельзя определить из уравнений гравитации, поскольку все частицы движутся по геодезическим независимо от массы. Измеряемыми переменными являются плотность ρ и дисперсия скорости частиц σ .

Уравнение гидростатического равновесия позволяет найти профиль плотности в гало по известному распределению дисперсии скорости $\sigma(r)$, и наоборот, по заданному радиальному распределению плотности реконструировать дисперсию скорости. При адиабатическом изменении гравитационного потенциала $\sigma \propto n^{1/3}$, где коэффициент пропорциональности должен зависеть от энтропии. По аналогии с идеальным газом мы можем ввести *функцию*

энтропии $E = E(r)$ вириализованного гало следующим образом³⁾:

$$E = \sigma^2 \left(\frac{m_p}{\rho} \right)^{2/3} \propto \frac{T}{n^{2/3}} = \frac{p}{n^{5/3}}, \quad (I.2.50)$$

где m_p — масса протона, на которую нормирована переменная E .

Функция $E(r)$ является мерой совокупной энтропии частиц гало, накопленной за всю историю его образования. Главные ее составляющие это начальная (фоновая) энтропия, заданная космологическими мелкомасштабными течениями и неоднородностями материи в протогало, и приобретенная энтропия, сгенерированная в ходе бесстолкновительной и иерархической релаксации материи на нелинейной стадии формирования гало (подробнее см. [2]).

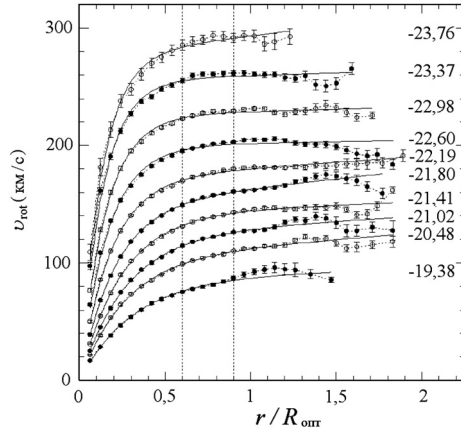


Рис. 12. Кривые вращения для 2155 галактик по данным Catinella и др. (2006). Кривые разбиты на несколько групп по светимости галактик и характеризуются средней абсолютной звездной величиной в I-фильтре (справа). $R_{\text{опт}}$ — «оптический» радиус галактик, определенный как радиус, внутри которого сосредоточено 83% интегрального потока излучения от галактики

При моделировании внутренней структуры наблюдаемых гало часто используется приближение *изотермической сферы*, когда дисперсию скорости

³⁾ Подчеркнем, что E является не самой энтропией, а *функцией* энтропии идеального газа. Здесь мы не рассматриваем общие вопросы применимости понятия энтропии к бесстолкновительным частицам, определяя функцию $E(r)$ лишь для стационарных *равновесных* систем с *изотропной* функцией распределения частиц по скоростям. Напомним, что в определении (I.2.50) $\sigma^2 = v^2$, где v есть *одномерная* пекулярная скорость частиц темной материи в точке r , черта означает усреднение в пространстве скоростей.

можно считать постоянной величиной, не зависящей от радиуса:

$$\sigma(r) = \sigma_0 = \text{const}, \quad \kappa_0 \equiv \frac{4\pi G}{\sigma_0^2} = \frac{4\pi G m}{T} = \text{const}. \quad (I.2.51)$$

Это приближение хорошо согласуется с наблюдательными данными в ограниченном диапазоне масштабов (см., например, рис. 12).

Умножая обе части (I.2.49) на r^2 и дифференцируя по r , получаем уравнение для профиля плотности изотермической сферы:

$$\frac{d}{\rho r^2 dr} \left(\frac{r^2 d\rho}{\rho dr} \right) = -\kappa_0. \quad (I.2.52)$$

Это нелинейное уравнение содержит аттрактор — частное решение, которое является затягивающей сепаратрисой для динамических траекторий (I.2.52). Общее решение имеет вид

$$\rho(r) = \begin{cases} \frac{\rho_0}{1 + \kappa_0 \rho_0 r^2 / 6}, & r < r_0 \equiv \sqrt{\frac{3}{\kappa_0 \rho_0}}, \\ \frac{2}{\kappa_0 r^2}, & r > r_0 \text{ (аттрактор)}, \end{cases} \quad (I.2.53)$$

где параметр ρ_0 задает центральную плотность ядра гало, а r_0 — размер ядра. Независимо от величины ρ_0 , профиль плотности и масса гало при $r > r_0$ зависят только от дисперсии скорости частиц:

$$M = \frac{8\pi r}{\kappa_0} \simeq 7 \cdot 10^{12} \left(\frac{\sigma}{300 \text{ км с}^{-1}} \right)^2 \left(\frac{r}{200 \text{ кпк}} \right) M_{\odot}, \quad (I.2.54)$$

Для характерных значений σ и r мы получили *типичную* массу нелинейных гало темной материи в наблюдаемой Вселенной — массу групп галактик. Напомним, что полная масса Местной группы, в которую входят Млечный Путь и Туманность Андромеды, составляет $2 \cdot 10^{12} M_{\odot}$.

Мы вывели уравнения (I.2.46) и (I.2.49) для темной материи в предположении ее доминирования, однако эти же уравнения описывают гидростатическое равновесие *любой* компоненты вещества (ТМ, звезд, газа) в гравитационном поле *полной* массы $M(r)$. Для этого в их левые части вместо p и ρ надо подставить давление и плотность соответствующей компоненты среды. Так, мы можем переписать массу гало в терминах эффективной температуры гидростатически равновесного газа:

$$M = \frac{2T_{\text{gas}} r}{G \mu_{\text{gas}}} \simeq 7 \cdot 10^{12} \left(\frac{T_{\text{gas}}}{1 \text{ кэВ}} \right) \left(\frac{r}{200 \text{ кпк}} \right) M_{\odot}, \quad (I.2.55)$$

где $\mu_{\text{gas}} \simeq m_p = 1 \text{ ГэВ}$ — молекулярный вес газа. Такой рентгеновский газ, находящийся в скоплениях галактик в течение миллиардов лет, наблюдается с помощью телескопов на космических аппаратах, что позволяет восстанавливать распределения гравитационного потенциала и плотности ТМ в нелинейных гало больших масс.

Вернемся вновь к решению (I.2.53).

Плотность ядра $\rho \simeq \rho_0$ никак не связана с гравитацией материи и зависит только от начальных космологических условий, определивших историю образования гало. Размер ядра есть произведение скорости частиц на динамическое время центрального уплотнения:

$$r_0 \simeq \frac{\sigma_0}{2\sqrt{G\rho_0}}.$$

Это радиус, на котором начинает сказываться влияние самогравитации материи. При $r > r_0$ гравитация темной материи кардинально перестраивает внутреннюю структуру гало таким образом, что скорости вращения частиц перестают зависеть от радиуса

$$v_{\text{rot}}(> r_0) = \sqrt{\frac{GM}{r}} = \sqrt{2}\sigma_0 = \text{const.} \quad (\text{I.2.56})$$

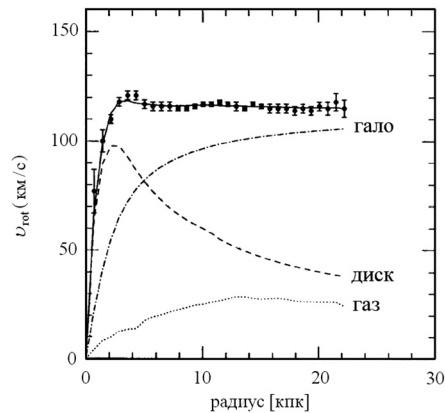


Рис. 13. Кривая вращения галактики NGC 6503 по данным [10]. Вклад гало темной материи обозначен штрих-пунктирной линией

Такие распределения реализуется во многих гравитационно-связанных космологических объектах. В спиральных галактиках наблюдаются *плоские* кривые вращения (см. рис. 13): циркулярные скорости вращения звезд и газа сначала растут с увеличением радиуса, а потом выходят на *константу* или изменяются очень медленно. При этом вклад массы ТМ увеличивается с расстоянием, поддерживая плоский участок кривой вращения на протяжении нескольких динамических диапазонов радиуса.

В карликовых галактиках с низкой поверхностной яркостью темная материя доминирует, начиная уже с малых радиусов. Здесь при увеличении радиуса наблюдается *линейный* рост циркулярной скорости, говорящий о насыщении плотности ТМ центрального ядра. Начальный подъем галактических

кривых вращения также соответствует изотермической сфере распределения ТМ (I.2.53):

$$v_{\text{rot}}(< r_0) = \sqrt{\frac{GM}{r}} = \frac{\sigma_0 r}{r_0}. \quad (\text{I.2.57})$$

Тот факт, что внутренние циркулярные скорости оказываются меньше скоростей частиц гало ($v_{\text{rot}} < \sigma_0$), свидетельствует о том, что в центральной области частицы ТМ движутся в пределах всего ядра $r \sim r_0$, а не находятся лишь в его части, ограниченной данным радиусом r .

Таким образом, приближение изотермической сферы хорошо описывает наблюдаемые распределения темной материи в центральных областях галактических гало (см. подробнее § 4–6 главы 3). В пределах точности современных наблюдательных данных, распределение плотности ТМ внутри гало может быть аппроксимировано следующей простой формулой (ср. (I.2.53)):

$$\rho \simeq \frac{\rho_0}{1+x^2}, \quad x = \frac{r}{r_0}. \quad (\text{I.2.58})$$

8. Задачи

Задача 1. Решить уравнение гравитационной линзы для следующих моделей:

- точечная масса,
- изотермическая сфера.

Решение. См. § 2. ▷

Задача 2. Найти распределение массы, при котором гравитационная линза имитирует свойства тонкой оптической линзы.

Решение. Рассмотрим оптическую линзу. Близкие к оптической оси и параллельные ей лучи соберутся в фокусе на расстоянии f от линзы. Таким образом, для луча, проходящего на расстоянии y от оптической оси, (малый) угол отклонения равен $\psi(y) = y/f$. С другой стороны, для гравитационной аксиально симметричной линзы угол отклонения дается формулой (I.2.5). Следовательно, чтобы такая линза имитировала оптическую, должно быть

$$\frac{4GM(y)}{y} = \frac{y}{f}, \quad (\text{I.2.59})$$

т. е. $M(y) \propto y^2$, что соответствует диску с постоянной поверхностной плотностью $\sigma = (4\pi Gf)^{-1}$. ▷

Задача 3. Если бы Вселенная была $(1 + 4)$ -мерной, существовал бы предел на массу белого карлика (предел Чандрасекара)?

Решение. Чтобы ответить на поставленный в задаче вопрос, необходимо знать, как изменится закон Ньютона при добавлении еще одного пространственного измерения. Для этого используем уравнение Пуассона (I.1.50), записав его в виде

$$\Delta\Phi = 4\pi G_4\rho, \quad (\text{I.2.60})$$

где G_4 — 4-мерная гравитационная постоянная Ньютона, размерность которой связана с размерностью обычной постоянной Ньютона как

$$[G_4] = [G \cdot r],$$

так как за счет добавления еще одного измерения размерность плотности меняется, а размерности потенциала и скорости остаются неизменными.

Найдем сферически симметричное решение уравнения (I.2.60) в пустоте, для чего запишем лапласиан в сферических координатах 4-мерного пространства:

$$\frac{1}{r^3}(r^3\Phi'(r))' = 0, \quad (\text{I.2.61})$$

где штрих означает производную по радиусу. Отсюда модуль гравитационного ускорения

$$g = |\Phi'(r)| \propto \frac{1}{r^3}. \quad (\text{I.2.62})$$

Равновесие плотной звезды радиуса R определяется балансом между гравитационной силой и силой давления P_{rel} вырожденного газа релятивистских электронов:

$$g \sim \frac{P_{\text{rel}}}{\rho R}. \quad (\text{I.2.63})$$

В вырожденном газе электроны занимают все состояния вплоть до импульса Ферми p_F по 2 электрона в каждом состоянии:

$$N = 2 \int \frac{d^4x d^4p}{(2\pi\hbar)^4} = V \cdot \frac{\pi^2 p_F^4}{(2\pi\hbar)^4}, \quad (\text{I.2.64})$$

т. е. плотность $\rho = m_e N/V \sim p_F^4$. Отсюда давление $P_{\text{rel}} \sim \varepsilon_F/V = p_F/V \sim \rho^{1/4} \cdot \rho \sim \rho^{5/4}$. Следовательно, правая часть (I.2.63) пропорциональна R^{-2} . Таким образом, в отличие от случая 3 пространственных измерений зависимость гравитационного ускорения и давления от радиуса звезды R разная и, казалось бы, такое понятие, как предел Чандрасекара отсутствует. Однако рассмотрим теперь случай нерелятивистских электронов. Для них давление $P \sim \varepsilon_F/V = p_F^2/(2m_e V) \sim \rho^{1/2} \cdot \rho \sim \rho^{3/2}$ и правая часть (I.2.63) также оказывается пропорциональна R^{-3} . Зависимость от радиуса выпадает из уравнения

и равновесие имеет место только при строго определенной массе звезды. Таким образом, в случае 4 пространственных измерений предел Чандрасекара также есть, но определяется он давлением нерелятивистских электронов. \triangleright

Задача 4. Найти временную задержку, возникающую при линзировании на массивном теле (эффект Шапиро).

Решение. См. § 3. \triangleright

3

Геометрия ранней Вселенной

Следующий пример гравитационной системы, который мы рассмотрим, — это видимая Вселенная, описываемая Космологической стандартной моделью (КСМ), и теория ранней Вселенной, вытекающая из экстраполяции КСМ в прошлое. В 3-й лекции мы обсудим экспериментальные и наблюдательные основания КСМ.

Наши представления о физических процессах в ранней Вселенной опираются на три основания:

- * наблюдения и эксперимент в области низких энергий, доступных ускорителям;
- * космологическая теория, опирающаяся на эксперимент и наблюдения;
- * экстраполяция известных физических законов в область высоких энергий ранней Вселенной.

Первый пункт составляет наблюдательную базу космологии и включает накопленные человечеством экспериментальные и наблюдательные результаты и факты, число и точность которых возрастает благодаря использованию высоких технологий, новых инструментов и методов исследований, прогрессу вычислительной техники и обратной связи с развивающейся теорией.

Теория ранней Вселенной смыкается с построением единой модели мироздания, поскольку именно процессы, происходившие при высоких энергиях, привели к тому миру, который мы наблюдаем и частью которого являемся. Сегодня мы знаем две асимптотики единой модели: стандартная модель элементарных частиц (модель микромира) и КСМ (модель макромира). Обе модели неполны, они развиваются и достраиваются, ведя к построению единой теории мира.

1. Космологическая экстраполяция в прошлое

Теория ранней Вселенной призвана объяснить структуру, эволюцию и происхождение окружающего мира. Вселенная нестационарна, возникла эволюционно и продолжает динамически развиваться. То, что мы видим вокруг нас, это лишь текущий этап ее существования, одна из ее «фотографий». Поэтому, чтобы восстановить всю биографию Вселенной, необходимо проводить экстраполяцию за границы прямого опыта. Рельсами экстраполяции является теория. Основываясь на ОТО и физике частиц, мы экстраполируем наши знания в прошлое к большим энергиям.

Вехами на пути физической экстраполяции, по которым сверяется ее достоверность и точность, являются знания, полученные из астрономии,

атомной физики, ядерной физики, физики элементарных частиц и неярких (астрофизических) экспериментов. Энергии, достижимые в прямых экспериментах и ускорителях на Земле не превышает 100 ТэВ, что покрывает масштабы сильных (~ 100 МэВ) и электрослабых (~ 1 ТэВ) взаимодействий.

Информация о физике частиц и взаимодействиях при больших энергиях приходит из астрофизических наблюдений: ее источниками служат сверхновые звезды, гамма-излучение далеких источников, проявления нейтронных звезд и черных дыр, космические лучи высоких энергий, нейтринные и гравитационно-волновые детекторы. Помимо этого, важными направлениями исследований являются поиски продуктов распада темной материи, исследование динамических проявлений темной энергии, геометрии Вселенной, реликтового излучения, физики черных дыр и моделей космогенезиса, и многие другие. Существенным дополнением к этим направлениям являются лабораторные эксперименты по распаду протона, упругому рассеянию частиц темной материи, осцилляциям нейтрино, поиску магнитных монополей и др.

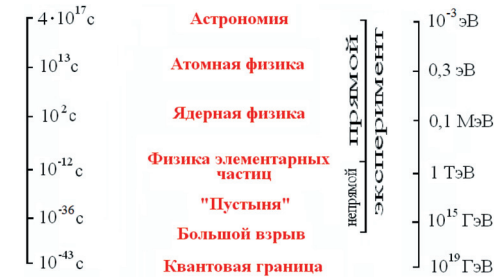


Рис. 1. Экспериментальные основания теории ранней Вселенной. Слева — радиус кривизны H^{-1} , выраженный в секундах, справа — энергия E

Рис. 1 схематично представляет области экспериментальных исследований с характерными для них энергиями, соответствующими радиусу кривизны¹⁾ Вселенной H^{-1} :

$$E \equiv \varepsilon^{1/4} \simeq 0,6 \sqrt{M_P H}. \tag{I.3.1}$$

Рассмотрим основные результаты и уроки экстраполяции, двигаясь от малых энергий к большим.

2. Астрономия и атомная физика

Информация о геометрических свойствах и составе Вселенной при энергиях $E \in (10^{-3}, 1)$ эВ приходит к нам с квантами света. Это всеволновая астрономия, которая исследует структуры разных масштабов — от единичных

¹⁾ Вместо временной шкалы t мы используем геометрический масштаб H^{-1} — радиус внешней кривизны или Хаббловский радиус Вселенной в момент времени t . Для степенных функций $a \propto t^{1/\gamma}$: $t = (\gamma H)^{-1}$. Современный возраст Вселенной $H_0^{-1} \simeq t_0 \simeq 13,7$ млрд лет.

объектов (таких как карликовые галактики размером ~ 1 кпк) до сверхскоплений галактик и всей видимой Вселенной, о которых мы можем судить по обширным галактическим каталогам, охватывающим седьмую часть современного хаббловского радиуса (~ 600 Мпк), и картам реликтового излучения.

Геометрическая структура Вселенной проста и ее развитие детерминировано. На больших масштабах мы наблюдаем квазихаббловский разлет материи, на малых — нелинейные гравитационно-связанные структуры (гало материи). Последние образуются эволюционно в результате роста контраста плотности, индуцированного гравитационной неустойчивостью темной материи и наличием малых геометрических отклонений от пространственной однородности и изотропии (начальные возмущения). Сначала возникают гало малых размеров, а затем все более крупные.

В настоящее время средний по Вселенной масштаб неоднородности, разделяющий нелинейные и квазилинейные области распределения материи, близок к 10 Мпк (см. рис. 2), что соответствует охватываемой массе $\sim 2 \cdot 10^{14} M_{\odot}$. Но это, как уже было сказано, средний масштаб. Локальный масштаб неоднородности варьируется в зависимости от величины плотности вещества в рассматриваемом объеме. Так, самыми большими «возмутители спокойствия» являются богатые скопления галактик, чья масса достигает $10^{15} M_{\odot}$. Однако для Местной группы галактик, находящихся вдали от больших скоплений вещества, масштаб неоднородности всего около 2 Мпк, что соответствует массе Местной группы $\sim 2 \cdot 10^{12} M_{\odot}$.

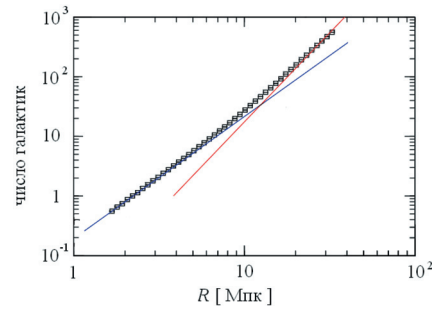


Рис. 2. Число галактик $N(R)$ в сфере радиуса R при усреднении по местоположению в пространстве (по данным [16]). Точность степенных асимптотик $\sim 10\%$: красная линия $N \propto R^3$ — однородное распределение материи, синяя линия $N \propto R^2$ — нелинейная структура Вселенной

Материя, заполняющая Вселенную, состоит из многих компонент. Первые пять из них в порядке значимости вклада в общую плотность Вселенной — это скрытая или темная энергия ($\Omega_E \simeq 0,7$), темная материя ($\Omega_M \simeq 0,25$), обычное вещество ($\Omega_b \simeq 0,05$), массивные нейтрино ($\Omega_\nu \sim 10^{-2}$) и излучение ($\Omega_\gamma \simeq 10^{-4}$). Сумма этих пяти компонент равна единице, причем

точность определения общей плотности ($\sim 1\%$) выше, чем темной энергии и темной материи по отдельности ($\sim 10\%$). Причина этого кроется в том, что именно сумма всех компонент определяет геометрию и пространственную кривизну Вселенной. Также нам хорошо известны плотность излучения и плотность барионов (точнее, комбинация $\Omega_b H_0^2$).

Эти количественные характеристики состава и распределения материи во Вселенной лежат в фундаменте КСМ. Рассмотрим последовательно их наблюдательные и экспериментальные обоснования.

3. Хаббловский поток

Начнем с больших масштабов. Мы наблюдаем состояние Вселенной спустя миллиарды лет после Большого взрыва. Однако современное понимание Большого взрыва и соответствующей организации движения (разлета) вещества сильно отличается от обыденных представлений о взрыве.

У космологического взрыва нет центра, а имеется конечная в пространстве и во времени область расширяющейся материальной среды, часть которой и есть *видимая* Вселенная. Можно сказать, что в пределах этой области «центр» везде, поскольку относительная скорость удаления *любой* пары соседних точек среды $\delta\vec{V}$ пропорциональна собственному расстоянию между ними $\delta\vec{r}$:

$$\delta\vec{V} \equiv \frac{\partial\delta\vec{r}}{\partial t} = H\delta\vec{r}. \quad (I.3.2)$$

Коэффициент пропорциональности $H = H(t)$ не зависит от взаимного расположения точек среды (лагранжевой координаты \vec{x}), но зависит лишь от собственного времени t . Такой закон расширения материи мы называем законом Хаббла: он не делает различия между пространственными точками среды и, соответственно, *бесструктурен*.

Если бы закон (I.3.2) выполнялся для любых собственных расстояний $\delta\vec{r}$ от наблюдателя до источника, то он свидетельствовал бы о глобальной однородности и изотропии пространственных сечений $t = \text{const}$. Однако таких свидетельств в реальности не существует. Во-первых, любые наблюдения ограничены горизонтом (конечным размером области наблюдений). А во-вторых, мы имеем конечную точность наблюдательных данных: при увеличении точности как правило обнаруживаются отклонения от закона (I.3.2). В такой ситуации, даже если H не зависит от \vec{x} , описываемая (I.3.2) метрика оказывается однородной и изотропной лишь *локально*²⁾, т. е. *зависит* от координат \vec{x} .

Остановимся на этом подробнее.

Если закон (I.3.2) выполняется для наблюдателя, находящегося в *одной* точке среды, то этот закон будет справедлив и для остальных точек с тем же

²⁾ Максимальный размер области однородности может быть достаточно большим, его определение это вопрос точности наблюдательных данных. Для нашей Вселенной он превышает хаббловский радиус, см. (I.3.10), (I.3.11).

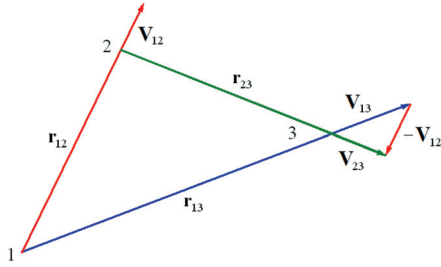


Рис. 3. Иллюстрация к закону Хаббла

коэффициентом H . Иллюстрацией этого утверждения служит рис. 3. На нем цифры 1, 2 и 3 обозначены галактики хаббловского поля. Пусть мы находимся в точке 1 и наблюдаем удаление галактик 2 и 3. Тогда их скорости относительно галактики 1 будут определяться выражениями

$$\vec{V}_{12} = H\vec{r}_{12}, \quad \vec{V}_{13} = H\vec{r}_{13}. \quad (I.3.3)$$

Перейдя в систему отсчета галактики 2, мы увидим ту же картину:

$$\vec{V}_{23} = \vec{V}_{13} - \vec{V}_{12} = H(\vec{r}_{13} - \vec{r}_{12}) = H\vec{r}_{23}. \quad (I.3.4)$$

Итак, если коэффициент H в (I.3.2) не зависит от направления, то он не зависит и от \vec{x} . Это, однако, не доказывает однородность пространства: мы имеем дело с тавтологией, поскольку *изотропная* гиперповерхность закладывается руками в форме линейного сложения расстояний и скоростей, которое мы использовали в (I.3.4).

Геометрически хаббловский поток в форме (I.3.2) можно представить себе как равномерно растягивающуюся со временем трехмерную гиперповерхность $t = \text{const}$, причем растяжение локально-изотропно во *всех* точках среды с фактором локального растяжения $a(t) \cdot a_{ij}(\vec{x})$, где $a = a(t)$ и $a_{ij}(\vec{x})$ — гладкие непрерывные функции класса C^2 .

Действительно, полагая по определению

$$H_i^j \equiv \dot{a}_{ik} a^{kj},$$

где a_{ij} и a^{ij} — прямая и обратная симметричные положительно определенные матрицы, получаем из (I.3.2)

$$H_i^j = H\delta_i^j : \quad a_{ij} = a(t) \cdot a_{ij}(\vec{x}), \quad (I.3.5)$$

$$a = \exp\left(\int H dt\right), \quad (I.3.6)$$

что соответствует квадрату интервала между точками среды в следующем виде:

$$ds^2 = dt^2 - a^2 g_{ij} dx^i dx^j, \quad (I.3.7)$$

$$g_{ij} = g_{ij}(\vec{x}) = a_{ik} a_{lj} \delta^{kl}$$

(здесь символ Кронекера появился из уравнения (I.3.5)).

Верно и обратное. Предполагая (I.3.7), получаем, что собственное расстояние между близкими точками среды, разделенными координатами δx^i на гиперповерхности $t = \text{const}$ равно $\delta r_i = a(t) a_{ij}(\vec{x}) \delta x^j$. Дифференцируя по времени, получаем закон расширения в форме (I.3.2), где $H = \dot{a}/a$. Таким образом, формулы (I.3.2) и (I.3.7) эквивалентны. Они описывают локально изотропное и однородное пространство с *однородным* распределением материи и хаббловским течением, в конечной окрестности любой точки которого выполняется *линейный* закон сложения скоростей. При переходе из одной области пространства в другую надо переопределять правило сложения расстояний с учетом функций g_{ij} .

Действительно, пусть g_{ij} это аналитические функции класса C^ω , которые можно разложить в ряд Тейлора в конечной окрестности произвольной точки:

$$g_{ij}(\vec{x}) = c_{ij} + k_0 c_{ijk} x^k + \frac{1}{2} k_0^2 c_{ijkl} x^k x^l + \dots, \quad (I.3.8)$$

где коэффициенты $k_0, c_{ij} \dots$ зависят от выбора точки, которую в данном случае мы совместили с $\vec{x} = 0$, а k_0^{-1} — масштаб вариации следа g_{ii} , или радиус сходимости $k_0 |\vec{x}| < 1$, в пределах которого первый член ряда c_{ij} больше всей остальной суммы. Поскольку речь идет о форме $g_{ij} dx^i dx^j$, то с помощью надлежащего выбора координат всегда можно привести c_{ij} к виду $c_{ij} = \delta_{ij}$ и оставить лишь не исчезающие коэффициенты $c_{ijk} \dots$. Тогда выражение (I.3.8) сводится к

$$g_{ij}(\vec{x}) = e^{-2q_0} (\delta_{ij} - 2\mathfrak{S}_{ij}), \quad (I.3.9)$$

где неприводимые скаляр $q_0 = q(\vec{x})$ и тензор $\mathfrak{S}_0 = \mathfrak{S}_{ij}(\vec{x})$ зависят от \vec{x} и равны нулю при $\vec{x} = 0$, значок «0» в индексе относится к поздней Вселенной³⁾.

Назовем окрестность $|x| < k_0^{-1}$ с хаббловским течением материи фридмановской областью или *миром*: внутри этой области выполняется линейный закон сложения скоростей. Согласно (I.3.9), величина $q(\vec{x})$ определена с точностью до аддитивной постоянной, однако разность ее значений между удаленными точками может быть сколь угодно большой. Обычно полагают,

³⁾ При последовательном вычислении в правую часть (I.3.9) следует также включить скалярное B_{ij} и векторное $\xi_{(i,j)}$ слагаемые, зависящие от \vec{x} . Однако оба эти члена нефизичны и могут быть убраны с помощью координатных преобразований, см. (I.4.1). Очевидно, векторная мода, как и падающие ветви скалярной и тензорной мод возмущений, несовместима с изотропным расширением (I.3.5). Напротив, растущие ветви S и T мод геометрических неоднородностей консервируются в форме (I.3.7) на больших масштабах и не нарушают хаббловский закон расширения (I.3.5) в главных порядке по q и \mathfrak{S} . Именно эти «замороженные» гравитационные потенциалы сохраняются в ранней Вселенной и являются зародышами космологической структуры, тогда как векторная и падающие моды затухают и становятся пренебрежимо малыми к началу эпохи образования галактик.

что средняя величина q_0 в наблюдаемом объеме равна нулю. Тогда отклонения $q(\vec{x})$ от нуля возрастают с увеличением расстояния от наблюдателя, и границы фридмановского мира определяются условием

$$|q(k_0^{-1})| \sim 1. \quad (I.3.10)$$

Этот размер заведомо больше радиуса внешней кривизны ($k_0 \ll H_0$), поскольку согласно астрономическим данным по крупномасштабной анизотропии реликтового излучения на хаббловском расстоянии

$$q_H = |q(H_0^{-1})| \sim 10^{-4}. \quad (I.3.11)$$

Таким образом, из наблюдений следует, что видимая Вселенная находится внутри фридмановского мира и $|q(\vec{x})| \ll 1$ в масштабах наблюдательной космологии⁴⁾.

В функциях $q(\vec{x})$ и $\mathfrak{S}(\vec{x})$ закодирована информация о геометрии и структуре Вселенной: анизотропии реликтового излучения (q_0 и \mathfrak{S}_0) и зародышах будущих галактик (только q_0). Градиент и лапласиан поля q_0 определяют, соответственно, локальные отклонения движения вещества от хаббловского потока (вектор смещения) и пространственную кривизну мира (возмущение плотности). Мы видим, что наблюдаемая Вселенная *детерминирована*, а движения в ней могут рассматриваться в рамках задачи Коши. Имея динамические уравнения, мы получаем причинно-следственную цепочку событий, полностью вытекающую из *начальных космологических условий*. Это и обуславливает космологическую *стрелу времени*⁵⁾.

4. Структура Вселенной

Наблюдаемая структура Вселенной, образуемая галактиками и их распределением в пространстве и времени является результатом совместного действия двух факторов: наличия затравочного скалярного поля возмущений кривизны и роста неоднородностей плотности во времени.

⁴⁾ Для получения соотношения (I.3.11) воспользуемся формулой Сакса—Вольфа для крупномасштабной анизотропии реликтового излучения (см. (I.5.45), (I.5.46))

$$\delta_{TSW} = q_{HZ}/5 \simeq 10^{-5}$$

и оценим q_H с помощью спектрального интеграла (см. (I.4.72)):

$$\langle q_H^2 \rangle = \int_{H_0}^{\infty} q_k^2 \frac{dk}{k} \sim q_{HZ}^2 \ln \left(\frac{k_{\text{eq}}}{H_0} \right) \simeq (2q_{HZ})^2 \simeq 10^{-8},$$

где $q_{HZ} = q_{k \sim H_0}$ — это крупномасштабный спектр Харрисона—Зельдовича, $k_{\text{eq}} = \bar{H}_{\text{eq}} \simeq 0,01 \text{ Мпк}^{-1}$ — масштаб горизонта на момент равенства плотностей излучения и вещества.

⁵⁾ Однако в отдельных областях пространства-времени, где важны *нелинейные* и квантовые эффекты, стрела времени может разрушаться, например, в черных дырах или кротовых норах.

В настоящее время имеется целый ряд независимых свидетельств того, что галактики возникли из малых неоднородностей плотности. В первую очередь это измерения реликтового излучения, позволяющие реконструировать распределение барионов в эпоху рекомбинации, и данные по первичному нуклеосинтезу, обеспечившему распространённость легких химических элементов в согласии с однородной моделью Фридмана. Из карты реликтового излучения (см. рис. 4) видно, что в ранней Вселенной не было галактик и возмущения плотности составляли величину $\sim 10^{-5}$.

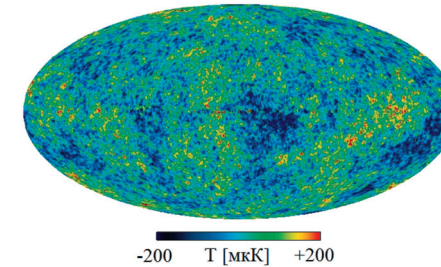


Рис. 4. (Цветную версию см. на вклейке, стр. 458) Карта анизотропии температуры реликтового излучения на сфере последнего рассеяния $z = 1100$ (по данным [12])

Совместный анализ наблюдательных данных по распределению галактик и анизотропии реликтового излучения позволил отделить информацию о начальных условиях и условиях развития. Это положило начало *независимым* исследованиям физики ранней и поздней Вселенной.

Действительно, мы располагаем *двумя* «фотографиями» поля космологических неоднородностей в разные эпохи его существования: догалактической (карта анизотропии реликтового излучения, см. рис. 4) и современной (трехмерное распределение галактик, например, в каталоге SDSS, см. рис. 5). Опираясь на эти данные и зная законы развития гравитационной неустойчивости, мы можем восстановить спектр начальных возмущений в ранней Вселенной и вычислить значения космологических параметров, определивших динамику роста контраста плотности в поздней Вселенной. На рис. 6 представлен восстановленный таким образом спектр возмущений плотности, экстраполированный к $z = 0$ в соответствии с линейной эволюцией возмущений плотности. Численные значения параметров ранней и поздней Вселенной выписаны в табл. 1.

Геометрические параметры ранней Вселенной находятся путем сравнения теоретически вычисленных спектров космологических возмущений с наблюдательными данными. Для описания геометрии можно пользоваться теорией возмущений, поскольку имеется малый параметр — начальная амплитуда космологических неоднородностей ($\sim 10^{-5}$). В нулевом порядке по этому параметру вселенная фридмановская и описывается единственной функцией времени — масштабным фактором $a(t)$. Первый порядок устроен

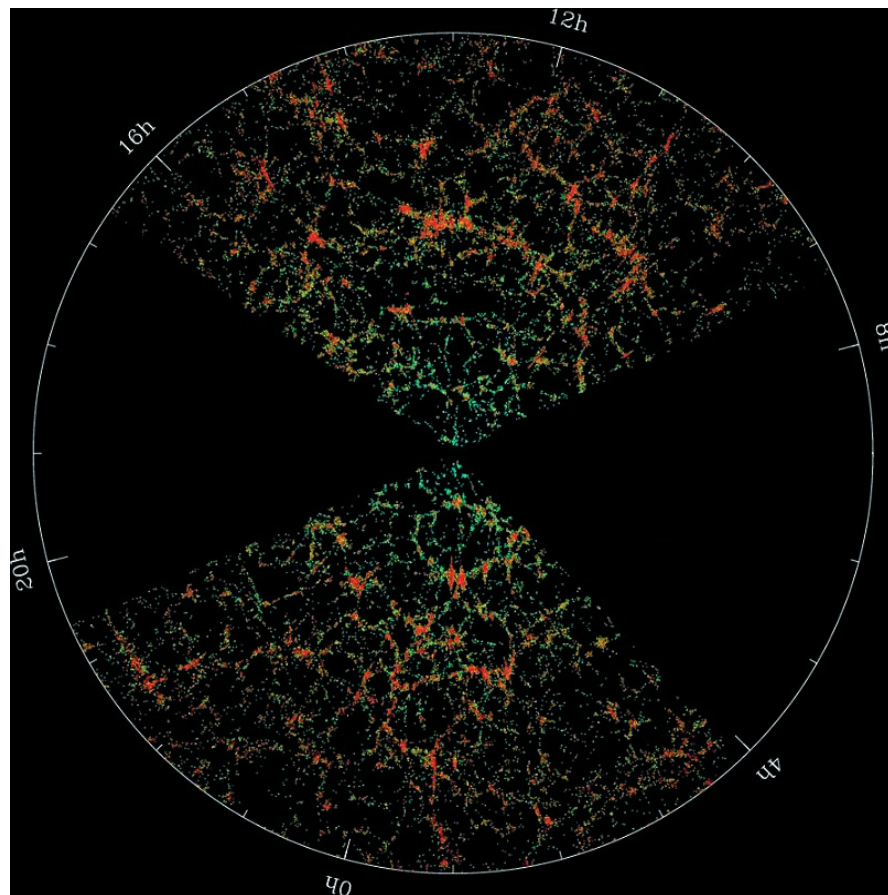


Рис. 5. (Цветную версию см. на вклейке, стр. 458) Всерный срез распределения галактик в пространстве по данным каталога SDSS (<http://www.sdss.org>). Глубина галактического каталога 600 Мпк, ширина среза $2,5^\circ$, по внешней окружности обозначено прямое восхождение галактик

несколько сложнее: возмущения метрического тензора распадаются на сумму трех независимых мод — скалярную $S(k)$, тензорную $T(k)$ и векторную $V(k)$, каждая из которых характеризуется спектральной функцией волнового числа k . В последующих порядках новых свободных функций не возникает, если не будут обнаружены признаки негауссовости и/или изометрические добавки в начальном поле неоднородностей.

Таким образом, вся геометрия может быть описана с помощью четырех функций — $a(t)$, $S(k)$, $T(k)$ и $V(k)$, из которых нам сегодня известны первые две (в некоторых областях определения). Теория предсказывает заметную

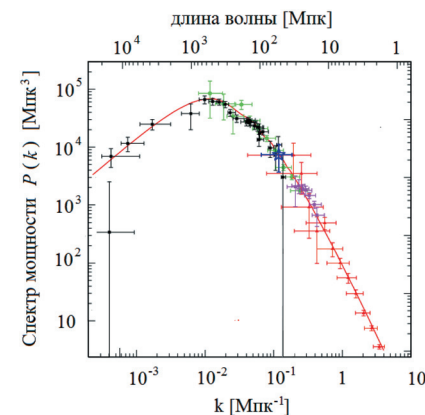


Рис. 6. (Цветную версию см. на вклейке, стр. 459) Спектр $P(k)$ линейных возмущений плотности в послерекombинационной Вселенной, восстановленный из наблюдательных данных и экстраполированный к современной эпохе (по работе [17])

Таблица 1

Значения космологических параметров в порядке убывания точности их определения (от долей процента до 10 %)

температура реликтового излучения T [K]	2,726
полная плотность Вселенной Ω	1
плотность барионов $\Omega_b h^2$	0,023
плотность темной материи $\Omega_M h^2$	0,12
наклон S-спектра n (при $T=0$)	0,96
постоянная Хаббла $h = H_0/100$ [км/с/Мпк]	0,7
плотность материи $\Omega_m = \Omega_b + \Omega_M$	0,28
плотность темной энергии Ω_E	0,72
оптическая толща реионизации τ_{r}	0,08
отношение спектров мощности T/S	< 0,1
плотность нейтрино Ω_ν	< 0,02

амплитуду тензорной моды и ничтожно малую векторную моду, что также требует экспериментальной проверки.

Рассмотрим нулевой порядок геометрии. Рис. 7 демонстрирует историю масштабного фактора Вселенной как функцию радиуса внешней кривизны на всем интервале изменения $H_0 < H < M_p$. Степенной наклон функции a по аргументу H^{-1} равен

$$\gamma^{-1} \equiv -\frac{d \ln a}{d \ln H},$$

что легко позволяет различать участки с инфляционной ($\gamma < 1$) или замедленной ($\gamma > 1$) динамикой расширения.

За все время эволюции по законам радиационной динамики «г» ($\gamma = 2$) изменение масштабного фактора не превысило 30 порядков. Это значит, что наблюдаемый размер Вселенной, характеризуемый большим безразмерным числом $(H_0 \ell_p)^{-1} \sim 10^{60}$, не может быть объяснен, если не предполагать наличия инфляционной стадии Большого взрыва «В» ($\gamma < 1$), предшествовавшей радиационно-доминированному этапу расширения. В начале г-стадии космологические масштабы структуры находились в причинно-несвязанных областях пространства⁶⁾ — справа от кривой на рис. 7. В этом легко убедиться, если поменять местами координатные оси и рассмотреть историю соревнования двух масштабов a/k и H^{-1} в пространстве красных смещений.

Перейдем к первому порядку геометрии. Под действием внешнего переменного потенциала $a(t)$ возмущения кривизны спонтанно рождаются параметрическим образом из вакуумных флуктуаций метрики. Наблюдательные данные прямо указывают на квантово-гравитационный эффект рождения космологических возмущений⁷⁾. Возникающие таким образом поля имеют четыре характерных признака:

- * случайная пространственная фаза,
- * гауссова статистика,
- * выделенная временная фаза (растущая ветвь),
- * ненулевая амплитуда гравитационных волн.

⁶⁾ Удобно исследовать эволюцию масштабов в конформных координатах (η, \vec{x}) , где мировые линии света наклонены под углом 45° к оси абсцисс η :

$$x = \eta + \text{const}, \quad \eta = \int \frac{dt}{a} = \eta_0 - \int_0^z \frac{dz}{H}$$

(x — координатное расстояние, проходимое светом). При $\gamma = 1$ ($a \propto t$) аффинный параметр η изменяется от минус до плюс бесконечности (интеграл расходится на обоих пределах), и световые геодезические тождественны световым в пространстве Минковского. При замедленном расширении ($\gamma > 1$) интеграл сходится на нижнем пределе и световой конус прошлого ограничен: точки материи $x = \text{const}$ причинно не связаны друг с другом в прошлом. При ускоренном расширении ($\gamma < 1$) интеграл сходится на верхнем пределе и ограничен световой конус будущего: точки материи $x = \text{const}$ оказываются со временем в причинно-несвязанных областях пространства.

⁷⁾ Тем самым, крупномасштабная структура Вселенной является примером решения проблемы измеримости в квантовой теории поля.

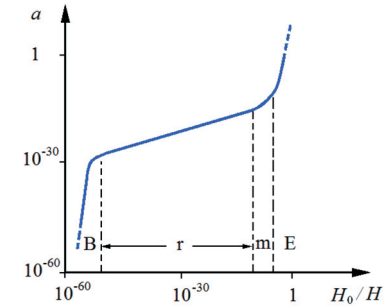


Рис. 7. Масштабный фактор Вселенной a как функция нормированного хаббловского радиуса H_0/H . Буквами отмечены эпохи Большого взрыва (В), доминирования радиации (г), материи (m) и темной энергии (E). Степенной наклон $\gamma^{-1} \equiv -d \ln a/d \ln H$ больше единицы на стадиях инфляции В и E, и меньше единицы на радиационной г и материальной m стадиях

Первые три из них уже подтверждены наблюдениями (в пределах экспериментальной точности). Четвертый — на повестке дня.

Температурный спектр анизотропии реликтового излучения (см. рис. 8) свидетельствует о том, что затравочные возмущения кривизны для образования крупномасштабной структуры Вселенной находились в эпоху рекомбинации в *причинно-несвязанной* зоне и были *синхронизованы* во времени. Модуляционная составляющая спектра реликтового излучения с процентной точностью соответствует растущей эволюционной ветви S-моды в *плоской* модели Фридмана⁸⁾:

$$q \propto \frac{\sin \kappa}{\kappa}, \quad \kappa \simeq \frac{k \eta_{\text{rec}}}{\sqrt{3}}. \quad (\text{I.3.12})$$

Анализ мелкомасштабной зоны карты РИ (см. рис 4) подтверждает ее гауссовость на высоком уровне достоверности (доля возможной негауссовой примеси ограничена сверху десятой долей процента).

Четвертый пункт списка имеет решающее значение для полного и окончательного подтверждения теории параметрического происхождения мод возмущений. В рамках теории величина Т-моды ничем не дискриминирована: во многих моделях предсказываются *значительные* амплитуды гравитационных волн, которые могут быть обнаружены с помощью уже имеющихся инструментальных возможностей. Подчеркнем, что речь здесь идет о наблюдательном подтверждении именно *квантово-гравитационной теории* происхождения возмущений, а не о моделях инфляции.

Галактики и другие астрономические объекты образовались в результате развития *скалярной* моды возмущений. Анизотропия и поляризация релик-

⁸⁾ Так как $\delta_b \propto \dot{q}$, то масштабы первых пиков в спектре реликтового излучения определяются из условий $\kappa_p \simeq \pi p$ откуда получаем их угловую проекцию на сфере последнего рассеяния, мультипольный индекс $l_p = k \eta_0 \simeq 200p$, где $p = 1, 2, \dots$.

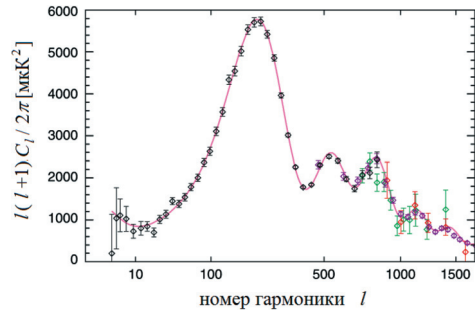


Рис. 8. (Цветную версию см. на вклейке, стр. 459) Спектр анизотропии реликтового излучения [15]

тового излучения возникли задолго до галактик в результате воздействия на распределение фотонов *всех трех мод* космологических возмущений. Так как сумма $S + T + V \simeq 10^{-10}$ фиксирована величиной анизотропии реликтового излучения (значение V дается на момент рекомбинации), получаем наблюдательное ограничение величины T -моды в нашей Вселенной⁹⁾:

$$r \equiv \frac{T}{S} < 0,1. \quad (I.3.13)$$

В случае, если бы это неравенство было нарушено, величина возмущений плотности оказалась бы недостаточной для образования галактик. Сам факт их существования означает, что в нашем мире моды T и V подавлены.

Как теория отвечает на поставленный вопрос?

Теория параметрического эффекта предсказывает универсальный результат ($\beta = 1$):

$$r \simeq \frac{(2 - \gamma) H^2}{M_P^2}, \quad r = 4\gamma \simeq -2n_T, \quad (I.3.14)$$

откуда с учетом (I.3.13) получаем ограничения на параметры Вселенной в эпоху генерации возмущений:

$$H < 10^{14} \text{ ГэВ}, \quad (I.3.15)$$

$$E \simeq \sqrt{M_P H} < 10^{16} \text{ ГэВ}, \quad (I.3.16)$$

$$\gamma < 0,02. \quad (I.3.17)$$

Последнее равенство свидетельствует о том, что Большой взрыв носил инфляционный характер ($\gamma < 1$). Этот аргумент в пользу инфляционного Большого взрыва совершенно независим от аргументов, связанных с геометрией нулевого порядка (большая вселенная, непричинность и др.).

⁹⁾ Отметим, что в ряде обзоров и монографий по историческим причинам буквой r обозначена величина, в четыре раза превышающая определение T/S .

Очевидно, одного знания S -моды и ограничения (I.3.13) еще недостаточно для определения *двух* спектральных параметров H и γ в эпоху генерации возмущений. Только обнаружение T -моды даст информацию об энергетическом масштабе и γ -параметре Большого взрыва.

Для более эффективного ограничения спектральных параметров необходимо привлекать априорную информацию, например, рассмотреть простейшие динамические модели ранней Вселенной и сопоставить их спектры с наблюдаемыми. В практическом плане достаточно ограничиться моделями, в которой в качестве инфлатона выступает скалярное поле с потенциальной энергией $V(\varphi) \geq 0$ и классифицировать разные формы этого потенциала.

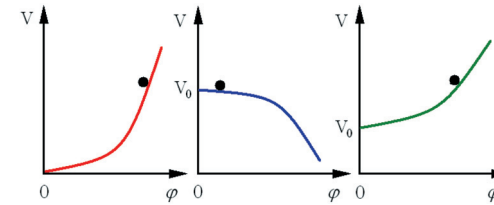


Рис. 9. Три класса инфляционных потенциалов $V(\varphi)$. Слева направо: инфляция на больших полях, на малых полях, Λ -инфляция

Рис. 9 иллюстрирует классификацию типов инфляций по соответствующим им классам потенциалов:

* инфляция на больших полях

$$V'' > 0, \quad V(0) = 0 \quad (I.3.18)$$

(характерный пример: $V(\varphi) \propto \varphi^p$);

* инфляция на малых полях

$$V'' < 0 \quad (I.3.19)$$

(характерный пример: $V(\varphi) = V_0[1 - (\varphi/\varphi_c)^p]$);

* Λ -инфляция

$$V'' > 0, \quad V(0) > 0 \quad (I.3.20)$$

(характерный пример: $V(\varphi) = V_0[1 + (\varphi/\varphi_c)^p]$).

Имеющиеся наблюдательные данные позволяют значимо ограничить спектральные параметры n и r . Что касается величины n_T , то она находится пока в зоне погрешности измерений. Рис. 10 представляет теоретически рассчитанные значения n и r для спектров космологических возмущений, генерируемых в вышеперечисленных классах инфляций. Линия между зеленой и синей зонами соответствует спектрам экспоненциальной инфляции ($V \propto \exp(p\varphi)$), а линия между красной и зеленой областями — инфляции на линейном потенциале ($V \propto \varphi$).[†]

Рис. 11 иллюстрирует наблюдательные ограничения в плоскости $n - r$. Белые и черные точки соответствуют предсказаниям инфляционных моделей

[†] Просим переформулировать подпись к рис. 10 в связи с ч/б гаммой рисунка

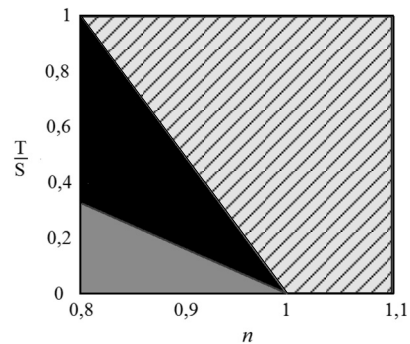


Рис. 10. Соотношения между амплитудой первичных гравитационных волн T/S и наклоном спектра возмущений плотности n для трех основных классов инфляционных потенциалов, см. (I.3.18)–(I.3.20). Зеленая область — инфляция на больших полях, красная — на малых, синяя — Λ -инфляция

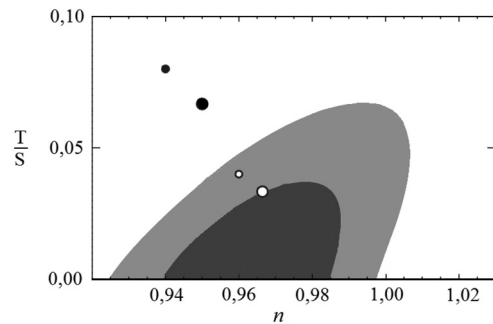


Рис. 11. Разрешенные значения T/S и n (серая область) по данным наблюдений WMAP [14]. Внешняя граница соответствует уровню достоверности 95 %, белые точки — предсказания инфляционной модели на массивном скалярном поле

на массивном скалярном поле ($V \propto \varphi^2$) и поле с самодействием ($V \propto \varphi^4$, см. зеленый сектор на рис. 10). Для больших точек $N = 50$, а для малых $N = 60$. Мы видим, что единственный не закрытый пока пример степенной инфляции — это массивное скалярное поле с потенциалом $V = m^2 \varphi^2 / 2$, тогда как модели с более высокими показателями $p > 1$ не удовлетворяют наблюдениям.

Остаются еще разрешенные области и у других эволюционных сценариев (ср. рис. 10 и рис. 11). При этом возможны пока любые наклоны генерируемых спектров возмущений плотности, как красные ($n < 1$), так и синие ($n > 1$). Тем не менее, допустимые значения n оказываются сильно коррелированными с величиной параметра g .

5. Темная материя

Наши знания о поздней Вселенной достаточно полны: мы имеем подтвержденную наблюдениями теорию образования и развития структуры, знаем состав материи и основные космологические параметры (см. табл. 1). Однако имеющиеся данные не позволяют пока однозначно судить о происхождении компонент материи (барионной асимметрии, темной материи, темной энергии).

Знание состава материи во Вселенной — это без преувеличения блестящее достижение астрономии второй половины XX века. Где и в каких формах находится материя во Вселенной?

Светящаяся компонента вещества наблюдается в виде звезд, собранных в галактики разных масс и светимостей, в виде горячего газа в скоплениях галактик (температура газа достигает несколько кэВ в зависимости от массы скопления), а также в виде облаков молекулярного и ионизованного газа в галактиках (здесь температура варьируется от сотых долей до эВ). Однако доля всех барионов, попавших в видимые звезды, не превышает 10 %, а газовая фракция барионов, наблюдаемая в дисках галактик, группах и скоплениях достигает 10–20 %.

Основная часть барионов (не менее 50 %) находится в состоянии разреженного межгалактического газа с температурой 0,01–0,1 кэВ, а также (до 10–15 %) в форме массивных компактных объектов — черных дыр, нейтронных звезд, белых, красных, коричневых и др. карликов, планет и астероидов различных масс. Поскольку эти барионные системы обладают низкой светимостью, за ними закрепилось название *темные барионы*.

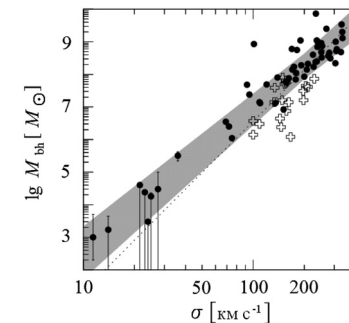


Рис. 12. Масса центральной черной дыры M_{bh} как функция дисперсии скорости σ звезд галактического балджа (по данным [11])

В центральных областях ядер галактик находятся сверхмассивные черные дыры, чья масса составляет тысячную долю массы ядра (балджа) хозяйской галактики:

$$M_{bh} \simeq 10^8 \left(\frac{\sigma}{200 \text{ км/с}} \right)^4 M_{\odot}, \quad (\text{I.3.21})$$

где $\sigma = (\overline{v^2})^{1/2}$ — дисперсия скоростей звезд в галактическом балдже.

Рис. 12 демонстрирует эту зависимость в диапазоне масс черных дыр от 10^3 до $10^{10} M_{\odot}$.

Самые маленькие из числа массивных¹⁰⁾ черных дыр ($M_{\text{bh}} \sim 10^2 - 10^3 M_{\odot}$) живут в центрах шаровых звездных скоплений. Характерные массы черных дыр, находящихся в центральных областях больших галактик¹¹⁾, порядка $10^7 - 10^9 M_{\odot}$. Самые большие дыры живут в ядрах старых эллиптических галактик, их массы могут достигать значений $\sim 10^{10} M_{\odot}$. Еще более массивные дыры во Вселенной образоваться не успели. Повсеместно в галактиках существует много малых черных дыр (остатков массивных звезд), их совокупная масса оценивается менее надежно и близка к 0,1% от полной барионной массы галактики.

Количество компактных темных объектов в гало нашей Галактики также невелико. С помощью экспериментов по микролинзированию удалось выяснить, что полная масса компактных объектов не превышает 15% всей массы гало (см. рис. 8). Остальное приходится на частицы темной материи небарионной природы.

О существовании небарионной темной материи (ТМ) имеется множество свидетельств, начиная с работ 30-х гг. XX века по исследованию дисперсии скоростей галактик в скоплениях. Восстановленная по величине дисперсии скоростей (в предположении о гидростатическом равновесии галактик) масса скоплений оказывалась в десятки раз больше, чем суммарная масса звезд галактик. Дальнейшие исследования выявили высокие пекулярные скорости галактик в сверхскоплениях, которые также требуют огромных масс в сверхскоплениях, в десятки и сотни раз превышающих суммарную массу звезд.

Следующим по времени (но не по важности) аргументом в пользу существования темной материи стало открытие плоских кривых вращения у большинства спиральных галактик (см. рис. 12, рис. 13). Длительное существование диска и его спирального узора возможно только при наличии сфероидального гало галактики, стабилизирующего погруженный в него вращающийся диск.

Наиболее надежное определение полных масс скоплений галактик произошло в 80-е годы XX века. Измеренные различными способами (по температуре рентгеновского газа в скоплениях и по гравитационному линзированию удаленных галактик фона близлежащими скоплениями) величины

¹⁰⁾ Альтернативой массивным дырам являются черные дыры звездных масс ($M_{\text{bh}} < 100 M_{\odot}$), образующиеся при коллапсе ядер массивных звезд на конечной стадии их эволюции. Более массивные черные дыры являются результатом слияний менее массивных дыр и аккреции вещества на них в плотных компактных галактических подсистемах, например, в шаровых или центральных звездных скоплениях. Вопрос о происхождении сверхмассивных черных дыр отсылает нас к эпохе образования первых звезд во Вселенной ($z \sim 10 - 20$) и до конца пока не прояснен.

¹¹⁾ В центре нашей Галактики находится черная дыра умеренной массы $4 \cdot 10^6 M_{\odot}$.

определяемой массы скопления галактик совпали друг с другом, в результате чего скептики, сомневавшиеся в существовании ТМ, сдали свои позиции.

По итогам проведенных в XX веке исследований на саκραментальном вопросе о том, где во Вселенной находится небарионная темная материя, был получен ясный и недвусмысленный ответ: *небарионная темная материя находится в гравитационно-связанных системах (гало)*.

Как и барионы, частицы ТМ — это *нерелятивистские* частицы, их скорость движения много меньше скорости света. Основное различие между темной и обычной материей состоит в том, что частицы ТМ являются *слабовзаимодействующими* и не могут диссипировать, как барионы. В результате, барионы радиационно остывают и оседают к центрам галактических гало, достигая там вращательного равновесия и образуя диски с характерными размерами ~ 10 кпк. Частицы ТМ не могут также быстро терять свою энергию и остаются в гало с типичным масштабом ~ 200 кпк, распределенные вокруг видимого вещества галактик. Наблюдения показывают, что вся темная материя входит в состав гравитационно-связанных гало и основная доля массы всех гало находится в диапазоне $5 \cdot 10^{11} - 5 \cdot 10^{13} M_{\odot}$, что соответствует массивным галактикам и группам галактик. Численное моделирование процессов формирования нелинейной структуры во Вселенной подтверждает эти выводы.

Интересен вопрос, существует ли фракция рассеянной темной материи, по аналогии с межгалактическим газом. Ответ известен. «Неучтенного» темного вещества нет: практически вся ТМ (более 90%) входит в гравитационно-связанные системы.

Эту ситуацию можно сопоставить с определением полного количества барионов. Мы знаем сколько всего материи во Вселенной и сколько барионов по спектру анизотропии реликтового излучения (а именно, по положению, глубине и форме модуляционной части спектра, см. рис. 8). А далее сопоставляем определенное по РИ полное количество материи с наблюдаемой динамической массой, входящей в нелинейную структуру Вселенной. Эти две оценки для ТМ совпадают¹²⁾ с текущей точностью лучше 10%. Отме-

¹²⁾ В точной формулировке следует говорить об ограничении по анизотропии РИ комбинаций параметров $\Omega_m H_0^2$ и $\Omega_b H_0^2$, входящих в правую часть уравнения Фридмана. Анализируя галактические каталоги, мы определяем усеченную комбинацию $\Omega_m H_0$, задающую характерный масштаб пространственного распределения галактик: $k_{\text{eq}} \propto \Omega_m H_0^2 [\text{Мпк}] \propto \Omega_m H_0 [\text{км с}^{-1}]$. Одна степень H_0 уходит в размерность, поскольку *радиальные расстояния* в космологии измеряются в единицах *скорости* с помощью красных смещений галактик. Сопоставление двух измеряемых величин $\Omega_m h^2 \simeq 0,14$ и $\Omega_m h \simeq 0,2$ дает «канонические» значения космологических параметров стандартной модели $\Omega_m \simeq 0,28$ и $H_0 \simeq 70$ км/с/Мпк (точность порядка 10%, см. табл. 1). Для дополнительной проверки параметра плотности Ω_m необходимо привлекать независимые данные по измерению постоянной Хаббла H_0 . Это часто встречаемая в космологии ситуация называется проблемой вырождения параметров: общее пространство космологических параметров, даже если нас интересует только один из них, можно эффективно ограничить только при достаточно большом количестве имеющихся физически различных и независимых экспериментальных данных (как минимум, более числа самих параметров, а в стандартной модели их более десятка, см. табл. 1).

Таблица 2

Кандидаты в частицы темной материи

кандидат	масса
гравитоны	10^{-21} эВ
аксионы	10^{-5} эВ
стерильные нейтрино	10 кэВ
зеркальное вещество	1 ГэВ
массивные частицы	100 ГэВ
сверхмассивные частицы	10^{13} ГэВ
монополи и «дефекты»	10^{19} ГэВ
первичные черные дыры	$10^{-16} - 10^{-7} M_{\odot}$

тим, что для барионного вещества такое сравнение не проходит, поскольку оно динамически пассивно: его в пять раз меньше, чем ТМ. Для барионов независимую экспертизу обеспечивает первичный нуклеосинтез.

Итак, развитие астрономии увенчалось блестящим доказательством того, что полная плотность нерелятивистской материи во Вселенной не превышает трети критической плотности Вселенной:

$$\Omega_m \equiv \frac{\rho_m}{\rho_c} \lesssim 0,3. \quad (I.3.22)$$

При этом доля барионов составляет только шестую часть полного бюджета нерелятивистской материи.

В стандартной модели элементарных частиц нет подходящих по свойствам кандидатов в частицы ТМ. Современной физике известны три поколения лептонов (электрон, мюон, тау-лептон и их нейтрино), три пары кварков (u , d , c , s , t и b), античастицы к каждой из частиц и переносчики взаимодействий (фотоны, W^{\pm} и Z бозоны, глюоны). Частицы ТМ следует искать в расширенных (гипотетических) моделях элементарных частиц. Список возможных кандидатов приведен в табл. 2 в порядке возрастания массы.

В силу принципа эквивалентности частицы движутся в гравитационном поле независимо от их массы. Поэтому масса частицы ТМ остается пока неизвестной¹³⁾. Тем не менее мы знаем, что частица ТМ — стабильная, электрически нейтральная и слабодействующая.

¹³⁾ Тогда как плотность темной материи хорошо известна из астрономических данных. Например, в окрестности Солнечной системы средняя плотность ТМ порядка плотности барионного вещества и составляет величину $0,3 \text{ ГэВ см}^{-3}$, что на пять порядков превышает критическую плотность Вселенной.

Большинство перечисленных в табл. 2 кандидатов никогда не находились в тепловом равновесии с излучением в ранней Вселенной. Исключением является нейтралино — гипотетическая частица с массой в ~ 100 ГэВ, возникающая в минимальной суперсимметричной теории. Ее можно назвать *фотон* суперсимметричного блока частиц. Вычисляемая концентрация нейтралинного гало Галактики на радиусе орбиты Солнца соответствует одной частице на объем чашки чая.

Поиск частиц ТМ ведется как на больших ускорителях, так и в подземных детекторах по регистрации событий их упругого рассеяния на ядрах вещества. Интересным следствием существования частиц ТМ является возможность наблюдения продуктов их аннигиляции (в том случае, если частица тождественна своей античастице, как фотон) в местах повышенной плотности, например, в ядре Галактики. Частицы типа нейтралино могут образовывать мини-гало с массами вплоть до массы Земли и размером с Солнечную систему. Существование таких гипотетических мини-гало определяется малоизученной коротковолновой частью спектра мощности возмущений плотности $P(k)$ (см. рис. 6).

Динамику мини-гало ТМ в Галактике легко рассчитать: они частично разрушаются приливными силами из-за столкновений со звездами, однако большая их часть выживает и перемещается в галактическом гало подобно компактным объектам. Это означает, что Земля может оказаться в остатках подобных мини-гало. Оценки показывают, что вероятность такого события достаточно высока и может достигать десятка процентов. При этом фактор возрастания плотности частиц ТМ в окрестности Земли по отношению к среднему галактическому фону достигает нескольких десятков, что сильно повышает возможность детектирования ТМ в экспериментах как по упругому рассеянию, так и по аннигиляции. Все это вселяет оптимизм в возможность обнаружения природы ТМ уже в ближайшее время.

Загадка происхождения темной материи пока не раскрыта, однако у нас есть два косвенных аргумента в пользу того, что ее рождение в ранней Вселенной было связано с возникновением барионной асимметрии.

Первый состоит в том, что отношение барионной плотности к полной плотности темной материи $\sim 1/5$ и не зависит от времени. Это означает, что таким же это соотношение было и в эпоху образования ТМ и барионной асимметрии.

Второй аргумент связан с совпадающими масштабами пространственных распределений барионов и темной материи. Барионный масштаб — это масштаб первого звукового колебания на сфере последнего рассеяния, совпадающий со звуковым горизонтом на начало рекомбинации k_{rec} . Масштаб ТМ — это хаббловский радиус на момент равенства плотностей излучения и материи k_{eq} . Удивительный экспериментальный факт состоит в том, что два этих масштаба, обусловленные совершенно разными физическими процессами в нашей Вселенной, совпадают.

Все это свидетельствует о том, что обе компоненты материи — темная и барионная — были каким-то образом связаны с излучением и друг с другом в эпоху их генерации в ранней Вселенной.

6. Физика частиц

Двигаясь назад по времени, мы приходим к эпохе первичного нуклеосинтеза, описываемой хорошо нам известной ядерной физикой. Характерная температура плазмы в то время составляла ~ 100 кэВ и была близка к массе электрона.

При энергиях больших, чем МэВ, количество электронов (и позитронов) во Вселенной сопоставимо с числом фотонов. Пока температура плазмы выше массы электрона, электроны и позитроны можно считать «безмассовыми» — процессы рождения и аннигиляции электрон-позитронных пар идут в одинаковом темпе:



При температуре ниже 511 кэВ рождение пар подавлено пороговым условием. В результате ниже порога большая часть энтропии электронов и позитронов перекачивается в излучение и его полная энтропия почти утраивается¹⁴:

$$T_\gamma = \left(\frac{11}{4}\right)^{1/3} T_\nu, \quad n_\gamma = \frac{11}{3} n_\nu = 5,5 \left(\frac{T_\gamma}{K}\right)^3. \quad (I.3.24)$$

Одновременно с перекачкой энтропии идет процесс нуклеосинтеза, аналогичный тому, что протекает в звездах. Специфика *первичного* нуклеосинтеза состоит в том, что он идет в условиях убывающей температуры и падающей концентрации частиц: $T \propto a^{-1}$, $\rho_b \propto a^{-3}$.

Почему эти процессы преобразования вещества и излучения и первичный нуклеосинтез идут одновременно? Причина в том, что разница между массами нейтрона и протона и дефект масс образующихся ядер того же порядка, что и масса электрона. Поэтому, как только температура становится меньше МэВ, равновесная концентрация нейтронов по отношению к протонам падает $\sim \exp(-\Delta m/T)$, где $\Delta \equiv m_n - m_p = 1,3$ эВ. Удивительно, но в это же время происходит *закалка* числа нейтронов относительно протонов: они перестают взаимодействовать с другими частицами и становятся свободными (см. рис. 13). Это происходит потому, что концентрация частиц уменьшается настолько, что нейтрон не успевает найти необходимого партнера, чтобы превратиться обратно в протон.

¹⁴ С учетом ферми-статистики электронов и позитронов, энтропия излучения увеличилась в $1 + 2 \cdot (7/8) = 11/4$ раза. Каждая из этих частиц, как и левосторонние нейтрино, имеет по две степени свободы. Напомним, что первоначально температуры излучения и нейтрино были одинаковы.

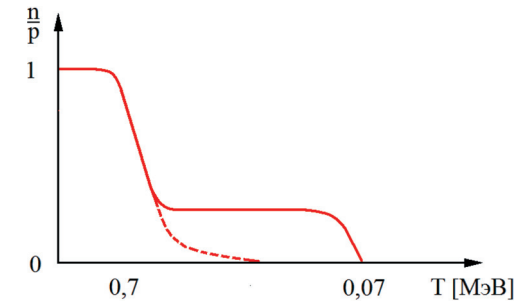
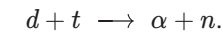
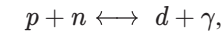


Рис. 13. Отношение числа нейтронов к числу протонов в зависимости от температуры плазмы в расширяющейся Вселенной. Пунктир — равновесная концентрация, плато — закалка нейтронов, падение — переход в легкие ядра

Как известно, свободный нейтрон живет 886 секунд и затем распадается на более легкие частицы — протон, электрон и антинейтрино. Возраст Вселенной к моменту закалки нейтронов в десятки раз меньше, т. е. они живут в свободном состоянии несколько хаббловских эпох и за это время встречаются с протонами, образуя с ними связанные состояния — ядра легких элементов. Цепочка синтеза ядер выглядит следующим образом:



Все начинается с ядра водорода (протона p). Далее путем захвата нейтрона n образуются тяжелые изотопы водорода (ядра дейтерия d и трития t с атомными весами, соответственно, 2 и 3), за ними — ядра ${}^3\text{He}$ (h), ${}^4\text{He}$ (α -частица) и ${}^7\text{Li}$. На этом процесс прекращается. Для генерации более массивных ядер не хватает времени, потому что среда быстро расширяется и плотность барионов уменьшается. Если бы плотность по-прежнему оставалась большой, как, например, в звездах, то синтезировались бы и более тяжелые ядра, однако в ранней Вселенной этого не происходит (см. рис. 14).

Концентрация ядер на «выходе» чувствительна к двум космологическим параметрам: полной плотности барионов $\Omega_b H_0^2$ при заданной температуре и полной плотности энергии *всех* релятивистских частиц (так как через уравнение Фридмана они совместно с излучением определяют темп расширения радиационно-доминированной вселенной и, следовательно, изменение температуры плазмы со временем в эпоху нуклеосинтеза). Поскольку температура излучения известна, все сводится к двум параметрам: количеству барионов, приходящихся на один фотон во Вселенной (мера барионной

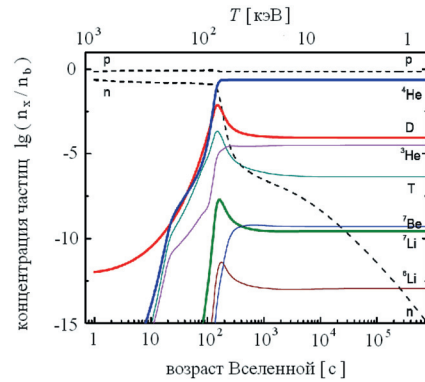


Рис. 14. Процесс первичного нуклеосинтеза в Космологической стандартной модели [13]. Концентрация барионов $n_b = n_p + n_n$

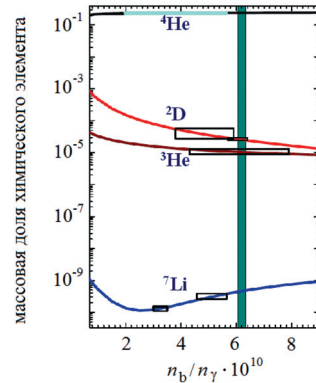


Рис. 15. Массовые доли элементов по отношению к водороду при $\kappa_r = 1$. Линии — результаты вычислений, прямоугольники — данные измерений, вертикальная полоса — ограничение по анизотропии реликтового излучения

асимметрии) и отношению полной плотности релятивистских частиц в эпоху первичного нуклеосинтеза к полной плотности фотонов и трех ароматов нейтрино и антинейтрино.

Сравнение результатов расчета с наблюдениями дают следующие численные значения этих параметров в нашей Вселенной (см. рис. 15):

$$\eta \equiv \frac{n_b}{n_\gamma} \simeq 6 \cdot 10^{-10}, \quad \kappa_r \equiv \frac{\varepsilon_{\text{rel}}}{\varepsilon_{\gamma+\nu}} \simeq 1. \quad (I.3.25)$$

Для их экспериментального определения наиболее продуктивными в настоящее время являются измерения концентраций атомарного и молекулярного дейтерия в ранней Вселенной по линиям поглощения в спектрах да-

লেখিক ক্বাজার. Результаты исследований согласуются в пределах ошибок с данными по анизотропии реликтового излучения, что является независимым подтверждением правильности наших выводов об эволюции и составе Вселенной.

Температура фотонов и плотность барионов сегодня хорошо известны. Важнейшим результатом исследования нуклеосинтеза является ограничение на параметр κ_r — полное количество релятивистских частиц в ранней Вселенной. Он задает суммарную плотность релятивистской материи, которая, в свою очередь, определяет темп изменения сопутствующего объема со временем, а значит и количественный состав легких химических элементов.

Результат состоит в том, что в ранней Вселенной не было дополнительных релятивистских частиц (в пределах погрешности измерений) кроме известных фотонов и трех ароматов нейтрино левой спиральности (и антинейтрино правой) в полном соответствии со стандартной моделью физики частиц. Их плотности и температуры в современной Вселенной равны, соответственно, для фотонов:

$$n_\gamma = 411 \text{ см}^{-3}, \quad T_\gamma = 2,726 \text{ К},$$

и для нейтрино + антинейтрино каждого аромата:

$$n_\nu = 112 \text{ см}^{-3}, \quad T_\nu = 1,946 \text{ К}.$$

Нерешенным остается пока вопрос о массе нейтрино, влияющей на форму переходной функции $T(k)$ и на процесс образования структуры. В космологии важна сумма масс всех трех ароматов нейтрино, так как она задает полную плотность нейтринной компоненты:

$$\rho_\nu = 112 \frac{\Sigma m_\nu}{\text{см}^3}, \quad \Sigma m_\nu = 13 f_\nu \text{ эВ},$$

где $f_\nu \equiv \Omega_\nu/\Omega_m$ — доля нейтрино в плотности материи. Имеющиеся наблюдательные данные по крупномасштабной структуре Вселенной и анизотропии реликтового излучения позволяют получить *верхние* пределы на параметры [5]:

$$\Sigma m_\nu < 1 \text{ эВ}, \quad f_\nu < 0,08. \quad (I.3.26)$$

Эти ограничения намного сильнее пределов, полученных в земных лабораториях¹⁵⁾. Для сравнения напомним, что $f_b \simeq 0,17$.

Из экспериментов по осцилляциям атмосферных и солнечных нейтрино следует *нижний* предел на сумму масс нейтрино: $\Sigma m_\nu \geq 0,05 \text{ эВ}$. Остающийся интервал всего в один порядок величины между нижним и верхним

¹⁵⁾ Неравенство (I.3.26) можно усилить, привлекая наблюдательные данные по распределению галактик и абсорбционных систем L_α : $\Sigma m_\nu < 0,3 \text{ эВ}$ (уровень статистической достоверности 95%). Однако такой результат не будет свободен от систематических погрешностей, связанных с нелинейными соотношениями между распределениями светящейся и темной материи во Вселенной.

пределами внушает оптимизм в том, что масса нейтрино будет открыта космологическими методами с увеличением точности наблюдательных данных. Массовая плотность нейтрино и мала и велика одновременно. Динамически ее влияние незначительно, хотя его и придется учитывать при обработке будущих более точных экспериментальных данных. Однако не следует забывать, что по абсолютной величине космологическая плотность нейтрино сопоставима с плотностью всех звезд во Вселенной: $f_\nu > 4 \cdot 10^{-3}$.

Дальнейшая экстраполяция к началу Вселенной приводит нас к энергиям кварк-глюонного перехода (~ 100 МэВ), когда из тепловой бани частиц конденсировались протоны и нейтроны, и электрослабого фазового перехода (~ 1 ТэВ), когда разделились электромагнитные и слабые взаимодействия. К физике на этих энергиях у нас остается пока много вопросов, однако принципиальных затруднений здесь нет, так как указанный интервал энергий доступен для исследований на ускорителях частиц на встречных пучках.

Еще более далекая экстраполяция в область высоких энергий приводит нас к окутанной тайнами эпохе появления барионной асимметрии и темной материи. Для решения этих проблем мы можем использовать данные только непрямых экспериментов, а также более точные результаты исследований в низкоэнергетическом пределе. Однако и здесь есть повод для оптимизма: все эти «временные трудности» *микроскопической* экстраполяции в область высоких энергий существуют только на уровне микропроцессов взаимопревращений материи. И они, бесспорно, требуют расширения стандартной модели частиц. Что же касается *геометрической* экстраполяции в прошлое, то здесь проблем нет: мы можем продолжать движение к энергиям почти до планковских, не входя в противоречие с ОТО.

7. Уроки экстраполяции

Рассмотрим главные уроки геометрической экстраполяции, следующие из ОТО и наблюдательной космологии.

Начнем с геометрии в нулевом порядке. Она адекватно описывается моделью Фридмана и фиксирована значениями космологических параметров, полученных из анализа астрономических данных (см. табл. 1). Подстановка этих параметров в уравнения Фридмана дает хаббловскую функцию $H = H(a)$ и ее производную $\gamma(a)$, допускающие экстраполяцию по масштабному фактору a и в прошлое и в будущее:

$$\frac{H}{H_0} = 10^{61} \frac{H}{M_P} \simeq \left(\frac{10^{-4}}{a^4} + \frac{0,3}{a^3} + 0,7 \right)^{1/2}, \quad (I.3.27)$$

$$\gamma = - \frac{d \ln H}{d \ln a} = \frac{3(\varepsilon + p)}{2\varepsilon} \simeq \frac{2(10^{-4} + 0,2a)}{10^{-4} + 0,3a + 0,7a^4}. \quad (I.3.28)$$

Напомним, что $H_0^{-1} \simeq 14$ млрд лет = 4,3 Гпк = 10^{33} эВ⁻¹ — это хаббловский размер Вселенной в разных единицах измерений, $M_P = \ell_P^{-1} = 10^{19}$ ГэВ =

10^{33} см⁻¹ — обратный планковский масштаб. Функция γ описывает темп изменения хаббловского радиуса по отношению к $a = (1+z)^{-1}$. Члены в круглых скобках (I.3.27) соответствуют радиации, нерелятивистской материи и темной энергии.

В этих уравнениях нет свободных параметров. Строгость временной экстраполяции ограничена только точностью численных коэффициентов и скрытыми параметрами в погрешностях наблюдений. Какие уроки можно извлечь из эволюции, описываемой этими простыми уравнениями?

Из уравнения (I.3.27) следует, что известные нам динамические переходы от доминирования радиации к нерелятивистской материи и далее к темной энергии происходили при малых энергиях, хорошо известных атомной физике:

$$T_r \simeq 2,5 \cdot 10^{-4} a^{-1} \text{эВ}.$$

При дальнейшей экстраполяции

$$H \rightarrow \frac{H_0}{(10a)^2} \simeq \frac{M_P}{(10^{31}a)^2}, \quad \gamma \rightarrow 2 \quad (I.3.29)$$

мы приходим к следующим выводам о свойствах Вселенной.

Прежде всего, Вселенная большая: ее физический размер в начале радиационно-доминированной эпохи расширения, как минимум, в $\sim 10^{30}$ раз превосходил планковский масштаб¹⁶). Этот большой фактор можно объяснить существованием короткой предшествовавшей (I.3.29) инфляционной стадии с числом хаббловских времен $N \sim \ln 10^{30} = 70$.

Космологические возмущения, индуцировавшие образование структуры, «пришли» из причинно-несвязанной области: масштабы «входят» внутрь горизонта при $\gamma > 1$. Уравнение (I.3.28) описывает *распад* γ от 2 до 0,4. Чтобы объяснить, каким образом начальные возмущения оказались в не-причинной зоне, необходим предшествовавший (I.3.29) период расширения с *растущей* γ -функцией, начиная от значений меньше единицы.

Мы привели два *прямых* аргумента, указывающих на наличие в истории ранней Вселенной периода с инфляционной динамикой. К ним можно добавить теоретический результат о неизбежном образовании хаббловского потока из первоначально неоднородного распределения гравитирующей среды при ее локально-инфляционном расширении. Если первые два аргумента вытекают из экстраполяции ОТО к большим энергиям, то последний является следствием (внутренним свойством) теории гравитации и никак не ограничен масштабами энергий¹⁷). Существует также ряд *косвенных* свиде-

¹⁶ Начальный физический размер видимой Вселенной $a_P H_0^{-1} \sim 10^{-3}$ см совпадает по порядку величины с сегодняшней длиной реликтового кванта, который, в свою очередь, сопоставим с сопутствующим планковским масштабом $\ell_P a_P^{-1} \sim 10^{-2}$ см, где $a_P^{-1} \sim 10^{31}$ — это максимальный фактор расширения Вселенной в режиме (I.3.27) за все время жизни Вселенной $(H_0 \ell_P)^{-1} = 10^{61}$. Эта оценка вселяет надежду, что в наблюдательных данных может содержаться информация о начале инфляционной стадии, ответственной за наблюдаемую часть мира.

¹⁷ Напомним, что восстановление хаббловского потока происходит в наши дни.

тельств инфляционного характера расширения: плоскостность трехмерного пространства, существование моря реликтовых фотонов, оставшихся после распада инфлатона и др.

Важнейшие динамические свойства Вселенной мы узнаем из описания геометрии в первом порядке. Говоря о Вселенной, мы подразумеваем хаббловский поток. Создание Вселенной — это *создание* хаббловского потока. Противоположный ему процесс *разрушения* хаббловского потока мы называем гравитационной неустойчивостью и, в конечном счете, образованием структуры во Вселенной.

Образование галактик и скоплений галактик в причинно-связанных областях хаббловского потока требует выполнения двух условий: наличия затравочных возмущений плотности и гравитационной неустойчивости для роста контраста плотности до нелинейных значений. Оба условия физически независимы и удивительным образом выполняются в нашей Вселенной.

Гравитационная неустойчивость может динамически развиваться только в нерелятивистской среде, состоящей из слабозаимодействующих частиц, поскольку наличие давления препятствует росту неоднородностей плотности. В нашей Вселенной роль такой среды выполняет темная материя. Однако логарифмический рост контраста плотности ТМ на стадии доминирования радиации недостаточен для развития структур. Для ускорения темпа роста возмущений необходимо доминирование самой темной материи, что неизбежно наступает в некоторый момент времени силу того, что плотность темной материи уменьшается медленнее, чем плотность радиации.

Однако, если во Вселенной существуют другие формы материи с эффективным отрицательным давлением, то их плотность энергии изменяется со временем еще медленнее, чем у темной материи, и они рано или поздно прекращают стадию доминирования темной материи и останавливают развитие гравитационной неустойчивости. Именно так и происходит в нашей Вселенной. Три с половиной млрд лет назад, когда плотность ТЭ начала динамически доминировать во Вселенной¹⁸⁾, началось неспешное (по меркам текущего хаббловского радиуса) закрытие окна гравитационной неустойчивости. Сам процесс подавления роста линейных неоднородностей развивается за время динамического влияния ТЭ, которое составляет $H_E^{-1} \simeq 17$ млрд лет.

Таким образом, наблюдаемые значения параметров плотности обеспечили процесс гравитационной неустойчивости на конечном интервале времени от нескольких сотен тысяч до двух десятков млрд лет. Однако этого еще недостаточно для образования галактик: затравочная амплитуда возмущений должна быть именно такой, чтобы неоднородности *успели* вырасти и распасться на гравитационно-связанные системы в период открытия окна неустойчивости. Если условия существования «окна» связаны с составом Вселенной, то затравочные возмущения относятся к ее геометрии.

Квантово-гравитационная теория генерации космологических возмущений плотности была создана в 1980 г. и выдержала испытание временем. Гейзенберговское состояние элементарных гармонических осцилляторов с импульсом \vec{k} , описывающих эволюцию скалярных степеней свободы возмущений кривизны в геометрии Фридмана, соответствует начальным вакуумным флуктуациям плотности однородной гравитирующей среды. Причиной рождения является гравитационное поле хаббловского потока материи, которое параметрически воздействует на элементарные осцилляторы. Это общий эффект рождения физических безмассовых степеней свободы с конечной длиной волны во внешнем нестационарном гравитационном поле.

Неоднородности кривизны в геометрии Фридмана описываются теорией безмассового скалярного поля и представляют тем самым огромный интерес, поскольку, с одной стороны, имеется хорошо понимаемая физика их происхождения, а с другой — они послужили затравками для образования галактик и наблюдаемой крупномасштабной структуры Вселенной. Рожденные параметрическим образом космологические поля возмущений обладают целым рядом характерных признаков и свойств, которые подтверждаются наблюдениями.

Что это за свойства?

Прежде всего — это наблюдаемые *случайная пространственная фаза* и *гауссова статистика* догалактических возмущений поля плотности. Данное свойство изначально присуще скалярным вакуумным флуктуациям, и оно *линейным* образом передается рожденным неоднородностям кривизны и связанной с ней плотности.

Другой факт — *выделенная временная фаза* скалярных неоднородностей, соответствующая одной (растущей) из двух эволюционных ветвей решения. Это общее свойство затравочных возмущений плотности для образования космологической структуры, было, по-видимому, впервые предсказано А. Д. Сахаровым в 1965 г. Однако долгое время оставался открытым вопрос, как физически образуется именно *растущая* мода линейных возмущений кривизны с достаточно большой амплитудой ($\sim 10^{-5}$) из первоначально *случайных по временной фазе* и ничтожных по величине вакуумных флуктуаций плотности. Данное свойство внутренне присуще самому параметрическому эффекту, усиливающему *только* растущее решение до практически *произвольной* амплитуды (но меньше единицы) в зависимости от космологических параметров хаббловского потока. Это важнейшее свойство теории подтверждается наблюдаемыми звуковыми модуляциями соответствующих спектров мощности.

Часто перечисленные свойства связывают с инфляцией. Однако это не так. *Случайная* пространственная и *детерминированная* временная фазы рожденных неоднородностей являются *визитной карточкой* квантово-гравитационного эффекта рождения безмассовых полей, к которым принадлежат S- и T-моды космологических возмущений. Эти два свойства присущи *любым* динамическим режимам хаббловского расширения, включая, в частности, и инфляционные.

¹⁸⁾ При этом параметр γ пересек уровень $\gamma = 1$ несколько ранее, около семи млрд лет назад.

Какие свойства геометрии первого порядка свидетельствуют об инфляционном Большом взрыве?

Наблюдаемое верхнее ограничение на амплитуду космологических гравитационных волн, указывающее на малость параметра $\gamma < 1$ в эпоху генерации возмущений (см. (I.3.13)), можно считать косвенным аргументом в пользу инфляционной ранней Вселенной. Окончательное доказательство первичной инфляции по первому порядку геометрии станет возможным только после обнаружения Т-моды космологических возмущений и проверки теоретически предсказанной связи показателя наклона Т-спектра с величиной параметра $\gamma \simeq -2n_T$ (см. (I.3.14)). Это может случиться уже в ближайшее время при обработке данных космических экспериментов по измерению анизотропии и поляризации реликтового излучения¹⁹⁾.

Часто в качестве доказательства инфляции приводят наблюдаемую плоскую форму S-спектра ($n_S \simeq 0$). Напомним, что такой аргумент некорректен: инфляционные модели позволяют получить произвольный наклон S-спектра в зависимости от значения параметров. Другое дело Т-спектр: он всегда близок к плоскому в инфляционных сценариях и его наклон жестко связан с γ -параметром. Поэтому обнаружение Т-моды явилось бы прямым доказательством (или опровержением) первичной инфляции²⁰⁾.

Предельно возможная геометрическая экстраполяция к моменту окончания инфляционного взрыва и/или начала радиационно-доминированной стадии расширения, достигается при условии того, что амплитуда космологических гравитационных волн находится вблизи наблюдаемого верхнего ограничения (I.3.16):

$$E \rightarrow 10^{16} \text{ ГэВ} \gtrsim 10^{-4} a^{-1} \text{ эВ}, \quad (\text{I.3.30})$$

Отсюда получаем оценку минимального масштабного фактора Вселенной

$$a_m \sim 10^{-29}$$

и минимального хаббловского (сопутствующего) радиуса Вселенной к моменту окончания инфляции

$$k_m^{-1} \equiv \bar{H}_m^{-1} \sim 1 \text{ м.}$$

Таким образом, наблюдательная космология дает уникальную информацию не только о физике ранней Вселенной и высоких энергий, недоступных ускорительным экспериментам. С ее помощью проверяется теория гравитации на 30 (!) порядков по масштабному фактору и энергетической шкале, что является беспрецедентным опытом науки.

¹⁹⁾ Напомним в этой связи, что простейшая модель инфляции на массивном скалярном поле предсказывает величину γ всего лишь в четыре раза меньше современного верхнего ограничения, рис. 11.

²⁰⁾ Напомним, что гарантии детектирования Т-моды не существует: некоторые сценарии предсказывают ее незначительную амплитуду (см. (I.3.19), рис. 10 и 11).

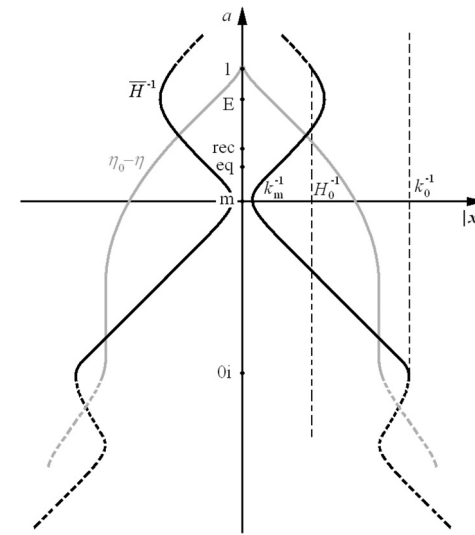


Рис. 16. Окрестность наблюдателя в координатах $(a, |\vec{x}|)$. Синяя линия — хаббловский радиус, красная — световой конус прошлого, m — конец первичной, E — начало новой инфляций, k_0^{-1} — размер фридмановского мира

Наблюдательных оснований для дальнейшей экстраполяции к более высоким энергиям, чем (I.3.30), пока нет. Мы не знаем сколько длилась последняя стадия инфляционного взрыва (их могло быть несколько), которая сгенерировала космологические возмущения для образования наблюдаемой структуры Вселенной. Если продолжительность этой стадии была не очень большой ($N_{0i} < 70$), то следы доинфляционной динамики должны проявиться в аномалиях крупномасштабного спектра неоднородностей, в частности, в квадрупольной аномалии. Точная космология способна будет прояснить и этот вопрос. Рис. 16 иллюстрирует область экстраполяции наблюдательной космологии.

Уроки экстраполяции обогащают нас знаниями об истории Вселенной и могут быть применены, в том числе, и для экстраполяции в будущее. Существование инфляционной стадии в ранней Вселенной подсказывает разгадку физической природы темной энергии.

Действительно, за 13,7 млрд лет своего существования Вселенная прошла по крайней мере одну радиационную ($\gamma = 2$) и одну материальную ($\gamma = 3/2$) стадии, но дважды находилась в состоянии инфляции — первичной (Большой взрыв) и новой (темная энергия). Два это уже повторение: стадий с $\gamma < 1$ могло быть и больше, и физические причины их возникновения и распада могли быть схожими.

Анализируя крупномасштабную структуру Вселенной и продукты распада первичной инфляции (реликтовые фотоны, барионы и др.), мы изучаем

Просим переформулировать подпись к рис. 16 в связи с ч/б гаммой рисунка

физику *конца* инфляционной стадии Большого взрыва. В то же время, мы все свидетели *начала* новой стадии инфляции, управляемой темной энергией. Предполагая схожие физические причины обеих стадий, мы приходим к выводу, что каждая из них имела свое начало и свой конец.

Проиллюстрируем это на примере *слабовзаимодействующих массивных полей* с разными начальными значениями и массами.

Каждая инфляционная стадия начинается с доминирования очередного массивного поля, протекает в режиме медленного скатывания и заканчивается переходом в стадию осцилляций (доминирования нерелятивистских частиц данного поля) или распадом на маломассивные частицы. К началу очередной инфляционной стадии соответствующее поле «заморожено» и его плотность практически неотличима от космологического Λ -члена. В ходе доминирования поле «ощущает» воздействие собственной гравитации, приходит в движение и дрейфует к точке равновесия. Этот динамический переход от состояния Λ -члена к медленному скатыванию происходит в течение одной хаббловской эпохи в начале данной стадии инфляции.

В этом примере история Вселенной предстает собой историю возникновения и распада (релаксации) массивных полей. Темная энергия может быть одним из таких массивных полей. Она принципиально не отличается от инфлатона в ранней Вселенной, имея по сравнению с ним лишь другие значения параметров. Отметим, что первая хаббловская эпоха доминирования ТЭ еще не прошла, она только наступила будет длиться еще 13 млрд лет. Тем не менее, найти наблюдательные свидетельства эволюции ТЭ представляется возможным (если начальное поле φ_{0E} не очень велико).

Наиболее точная наблюдательная информация о геометрии Вселенной связана с исследованием реликтового излучения. Удивительный подарок природы состоит в том, что в настоящее время в спектре реликтового излучения мы можем воочию наблюдать возмущения, бывшие когда-то квантовыми. Это кроме всего прочего доказывает, что наши физические представления о микромире остаются справедливыми вплоть до периода, когда величина H была большой и происходила интенсивная генерация возмущений. Если бы человечество появилось несколько позже (по космологическим меркам), когда реликтовое излучение остыло, например, до 0,03 К, то наши представления о Вселенной были бы гораздо беднее. И в современную эпоху реликтовое излучение было открыто на уровне шума радиометров. Всем нам очень повезло, что мы не только его наблюдаем, но и с помощью точных приборов можем исследовать его анизотропию и поляризацию.

8. Задачи

Задача 1. К каким кривым вращения приводят

- универсальный профиль Наварро—Фрэнка—Уайта,
- профиль Бюркертта?

Какой профиль дает плоские кривые вращения?

Решение. Кривая вращения — это зависимость скорости звезд в галактиках от расстояния до центра галактики. При движении по круговой кеплеровской орбите внутри сферического гало эта скорость

$$v(R) = \sqrt{\frac{GM(R)}{R}}, \quad (\text{I.3.31})$$

где $M(R)$ — масса внутри радиуса R .

Так называемый профиль Наварро—Фрэнка—Уайта, появляющийся в численном моделировании гало темной материи, есть следующая зависимость плотности от радиуса:

$$\rho(R) \propto \frac{1}{R(R+r_s)^2}, \quad (\text{I.3.32})$$

где r_s — некий характеристический радиус. Таким образом, для массовой функции $M(R)$ получаем

$$M(R) = 4\pi \int_0^R \rho(r)r^2 dr \propto \int_0^{R/r_s} \frac{xdx}{(1+x)^2} = \ln(1+R/r_s) - \frac{R}{R+r_s}, \quad (\text{I.3.33})$$

что приводит к кривой вращения

$$v(R) \propto \sqrt{\frac{\ln(1+R/r_s)}{R} - \frac{1}{R+r_s}}. \quad (\text{I.3.34})$$

Аппроксимация кривых вращения некоторых галактик приводит к феноменологическому профилю Бюркертта:

$$\rho(R) \propto \frac{1}{(R^2+r_0^2)(R+r_0)}. \quad (\text{I.3.35})$$

По той же схеме приходим к ответу:

$$v(R) \propto \sqrt{\frac{1}{R} \ln \left[\left(1 + \left(\frac{R}{r_0}\right)^2\right) \left(1 + \frac{R}{r_0}\right)^2 \right] - \frac{2 \operatorname{arctg}(R/r_0)}{R}}. \quad (\text{I.3.36})$$

Что касается плоских кривых вращения ($v(R) \approx \text{const}$), то к ним при больших расстояниях приводит профиль изотермической сферы (см. § 7).

В последующих двух задачах (2 и 3), по сути, дается вывод центральных уравнений теории возмущений, приведенных в главе 4. ▽

Задача 2. Показать, что векторные возмущения в идеальной среде не рождаются, а затравочные векторные возмущения удовлетворяют закону сохранения момента импульса.

Решение. Рассмотрим возмущение метрики (см. обозначения в задаче 4 лекции 1), удовлетворяющее условиям

$$h = 0, \quad h_{\mu\nu} u^\mu u^\nu = 0, \quad (I.3.37)$$

чтобы из $h_{\mu\nu}$ нельзя было сконструировать скаляр. Следовательно, $h_{\mu\nu}$ можно представить в виде:

$$h_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 0 & G_i a^{-1} \\ G_j a^{-1} & a^2 (F_{i|j} + F_{j|i}), \end{pmatrix} \quad (I.3.38)$$

где 3-векторы G_i и F_i удовлетворяют условиям: $G^i{}_{|i} = F^i{}_{|i} = 0$. Операции с пространственными индексами, напомним, выполняются с помощью произвольной метрики γ_{ij} плоского пространства.

Действуя аналогично задаче 4 из лекции 1, находим, что $\delta R = 0$ и, следовательно, $\delta G_\nu^\mu = \delta R_\nu^\mu$. Чтобы вычислить, в свою очередь, возмущение тензора Риччи, вычисляем сначала ковариантные производные возмущения

$$\begin{aligned} h_{00;0} &= 0, \\ h_{0i;0} &= \frac{\dot{G}_i - 2HG_i}{a}, \\ h_{ij;0} &= a^2 (\dot{F}_{i|j} + \dot{F}_{j|i}), \\ h_{00;i} &= -\frac{2HG_i}{a}, \\ h_{0i;j} &= \frac{G_{i|j}}{a} - a^2 H (F_{i|j} + F_{j|i}), \\ h_{ij;k} &= a^2 (F_{i|jk} + F_{j|ik}) - aH (G_j \gamma_{ik} + G_i \gamma_{jk}). \end{aligned} \quad (I.3.39)$$

По ним находим возмущения символов Кристоффеля (см. (I.1.94)):

$$\begin{aligned} \delta\Gamma_{00}^0 &= 0, \\ \delta\Gamma_{0i}^0 &= -\frac{HG_i}{a}, \\ \delta\Gamma_{ij}^0 &= \frac{G_{i|j} + G_{j|i}}{2a} - a^2 H (F_{i|j} + F_{j|i}) - \frac{1}{2} a^2 (\dot{F}_{i|j} + \dot{F}_{j|i}), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \delta\Gamma_{00}^i &= -\frac{\dot{G}^i - HG^i}{a^3}, \\ \delta\Gamma_{0j}^i &= -\frac{G^i{}_{|j} - G_j{}^{|i}}{2a^3} - \frac{1}{2} (\dot{F}^i{}_{|j} + \dot{F}_j{}^{|i}), \\ \delta\Gamma_{jk}^i &= \frac{H}{a} G^i \gamma_{jk} - F^i{}_{|jk}. \end{aligned} \quad (I.3.40)$$

Отсюда убеждаемся, что $\delta\Gamma_{\mu\alpha}^\alpha = 0$, а

$$\begin{aligned} (\delta\Gamma_{00}^\alpha)_{;\alpha} &= 0, \\ (\delta\Gamma_{0i}^\alpha)_{;\alpha} &= \frac{\Delta^{(3)}G_i}{2a^3} - \frac{1}{2}\Delta^{(3)}\dot{F}_i - (\dot{H} + 3H^2)\frac{G_i}{a}, \\ (\delta\Gamma_{ij}^\alpha)_{;\alpha} &= \frac{\dot{G}_{i|j} + \dot{G}_{j|i}}{2a} - \frac{1}{2}a^2(\ddot{F}_{i|j} + \ddot{F}_{j|i}) - \frac{3}{2}a^2H(\dot{F}_{i|j} + \dot{F}_{j|i}) - \\ &\quad - a^2(\dot{H} + 3H^2)(F_{i|j} + F_{j|i}). \end{aligned} \quad (I.3.41)$$

Отсюда, используя (I.1.96), находим сначала $\delta R_{\mu\nu}$, а затем и

$$\delta G_\nu^\mu = \delta R_\nu^\mu - \frac{1}{2}\delta R \cdot \delta_\nu^\mu = \delta R_\nu^\mu = g^{\mu\alpha}\delta R_{\nu\alpha} - R_{\nu\alpha}h^{\mu\alpha}. \quad (I.3.42)$$

В итоге получаем:

$$\begin{aligned} \delta G_0^0 &= 0, \\ \delta G_i^0 &= \frac{\Delta^{(3)}G_i - a^3\Delta^{(3)}\dot{F}_i}{2a^3}, \\ \delta G_j^i &= -\frac{\dot{G}^i{}_{|j} + \dot{G}_j{}^{|i}}{2a^3} + \frac{1}{2}(\ddot{F}^i{}_{|j} + \ddot{F}_j{}^{|i}) + \\ &\quad + \frac{3}{2}H(\dot{F}^i{}_{|j} + \dot{F}_j{}^{|i}). \end{aligned} \quad (I.3.43)$$

Согласно уравнениям Эйнштейна (I.1.41) возмущение тензора Эйнштейна пропорционально возмущению тензора энергии-импульса с коэффициентом $8\pi G$. В случае идеальной жидкости или скалярного поля ненулевым возмущением обладают лишь смешанные компоненты $\delta T_i^0 = (\varepsilon + p)v_i$, где v_i — координатная скорость, связанная с физической соотношением $\mathbf{v} = a^{-1}\{v_i\}$. Таким образом, соотношения (I.3.43) приводят к следующим уравнениям на векторные возмущения:

$$\frac{\Delta\mathfrak{S}_i}{2a^3} = 8\pi G (\varepsilon + p) v_i, \quad (I.3.44)$$

$$-\frac{\dot{\mathfrak{S}}^i{}_{|j} + \dot{\mathfrak{S}}_j{}^{|i}}{2a^3} = 0, \quad (I.3.45)$$

где введен вектор $\mathfrak{S}_i = G_i - a^3\dot{F}_i$, $F_i \equiv \xi_i$ (см. (I.4.1)).

Домножим первое из уравнений на a^3 и возьмем от него производную, а от второго уравнения возьмем 3-дивергенцию. Получим

$$\frac{d}{dt} (a^4(\varepsilon + p)\mathbf{v}) = 0, \quad (I.3.46)$$

что представляет собой закон сохранения момента импульса для векторных возмущений. Общее решение (I.3.46) имеет вид

$$\mathbf{v} = \frac{\mathbf{f}(\mathbf{x})}{a^4(\varepsilon + p)},$$

т. е., если и были затравочные векторные возмущения, то в процессе эволюции Вселенной они либо остаются постоянными (на радиационно-доминированной стадии), либо распадаются. \triangleright

Задача 3. Вывести уравнение эволюции q -скаляра, описывающего скалярные возмущения на фридмановском фоне.

Решение. Скаляр q описывает эволюцию скалярных возмущений во фридмановской вселенной (см. главу 4). Схема вывода уравнения на этот тип возмущений аналогична той, что применялась для вывода уравнений гравитационных волн (см. задачу 4 лекции 1) и векторных возмущений (см. предыдущую задачу). Только теперь мы не накладываем на $h_{\mu\nu}$ каких-либо специальных условий вроде (I.1.97), (I.3.37).

Итак, представим возмущение метрики в виде

$$\delta g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 2D & C_{,i} \\ C_{,i} & 2a^2(A\delta_{ij} + B_{,ij}) \end{pmatrix}. \quad (I.3.47)$$

Кроме того, для скалярных возмущений появляются также поправки ко всем компонентам тензора энергии-импульса:

$$\begin{aligned} \delta T_0^0 &= \delta\varepsilon, \\ \delta T_i^0 &= (\varepsilon + p)v_{,i}, \\ -\delta T_j^i &= \delta p\delta_{ij}, \end{aligned} \quad (I.3.48)$$

где v есть потенциал 3-скорости:

$$u_\mu = (1 + D, v_{,i}). \quad (I.3.49)$$

Возмущения метрики и тензора энергии-импульса связаны, как обычно, посредством уравнений Эйнштейна. После некоторых вычислений имеем эту связь в следующем развернутом виде:

$$v = \frac{q - A}{H}, \quad \delta p_c \equiv \delta p - \dot{p}v = \frac{\varepsilon + p}{H}\dot{q}, \quad (I.3.50)$$

$$a^2\dot{B} - C = \frac{A - \Phi}{H}, \quad D = \gamma q - \frac{d}{dt} \left(\frac{A}{H} \right), \quad (I.3.51)$$

$$\delta\varepsilon_c \equiv \delta\varepsilon - \dot{\varepsilon}v = \frac{\Delta\Phi}{4\pi G a^2}, \quad \Phi = \frac{H}{a} \int a\gamma q dt, \quad (I.3.52)$$

где введен q -скаляр: $q = A + Hv$.

Для идеальной жидкости или скалярного поля имеется следующая связь:

$$\delta p_c = \beta^2(t)\delta\varepsilon_c, \quad (I.3.53)$$

где $\beta(t)$, вообще говоря, зависит от времени. Тогда из второго уравнения в (I.3.50) получим:

$$\delta\varepsilon_c = \alpha^2 H\dot{q}, \quad \alpha^2 = \frac{\gamma}{4\pi G\beta^2}. \quad (I.3.54)$$

При условии (I.3.53) уравнения (I.3.52) и (I.3.54) немедленно дают:

$$\gamma\beta^{-2}a^3\dot{q} = \int a\gamma\Delta q dt. \quad (I.3.55)$$

Дифференцируя это уравнение по времени, получаем искомое уравнение эволюции q -скаляра:

$$\ddot{q} + \left(3H + 2\frac{\dot{\alpha}}{\alpha} \right) \dot{q} - \left(\frac{\beta}{a} \right)^2 \Delta q = 0. \quad (I.3.56)$$

\triangleright

4

Космологические возмущения

В 4-й лекции мы рассмотрим раннюю Вселенную как расширяющийся поток материи с симметрией, описываемой слабонарушенной группой Фридмана. Сам поток сформировался в результате катастрофического процесса 13,7 млрд лет назад (Большой взрыв) и с тех пор находится в эволюционном процессе релаксации к малым энергиям. Он неустойчив и переходит из одного состояния в другое. Корни этой неустойчивости — в природе гравитации.

1. Симметрия ранней Вселенной

Рассмотрим неоднородные космологические модели с полностью нарушенной симметрией Фридмана, но все же близкие к ней: существуют малые геометрические объекты (малые функции), задающие отклонения данной геометрии от пространственно-плоской модели Фридмана. Мы будем называть такие модели *квазифридмановскими*, порождающие их потоки материи *квазихаббловскими*, а малые функции — космологическими возмущениями или просто *возмущениями*. Наличие возмущений приводит к тому, что эволюция в этих моделях протекает по-разному в разных точках пространства. В этом случае говорят о существовании пространственной космологической структуры.

Данные наблюдательной космологии, экстраполированные в прошлое в соответствии с ОТО, указывают на то, что геометрия ранней Вселенной была именно квазифридмановской с амплитудой возмущений $\sim 10^{-5}$. Столь простые начальные условия привели к развитию сложных нелинейных структур, которые мы сегодня наблюдаем и частью которых являемся сами.

2. Первичные возмущения

Поскольку отклонения от изотропной геометрии малы¹⁾, возмущения метрического тензора и тензора энергии-импульса можно разложить по не-

¹⁾ Разбиение геометрического объекта на фон и возмущение неоднозначно: при малом преобразовании координат $x^\mu \rightarrow x^\mu - \xi^\mu$ мы получим новый фон (те же фоновые функции, но другого времени t) и новое возмущение, хотя сам объект не меняется. Раскладывая малый произвольный вектор $\xi_\mu = (X, a^2(Y_i + \xi_i))$ на неприводимый вихревой вектор ξ и два потенциала X

приводимым представлениям метрики Фридмана $g_{\mu\nu}^{(F)} = \text{diag}(1, -a^2\delta_{ij})$:

$$g_{\mu\nu} = g_{\mu\nu}^{(F)} + h_{\mu\nu}, \quad (I.4.1)$$

$$\frac{1}{2} h_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} D & \frac{1}{2} (C_{,i} + a^{-1}\mathfrak{S}_i + a^2\dot{\xi}_i) \\ \text{sym} & a^2(A\delta_{ij} + B_{,ij} + \mathfrak{S}_{ij} + \xi_{(i,j)}) \end{pmatrix},$$

$$\varepsilon = \varepsilon^{(F)} + \delta\varepsilon, \quad p = p^{(F)} + \delta p, \quad (I.4.2)$$

$$s_\mu^\nu = \text{diag} \left(0, \frac{\Delta S \delta_{ij} - S_{,ij}}{8\pi G a^2} + \frac{\dot{S}_{(i,j)}}{8\pi G a^3} + S_{ij} \right),$$

$$u_\mu = (1 + D, v_{,i} + v_i), \quad s_\nu^\nu = \frac{\Delta S}{4\pi G a^2}, \quad s_{\mu,\nu}^\nu = \left(0, \frac{\Delta \dot{S}_i}{16\pi G a^3} \right),$$

где условия неприводимости означают, что

$$\mathfrak{S}_{,i}^i = v_{,i}^i = S_{,i}^i = \xi_{,i}^i = \mathfrak{S}_i^i = \mathfrak{S}_{i,j}^j = S_i^i = S_{i,j}^j = 0, \quad (I.4.3)$$

все манипуляции с пространственными индексами выполняются с помощью единичного тензора δ_{ij} , а круглые скобки в индексах означают симметризацию.

Координатные расщепления (t, x^i) , соответствующие представлениям (I.4.1) и (I.4.2), мы будем называть *квазифридмановскими*. Из тождеств Бианки получаем

$$\delta p \equiv \frac{\delta p - \dot{p}v}{\varepsilon + p} = \dot{v} - D, \quad (I.4.4)$$

$$\Delta S_i = 16\pi G a^3 (\varepsilon + p) v_i. \quad (I.4.5)$$

Фоновые функции времени a , H , γ , ε_F и p_F удовлетворяют уравнениям Фридмана (индекс «F» по возможности опускаем):

$$\frac{3}{2} H^2 = 4\pi G \varepsilon, \quad \gamma \equiv -\frac{\dot{H}}{H^2} = \frac{3}{2} \left(1 + \frac{p}{\varepsilon} \right). \quad (I.4.6)$$

и Y , получаем следующие калибровочные преобразования переменных:

$$h_{\mu\nu} \rightarrow h_{\mu\nu} + \xi_{\mu,\nu} + \xi_{\nu,\mu}, \quad u_\mu \rightarrow u_\mu + X_{,\mu},$$

$$A \rightarrow A - HX, \quad B \rightarrow B + Y, \quad C \rightarrow C + X + a^2\dot{Y},$$

$$D \rightarrow D + \dot{X}, \quad v \rightarrow v + X, \quad t \rightarrow t - X,$$

функции v_i , \mathfrak{S}_i и \mathfrak{S}_{ij} калибровочно-инвариантны.

Остальные функции малы и зависят от всех четырех координат, они связаны между собой линеаризованными уравнениями Эйнштейна:

$$\delta G_{\mu}^{\nu} = 8\pi G \delta T_{\mu}^{\nu}. \quad (\text{I.4.7})$$

Как видно, все космологические неоднородности разбиваются на 3 независимые друг от друга в линейном порядке моды возмущений (классификация Лифшица):

- * *скалярная* S (потенциалы $A, B, C, D, v, \delta\varepsilon, \delta p$ и S),
- * *векторная* или *вихревая* V (векторы \mathfrak{S}_i, v_i, S_i и ξ_i),
- * *тензорная* T (тензоры \mathfrak{S}_{ij} и S_{ij}).

Наиболее просто устроены моды T и V.

Тензорные поля \mathfrak{S}_{ij} и S_{ij} калибровочно инвариантны и связаны между собой волновым уравнением:

$$\ddot{\mathfrak{S}}_{ij} + 3H\dot{\mathfrak{S}}_{ij} - a^{-2}\Delta\mathfrak{S}_{ij} = 8\pi G S_{ij}. \quad (\text{I.4.8})$$

Векторные поля \mathfrak{S}_i, S_i и v_i также калибровочно инвариантны и связаны следующими соотношениями:

$$\mathfrak{S}_i = S_i, \quad \Delta\mathfrak{S}_i = 16\pi G a^3(\varepsilon + p) v_i, \quad (\text{I.4.9})$$

а ξ_i — произвольный вектор, определяющий выбор калибровки, см. также (I.4.5). Примером векторной моды могут быть космологические магнитные поля. В идеальной среде $S_i = 0$ (см. (I.4.2)), и уравнения (I.4.5) и (I.4.9) описывают закон сохранения момента импульса:

$$a^3(\varepsilon + p) v_i = \text{const}(t). \quad (\text{I.4.10})$$

Наибольший интерес представляет собой скалярная мода, поскольку именно она связана с возмущениями плотности, эволюция которых приводит к образованию галактик. По этой причине скалярную моду часто называют модой возмущений плотности. Она полностью описывается четырьмя гравитационными (A, B, C, D) и четырьмя материальными потенциалами ($v, \delta\varepsilon, \delta p, S$). Скаляр S анизотропного давления калибровочно-инвариантен, а остальные семь функций нет.

Введем калибровочные переменные для потенциала скорости и возмущений плотности и давления:

$$q = A + H v, \quad (\text{I.4.11})$$

$$\delta\varepsilon_c \equiv \delta\varepsilon - \dot{\varepsilon}v = \varepsilon - \varepsilon_c, \quad (\text{I.4.12})$$

$$\delta p_c \equiv \delta p - \dot{p}v = p - p_c = p_{\text{tot}} - p_v, \quad (\text{I.4.13})$$

где $\varepsilon_c \equiv \varepsilon^{(F)}(t_c)$, $p_c \equiv p^{(F)}(t_c)$. Буква «с» в индексе означает *сопутствие*: сопутствующие переменные тождественны лагранжевым переменным и строятся на пространственноподобных гиперповерхностях постоянного времени $t_c = t + v = \text{inv}$.

В отличие от полной плотности энергии, давление квазихаббловского потока многозначно. Мы ввели дополнительный скаляр сопутствующего *объемного* давления:

$$p_v = p_c + \frac{1}{3}s_v. \quad (\text{I.4.14})$$

Скаляр q безразмерный. Определим безразмерные возмущения сопутствующей плотности и давления среды:

$$\delta_\varepsilon \equiv \frac{\delta\varepsilon_c}{\varepsilon + p}, \quad \delta_p \equiv \frac{\delta p_c}{\varepsilon + p}. \quad (\text{I.4.15})$$

Мы построили четыре калибровочно-инвариантных скаляра $q, \delta_\varepsilon, \delta_p$ и S . Оставшиеся четыре метрических потенциала A, B, C и D калибровочно неинвариантны: любые два из них можно выбрать произвольным образом с помощью подбора функций X и Y (см. сноску в начале § 2 главы 4). Таким образом, у нас имеется всего шесть независимых скаляров, описывающих возмущения плотности в модели Фридмана.

Главную роль в описании моды S играет скалярное поле $q = q(t, \vec{x})$ (I.4.1). Из уравнений Эйнштейна низшего порядка следует связь исходных потенциалов S-моды с полем q :

$$\frac{\Delta\Phi}{a^2} = 4\pi G \delta\varepsilon_c, \quad \Phi = \frac{H}{a} \int (\gamma q - S) \frac{da}{H}, \quad (\text{I.4.16})$$

$$v - C + a^2\dot{B} = \frac{q}{H}, \quad \dot{v} - D = \frac{\dot{q}}{H}, \quad (\text{I.4.17})$$

$$\delta_p = \frac{\dot{q}}{H}, \quad (\text{I.4.18})$$

где $q \equiv q - \Phi$ — скалярный потенциал пекулярной скорости материи. Эти преобразования вытекают, соответственно, из временного, пространственно-временного и пространственно-бесследового уравнений (I.4.7) и (I.4.4).

Мы видим, что измеряемые физические переменные зависят от производных q : градиент и временная производная определяют пекулярную скорость и возмущение давления, а вторые производные — компоненты пространственной кривизны. Скаляр q имеет двойной физический смысл. С одной стороны это безразмерный потенциал полной скорости материи Hv (лабораторная интерпретация). С другой стороны это относительное возмущение масштабного фактора $A \equiv \delta a/a$ (космологическая интерпретация). В силу сложившихся исторических причин скалярным потенциалом гравитационного поля мы называем поле Φ . Поэтому мы будем называть поле q скалярным потенциалом кривизны или просто *скаляром кривизны*.

Ключевое уравнение (I.4.16) является релятивистским уравнением Пуассона: оно связывает лапласиан гравитационного потенциала Φ и лагранжево возмущение плотности $\delta\varepsilon_c$. Поле Φ (аналог ньютоновского потенциала) получается интегрированием q и S вдоль мировой линии потока. Уравнение (I.4.18) является релятивистским уравнением Эйлера или вторым законом

Ньютона: оно связывает ускорение потока \dot{q} с действующим на него градиентом давления δp_c . Следует подчеркнуть, что на ускорение потока влияет только та часть давления, которую мы обозначили буквой p — сюда не входит тензор натяжений s_{μ}^{ν} , имеющий, по определению, нулевую расходимость (см. (I.4.2)).

Гравитационные уравнения (I.4.16)–(I.4.18) задают четыре связи на шесть потенциалов S-моды. Очевидно, одних только уравнений гравитации недостаточно для описания динамики скалярных возмущений. Для этого необходима информация о физическом состоянии материи в виде двух недостающих связей (уравнений состояния).

3. Масштабный фактор Вселенной

В предыдущем разделе мы определили сектор малых возмущений геометрии Фридмана с помощью калибровочно инвариантных функций q , \mathfrak{S}_i и \mathfrak{S}_{ij} . Для описания *полной* геометрии слабо нарушенных хаббловских течений нам понадобятся калибровочные переменные, включающие *оба* порядка теории возмущений (нулевой + первый). Такими переменными являются скаляры полной плотности ε и давления p среды, однако нам нужны еще масштабные и хаббловские скалярные факторы (фоновые функции a и H не удовлетворяют этим условиям, поскольку они калибровочно-неинвариантны).

Определим две группы геометрических скаляров:

$$a \equiv a \cdot (1 - A) = a_c \cdot (1 - q), \quad (I.4.19)$$

$$a_c = a(t_c) = a + \dot{a}v,$$

$$H_c \equiv H(t_c) \equiv \frac{\dot{a}_c}{a_c} = u^{\mu} (\ln a)_{,\mu},$$

$$a_v \equiv a \det^{1/3}(\delta_{ij} - \mathcal{B}_{,ij}) = b \cdot (1 - q), \quad (I.4.20)$$

$$b \equiv a_c \cdot (1 - \Delta \mathcal{B}/3),$$

$$H_v \equiv \frac{\dot{b}}{b} = \frac{1}{3} u^{\mu}_{;\mu} = u^{\mu} (\ln a_v)_{,\mu}.$$

Здесь точка над переменной обозначает производную по *сопутствующему* времени²⁾ t_c , буква «v» в индексе означает *объем*: функции a_v и H_v соответствуют объемному масштабному фактору и темпу объемного расширения материи.

²⁾ Напомним, что фоновый масштабный фактор $a = a(t)$ есть функция своего времени в любой координатной сетке (t, x^i) .

Скалярный масштабный фактор $a = a(x^{\mu})$ (I.4.19) определен для любых квазифридмановских систем отсчета (I.4.1). Для более глубокого понимания физического смысла введенных инвариантных переменных удобно обращаться к координатным системам *частного* вида. Рассмотрим подробнее сопутствующие системы отсчета.

Лагранжевы ортогональные координаты $x_c^{\mu} = (t_c, \vec{x}_c)$ определяются условиями *сопутствия* S-моды возмущений и *ортогональностью* квазифридмановского разбиения (I.4.1):

$$v = C = \mathfrak{S}_i + a^3 \dot{\xi}_i = 0. \quad (I.4.21)$$

Метрика в этих координатах имеет следующий вид:

$$ds^2 = (1 - 2\delta_p) dt_c^2 - a^2 (\delta_{ij} - 2\mathcal{B}_{,ij} - 2\bar{\mathfrak{S}}_{ij}) dx_c^i dx_c^j, \quad (I.4.22)$$

$$u_{\mu} = (1 - \delta_p, v_i), \quad \delta_p = \frac{\dot{q}}{H},$$

$$\mathcal{B} \equiv \int q \frac{d\eta}{H}, \quad q \equiv q - \Phi,$$

$$\bar{\mathfrak{S}}_{ij} = \mathfrak{S}_{ij} - \int \mathfrak{S}_{(i,j)} \frac{dt}{a^3}.$$

Как видим, собственное время τ в точке \vec{x}_c связано с сопутствующим временем t_c условием

$$d\tau = (1 - \delta_p) dt_c = \left(1 - \frac{\dot{q}}{H}\right) dt_c, \quad (I.4.23)$$

где $ds = d\tau$ на мировой линии элемента потока $\vec{x}_c = \text{const}$.

4. Неоднородные уравнения Фридмана

Суммируя уравнения (I.4.6) и (I.4.16), получаем уравнение динамики квазихаббловского потока для масштабного фактора объемного расширения материи $b = b(t, \vec{x})$ в лагранжевых координатах, сопутствующих полной плотности энергии:

$$H_v^2 = \frac{8\pi G}{3} \varepsilon - \frac{\kappa}{b^2}, \quad (I.4.24)$$

$$\dot{\varepsilon} + 3H_v (\varepsilon + p_v) = 0, \quad (I.4.25)$$

где $H_v = \dot{b}/b$ — локальный хаббловский фактор объемного расширения (I.4.20),

$$\kappa = \kappa(t, \vec{x}) \equiv \frac{2}{3} \Delta q \quad (I.4.26)$$

Уточните, нумеруется только первая формула блока из трех формул или весь блок?

— локальная внутренняя кривизна пространства. Дифференцируя (I.4.24) и исключая $\dot{\varepsilon}$ с помощью (I.4.25), получаем уравнение для производной хаббловской функции:

$$-\dot{H}_v = 4\pi G (\varepsilon + p_v) - \frac{2\kappa}{b^2} + \frac{\dot{\kappa}}{b^2 H}. \quad (\text{I.4.27})$$

Полученные уравнения напоминают по форме динамические уравнения Фридмана, однако входящие в них скаляры являются функциями всех четырех координат, а точка означает частную производную по сопутствующему времени t_c при фиксированных \vec{x}_c . Скаляр $\varepsilon = \varepsilon(t, \vec{x})$ представляет собой полную плотность энергии квазихаббловского потока, тогда как p_v это лишь та часть давления, у которой зависимость от пространственных координат на сечениях $t_c = \text{const}$ определяется следом анизотропного тензора натяжений s_i^i , см. (I.4.14).

Квазифридмановские уравнения (I.4.24) и (I.4.25) справедливы для малой пространственной кривизны $|\kappa| \ll 1$, и с этим связан их простой и ясный физический смысл. В частности, из (I.4.26) следует, что скаляр q является потенциалом пространственной кривизны в лагранжевой системе отсчета. Уравнения (I.4.24) и (I.4.25) определяют эволюцию квазифридмановской вселенной в геометрических инвариантных переменных, описывающих нулевой + первый порядок по отклонениям квазифридмановской геометрии от фридмановской.

Эти уравнения имеют скалярный вид, хотя описываемая ими геометрия анизотропна (см. (I.4.22)). Моды V и T не влияют на объемное расширение. Чтобы решить квазифридмановское уравнение (I.4.24) для объемного фактора b , надо знать малую функцию q — задающий скаляр S-моды возмущений, лапласиан которого определяет пространственную кривизну κ . Предполагая, что функция q нам известна, ищем решение (I.4.24) в виде

$$H_v = H(t_c) + \frac{\Delta\Phi - \Delta q}{3a\bar{H}}, \quad (\text{I.4.28})$$

$$\varepsilon = \varepsilon(t_c) + \frac{\Delta\Phi}{4\pi G a^2}, \quad p_v = p(t_c) + \frac{\Delta S}{12\pi G a^2},$$

где Φ и S — произвольные малые функции. Подставляя (I.4.28) в (I.4.24), получаем *правильную* связь между Φ и q :

$$\Phi = \frac{H}{a} \int a (\gamma q - S) dt, \quad (\text{I.4.29})$$

причем S остается произвольной функцией. Мы уже подчеркивали, что S не определяется из уравнений Эйнштейна, а задается физическим состоянием материи.

5. Информация о материи

Каждая из трех геометрических мод возмущений фридмановской модели эволюционирует во внешнем однородном гравитационном поле, описываемом функцией времени $a(t)$, а также чувствует анизотропные натяжения в среде (если таковые имеются), которые описываются анизотропной частью тензора давлений. Полный тензор натяжений зависит от физического состояния среды и является ее внутренней характеристикой.

Что еще надо знать о среде для определения динамики космологических возмущений?

Для мод T и V больше ничего, так как они не возмущают ни давление ни плотность. Что касается моды S, то надо знать как соотносятся между собой возмущения давления и плотности материи.

Неоднородная часть потенциальных течений любой гравитирующей среды в квазифридмановской геометрии — S-мода космологических возмущений — описывается скалярным полем $q = q(t, \vec{x})$, которое является суперпозицией неоднородных частей потенциала общей скорости материи и масштабного фактора Вселенной (см. (I.4.11)):

$$q = Hv - \frac{\delta a}{a} = \frac{a_c - a}{a} = \frac{a_v - b}{a}. \quad (\text{I.4.30})$$

С геометрической точки зрения скаляр q задает меру отклонения между скалярными масштабными факторами a и a_c (эквивалентно, b и a_v). Нас интересуют малые отклонения между скалярами a и a_c и, следовательно, линейный порядок малости по q .

Эволюция поля q подчиняется уравнениям S-сектора космологических возмущений (I.4.16)–(I.4.18), которые мы перепишем в следующем виде:

$$\delta_\varepsilon = \frac{\Delta\Phi}{\gamma\bar{H}^2}, \quad \delta_p = \frac{\dot{q}}{H}, \quad \Phi = \frac{H}{a} \int (\gamma q - S) \frac{da}{H}. \quad (\text{I.4.31})$$

Чтобы вывести отсюда ключевое динамическое уравнение для скаляра q , надо задать две связи на три полевых переменных δ_ε , δ_p и S , т. е. иметь минимальную информацию о физическом состоянии материи.

6. Действие космологических возмущений

Для простоты предположим, что материя однокомпонентна и выполнены оба условия идеальности³⁾:

$$S = 0, \quad \delta p_c = \beta^2 \delta \varepsilon_c, \quad (\text{I.4.32})$$

где $\beta^2 = \beta^2(t)$ — положительная функция времени.

³⁾ Заметим, что скалярные поля удовлетворяют условию идеальности (например, [6]), см. далее формулу (6.11).

В этом случае изометрические ветви возмущений отсутствуют и эволюция скаляра кривизны описывается уравнением, следующим из (I.4.31):

$$\ddot{q} + \left(3H + 2\frac{\dot{\alpha}}{\alpha}\right)\dot{q} - \beta^2 a^{-2} \Delta q = 0. \quad (\text{I.4.33})$$

Уравнение движения q -скаляра может быть получено путем варьирования действия:

$$S[q] = \int L(q) a^3 dt d\vec{x} = \int \bar{L} d\eta d\vec{x}, \quad (\text{I.4.34})$$

$$L = L(q) = \frac{\alpha^2}{2} \left(\dot{q}^2 - \frac{\beta^2}{a^2} \vec{\nabla} q^2 \right) \quad (\text{I.4.35})$$

— лагранжиан возмущений плотности квазихаббловского потока гравитирующей материи,

$$\bar{L} \equiv a^4 L = \frac{\bar{\alpha}^2}{2} \left(q'^2 - \beta^2 \vec{\nabla} q^2 \right) \quad (\text{I.4.36})$$

— лагранжева плотность поля q в координатах конформно-плоского пространства Минковского, $\bar{\alpha} = \alpha a$.

Так как обратный путь от уравнения к лагранжиану определяет последний с точностью до умножения на константу, то нам следует проверить правильность коэффициента в действии S-моды (I.4.34).

Для этого достаточно проверить нерелятивистский предел. Перепишем действие (I.4.34) в виде:

$$L(q) = \frac{\alpha^2}{2a^2} \left(q'^2 - \beta^2 \vec{\nabla} q^2 \right) = \frac{1}{2} (\varepsilon + p) \left(\beta^2 \delta_\varepsilon^2 - \vec{v}^2 \right), \quad (\text{I.4.37})$$

где сопутствующее возмущение плотности и скорость материи соответственно равны

$$\delta_\varepsilon = \frac{q'}{H\beta^2}, \quad \vec{v} = -\frac{\vec{\nabla} q}{H}.$$

Оба слагаемых в правой части (I.4.37) описывают плотности потенциальной и кинетической энергий поля q . В этой форме действие напоминает звуковое поле негравитирующей среды: q выступает в роли потенциала скорости, а \dot{q} — возмущение плотности. Полная плотность энергии возмущений имеет вид

$$\mathcal{E} = \frac{1}{2} \frac{\beta^2 \delta_\varepsilon^2}{\varepsilon + p} + \frac{1}{2} (\varepsilon + p) \vec{v}^2. \quad (\text{I.4.38})$$

Это соотношение полностью соответствует гидродинамическому пределу звуковой волны с частотой $\omega = c_s k$ и скоростью звука $c_s = \beta$.

Итак, мы построили замкнутую лагранжеву теорию S-моды космологических возмущений для одной материальной среды. Единственным ограничением свойств среды являются условия идеальности (I.4.32), где второе

уравнение задает скорость распространения скалярных возмущений в единицах скорости света β (для тензорной моды $\beta = 1$). Данная теория легко обобщается на случай многокомпонентных и других сред, однако каждый раз это приводит к модификации лагранжиана. В этом состоит коренное различие в построении теорий S- и T-мод возмущений: T-мода не требует знаний о среде, тогда как S-мода требует.

Скалярное материальное поле φ геометрически тождественно потенциалу скорости материи, поскольку его связь с вектором скорости по определению имеет вид

$$u_\mu = \frac{\varphi_{,\mu}}{w}, \quad (\text{I.4.39})$$

где $w^2 = g^{\mu\nu} \varphi_{,\mu} \varphi_{,\nu}$ — нормировочная функция.

Плотность лагранжиана материи зададим в произвольной форме:

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}(\varphi, w). \quad (\text{I.4.40})$$

Остальные характеристики материи получаем из тензора энергии-импульса:

$$\varepsilon \equiv nw - \mathcal{L}, \quad p \equiv \mathcal{L}, \quad n \equiv \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial w}, \quad v = \frac{\delta \varphi}{\dot{\varphi}}, \quad (\text{I.4.41})$$

откуда получаем следующее соотношение между $\delta\varepsilon_c$ и δp_c :

$$\frac{\delta\varepsilon_c}{\delta p_c} \equiv \frac{w \delta n - \dot{n} \delta \varphi}{n(\delta w - \dot{w}v)} = \frac{wn_{,w}}{n} \equiv \frac{w}{n} \frac{\partial^2 \mathcal{L}}{\partial w^2} \equiv c_s^{-2} = c_s^{-2}(\varphi, w). \quad (\text{I.4.42})$$

Для линейных возмущений функция $c_s^{-2}(\varphi, w)$ в соотношении (I.4.42) должна быть взята в нулевом порядке, в котором она зависит только от времени: $c_s^{-2} = c_s^{-2}(t)$. Это доказывает, что фоновые функции c_s и β идентичны и, значит, оба способа задания характеристик материи (I.4.32) и (I.4.42) для вывода ключевого уравнения (I.4.33) также идентичны. Математическая аналогия между потенциальными (невращательными) движениями идеальной среды и теорией скалярного поля идет глубже и может быть распространена на все порядки теории возмущений.

Вернемся к фундаментальному соотношению (I.4.40), которое, бесспорно, является избыточным для построения линейной теории скалярных возмущений.

В полевом подходе лагранжиан космологических возмущений плотности можно получить путем *прямого* разложения материальной плотности (I.4.40) и действия Гильберта вплоть до второго порядка малости по переменным возмущений $\delta g_{\mu\nu} \equiv h_{\mu\nu}$ и $\delta \varphi \equiv w v$. Предполагая выполненными уравнение Фридмана нулевого порядка и ограничения дальнего действия и однокомпонентности первого порядка малости, а также опуская члены с высшими производными в форме полных дивергенций, из действия Гильберта имеем:

$$\delta^{(2)} S \equiv S[q, \mathfrak{S}_i^j] = \int (\bar{L}_S + \bar{L}_T) d\eta d\vec{x}, \quad (\text{I.4.43})$$

$$\bar{L}_S = \bar{L}(q) = \frac{\bar{\alpha}_S^2}{2} (q'^2 - \beta^2 \nabla q^2), \quad (I.4.44)$$

$$\bar{L}_T = \bar{L}(\mathfrak{S}_i^j) = \frac{\bar{\alpha}_T^2}{2} \eta^{\mu\nu} \mathfrak{S}_{i,\mu}^j \mathfrak{S}_{j,\nu}^i, \quad (I.4.45)$$

$$\bar{\alpha}_S^2 \equiv \frac{a^2 \gamma}{4\pi G \beta^2}, \quad \bar{\alpha}_T^2 \equiv \frac{a^2}{8\pi G}. \quad (I.4.46)$$

Переменные q и \mathfrak{S}_{ij} выделены тем, что входят в собственные лагранжианы в виде первых производных, т. е. математически эквивалентны *пробным безмассовым полям* во внешнем фридмановском пространстве-времени. Этими условиями канонические переменные q и \mathfrak{S}_{ij} космологических возмущений однозначно определены.

7. Эффект параметрического усиления

Модель Фридмана связана конформным преобразованием с плоским пространством-временем Минковского. Чтобы в этом убедиться, надо перейти от физического времени t к координатному времени Минковского:

$$\eta = \int \frac{d\eta}{a},$$

оставив пространственные переменные \vec{x} неизменными. Конформным метрическим параметром является квадрат масштабного фактора $a = a(t)$, описывающий расширение гравитирующей материи.

Рассматривая эволюцию физических полей в модели Фридмана, мы будем называть поле *конформно инвариантным*, если существуют такие преобразования полевых переменных, при которых уравнение эволюции данного поля, переписанное в координатах Минковского, идентично динамическому уравнению движения соответствующего физического поля в метрике Минковского. Полученные таким образом полевые переменные называются *конформными*, а их связь с физическими полями — конформными преобразованиями. Амплитуды гравитирующих конформно инвариантных полей адиабатически изменяются в соответствии с конформными преобразованиями из-за расширения Вселенной, однако их внутренняя динамика остается той же, что и в отсутствие гравитации.

Примером конформно инвариантного поля является векторная мода V космологических возмущений. Действительно, переходя к конформным переменным

$$\bar{S}^i = \frac{S_i}{16\pi G} = \frac{\mathfrak{S}_i}{16\pi G} \quad \text{и} \quad \bar{v} = a^3(\varepsilon + p) v_i,$$

получаем уравнения (I.4.5), (I.4.9) в форме:

$$\Delta \bar{S} = \bar{v}, \quad (I.4.47)$$

эквивалентной уравнению Эйлера для вихревой моды негравитирующей среды в пространстве Минковского. Никаких новых физических эффектов в гравитирующей среде по сравнению с негравитирующей не возникает. Математическая эквивалентность двух теорий означает, что их физические лагранжианы в координатах (η, \vec{x}) совпадают с точностью до слагаемых с полными производными.

Иначе обстоит дело с модами возмущений S и T .

Для динамического сопоставления гравитирующей и негравитирующей сред перепишем действие (I.4.44) в конформно-сопутствующих координатах Минковского в приведенных конформных переменных:

$$\bar{L} = \frac{1}{2} \bar{\alpha}^2 (q'^2 - \beta^2 \vec{\nabla} q^2) = \frac{1}{2} \left(\bar{q}'^2 - \beta^2 \vec{\nabla} \bar{q}^2 + U \bar{q}^2 - (\alpha \alpha' q^2)' \right), \quad (I.4.48)$$

где

$$\bar{q} = \bar{\alpha} q, \quad U = \frac{\bar{\alpha}''}{\bar{\alpha}}, \quad \bar{\alpha} \equiv \alpha a.$$

Последнее слагаемое в правой части (I.4.48) имеет форму полной временной производной, не влияющей на поле q .

Таким образом, с теоретической точки зрения задача о космологических возмущениях плотности в метрике Фридмана эквивалентна задаче о безмассовом действительном поле q в метрике Минковского в переменном внешнем потенциале:

$$\bar{\alpha}^2 = \bar{\alpha}_S^2(\eta) = \frac{a^2 \gamma}{4\pi G \beta^2}.$$

Динамическое влияние этого потенциала на поле q описывается членом с трением ($\propto \dot{q}$) в уравнении (I.4.33). В терминах конформного скаляра \bar{q} действие имеет стандартную форму свободного поля с переменной эффективной массой $-U$. Однако физически правильнее считать, что массовый член описывает взаимодействие поля с внешней геометрией, поскольку «масса» в данном случае характеризует не само поле, а его связь с внешней нестационарной метрикой: U зависит от масштабного фактора $a(t)$ и его первых четырех производных.

Эффективный потенциал $U \sim \bar{H}^2$ не имеет нерелятивистского аналога и ответственен за приливное параметрическое воздействие хаббловского потока на поле возмущений плотности. Оно описывается ненулевой правой частью волнового уравнения для конформного поля \bar{q} :

$$\square_\beta \bar{q} = U \bar{q}. \quad (I.4.49)$$

где $\square_\beta \equiv \partial^2 / \partial \eta^2 - \beta^2 \Delta$ — звуковой даламбертиан.

Решение уравнения (I.4.49) хорошо известно в квантовой механике: это распространение волн в пространстве с барьером U . На барьер падает волна и отражается от него, образуя перед барьером стоячую волну, но незначительная доля энергии просачивается через барьер и уходит в виде бегущей волны.

В космологии подобный барьер возникает не в пространстве, а во времени (см. рис. 1). До появления барьера (внешнего воздействия) имеется затравочная флуктуация поля \bar{q} в виде бегущей волны. А после параметрического воздействия волна усиливается: рождается стоячая волна (пара частиц) с определенной фазой и амплитудой.

Временная фаза усиленных возмущений соответствует одному из двух фундаментальных решений уравнения (I.4.49), называемого *растущей* ветвью решения. Данное предсказание теории параметрического усиления блестяще подтверждается наблюдаемой звуковой модуляцией спектров возмущений РИ и плотности материи: фаза звуковой модуляции соответствует растущей (адиабатической) моде возмущений плотности. Что касается амплитуды рожденных возмущений, то она, согласно (I.4.49), зависит от момента времени, в который произошло воздействие правой части этого уравнения на свободную волну (решение однородного уравнения). При усреднении по начальной фазе бегущей волны всегда имеется выигрыш в амплитуде (закон роста энтропии или рождение частиц).

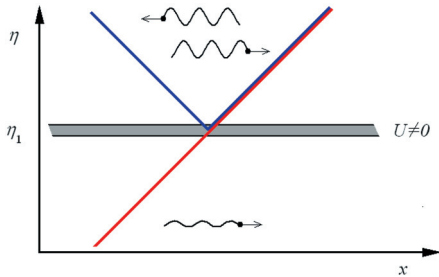


Рис. 1. Иллюстрация решения уравнения (I.4.49)

При $U = 0$ мода S фридмановской метрики удовлетворяет тому же уравнению, что и негравитирующие возмущения плотности в метрике Минковского. В этом случае поле q конформно инвариантно возмущениям негравитирующей среды. Физические следствия идентичны: отсутствует эффект усиления, поле q эволюционирует в адиабатическом режиме, сохраняется адиабатический инвариант — число квантов поля не меняется со временем. Вселенная с $U = 0$ гравитационно устойчива. Важным случаем адиабатического режима расширения является радиационно-доминированная вселенная: $a \propto \eta$, $\gamma = 2$, $\beta = 1/\sqrt{3}$, $U = 0$.

В общем случае $U \neq 0$ и поле q конформно неинвариантно. Это значит, что космологическая S-мода взаимодействует с фоновой нестационарной метрикой, что принципиально отличает ее от звуковых волн негравитирующей материи. Потенциал U изменяет эффективную частоту звуковых колебаний и приводит к несохранению числа частиц поля q со временем.

Происходит *параметрическое усиление* неоднородностей плотности в ходе расширения Вселенной.

В лабораторном пределе частота колебаний велика и потенциал U несущественен ($\omega \gg \bar{H}$). Однако прежде чем попасть в коротковолновую область и образовать галактики, космологические возмущения провели в длинноволновой зоне $\omega < \bar{H}$ большую часть своих хаббловских времен

$$\mathcal{N} \equiv -\ln a \gg 1. \tag{I.4.50}$$

В этом пределе главные члены разложения решения по малому параметру ω/\bar{H} имеют вид:

$$q = c_1 - c_2 \int_0^{\beta^2 d\mathcal{N}} \frac{\beta^2 d\mathcal{N}}{\gamma a^3 H} + \dots, \tag{I.4.51}$$

$$p \equiv \frac{\partial \bar{\mathcal{L}}}{\partial q'} = \bar{\alpha}^2 q' = \frac{1}{4\pi G} \left(c_2 + \Delta c_1 \int \frac{\gamma da}{H} \right) + \dots, \tag{I.4.52}$$

где $c_1 = c_1(\vec{x})$ и $c_2 = c_2(\vec{x})$ — функции пространственных координат, задающие два фундаментальных решения.

Скаляр q «замораживается» во времени при условии сходимости интегральной амплитуды c_2 в правой части (I.4.51), что выполняется в большинстве сценариев ранней Вселенной. В этом случае предел интегрирования выбран так, чтобы решение $\propto c_2$ затухало с ростом масштабного фактора. Исторически решение $\propto c_1$ называют *растущим*, а $\propto c_2$ — *падающим*. Эти решения ассоциируются, соответственно, с полем q и с его канонически сопряженным импульсом p .

Отношение между падающей и растущей ветвями решений затухает со временем $\propto \gamma a^3 H$ ($\propto a$ на радиационно-доминированной стадии). Если принять, что в эпоху Большого взрыва при $k \sim \bar{H}$ обе амплитуды были одного порядка, то за все время существования Вселенной начальная падающая ветвь поля уменьшилась по сравнению с растущей более, чем на 100 порядков. По этой причине крупномасштабная структура Вселенной обязана своим происхождением исключительно растущей первичной ветви решения c_1 , а начальную падающую ветвь c_2 современная теория образования структуры игнорирует⁴⁾.

8. Квантовая теория возмущений

В уравнениях S-моды космологических возмущений геометрический скаляр кривизны q предстает в виде действительного *пробного* поля во внешней фридмановской метрике. Поэтому квантование q осуществляется стан-

⁴⁾ Это не относится к новообразованным решениям падающего типа вследствие взаимодействия адиабатических и изометрических ветвей возмущений в ходе эволюции Вселенной.

дартными методами квантовой теории вложенного поля на заданном классическом фоне⁵⁾.

В ковариантном обобщении действие и классическое уравнение движения для q имеют вид:

$$S[q] = \int L_S \sqrt{-g} d^4x, \quad L_S = \frac{1}{2} D^{\mu\nu} q_{,\mu} q_{,\nu}, \quad (I.4.53)$$

$$(D^{\mu\nu} q_{,\mu})_{;\nu} = 0, \quad (I.4.54)$$

$$D_{\mu\nu} = \alpha_S^2 (u_\mu u_\nu + \beta_S^2 p_{\mu\nu}), \quad \alpha_S^2 = \frac{\varepsilon + p}{H^2 \beta_S^2} = \frac{\gamma}{4\pi G \beta_S^2},$$

где u^μ , β_S , $g_{\mu\nu}$ и $p_{\mu\nu} = g_{\mu\nu} - u_\mu u_\nu$ это, соответственно, скорость хаббловского потока материи, скорость распространения скалярных (звуковых) возмущений в среде, фридмановский метрический тензор и проекционный тензор.

Введем канонически сопряженный к q скаляр p :

$$p = p(x^\mu) \equiv \frac{\partial L(q)}{\partial \dot{q}} = \alpha^2 \dot{q} = \frac{\delta \varepsilon_c}{H} = \frac{\varepsilon + p}{H} \delta_\varepsilon, \quad (I.4.55)$$

где $\dot{q} \equiv u^\mu q_{,\mu}$, $\delta \varepsilon_c$ — сопутствующее возмущение плотности (I.4.12). Квантование вводится с помощью стандартного одновременного коммутационного соотношения между операторами q и p :

$$[q(t, \vec{x}) p(t, \vec{x}')] \equiv qp - pq = i \frac{\delta(\vec{x} - \vec{x}')}{\sqrt{-g}}, \quad (I.4.56)$$

которое является математическим выражением принципа неопределенности Гейзенберга. Мы видим, что q выступает в роли координаты, а p — импульса. Процедура квантования не зависит от выбора гиперповерхности одновременности Σ_μ , однако для простоты предполагаем фридмановскую гиперповерхность $t = \text{const}$ с мерой на ней $d\Sigma_\mu = t_{,\mu} a^3 d\vec{x}$, где $\sqrt{-g} = a^3$, $\delta(\vec{x})$ — трехмерная дельта-функция Дирака.

Восстанавливая размерные константы, перепишем соотношение (I.4.56) с учетом (I.4.55):

$$\left[\frac{q}{H} \delta \varepsilon_c \right] = i \hbar \frac{\delta(\vec{x} - \vec{x}')}{a^3}. \quad (I.4.57)$$

Коммутатор (I.4.57) напоминает квантование фононов в гидродинамике. В пределе коротких длин волн квантовая теория S-моды переходит в обычную теорию фононов негравитирующей однородной среды в пространстве Минковского:

$$[v \delta \rho] = i \hbar \delta(\vec{x} - \vec{x}'). \quad (I.4.58)$$

⁵⁾ Напомним, что в q входят метрические переменные, например гравитационный потенциал Φ . Это означает, что мы квантуем не только материальные степени свободы, но и физические возмущения метрики и частично координаты. Классическими остаются лишь квазиоднородные длинноволновые степени свободы. Используемая процедура квантования является квазиклассическим пределом квантовой теории гравитации.

Используя эту аналогию, мы будем называть кванты поля q гравитирующими фононами или просто *фононами*.

Полный гамильтониан системы (I.4.53)–(I.4.55) имеет стандартный вид интеграла по 3-мерному объему:

$$\mathcal{H} = a^3 \int \mathcal{E} d\vec{x}, \quad (I.4.59)$$

где \mathcal{E} — это локальная энергия поля q (см. (I.4.34)–(I.4.38)):

$$\mathcal{E} = \frac{\alpha^2}{2} \left[\dot{q}^2 + \beta^2 \left(\frac{\vec{\nabla} q}{a} \right)^2 \right] = \frac{\varepsilon + p}{2} (\beta^2 \delta_\varepsilon^2 + v^2). \quad (I.4.60)$$

Данная процедура квантования, основанная на одновременном коммутационном соотношении, вполне корректна в квазиклассическом пределе, поскольку *однородная* часть пространства-времени остается классической и понятие одновременных событий в нем строго определено. Квантуется только *неоднородная* часть пространства-времени, предполагаемая малой, что и является условием квазиклассического предела квантовой гравитации.

Для представления вторичного квантования поля плотности рассмотрим гильбертово пространство всех классических решений уравнения (I.4.54)⁶⁾. Определим меру в этом пространстве скалярным произведением (числом), которое ставится в соответствие любой паре решений q_1 и q_2 с помощью интегрирования тока — билинейной формы J_{12}^μ , составленной из этих решений, — на пространственноподобной гиперповерхности:

$$(q_1, q_2) = \int_{\Sigma} J_{12}^\mu d\Sigma_\mu, \quad (I.4.61)$$

где

$$J_{12}^\mu = i D^{\mu\nu} (q_1^* q_{2,\nu} - q_{1,\nu}^* q_2), \quad J_{12;\mu} = 0, \quad (I.4.62)$$

звездочкой обозначено комплексное сопряжение. Интеграл не зависит от выбора гиперповерхности Σ_μ в силу закона сохранения тока.

Выберем ортонормированный базис в гильбертовом пространстве в виде *плоских волн*

$$(v_{k_1} e^{i\vec{k}_1 \vec{x}}, v_{k_2} e^{i\vec{k}_2 \vec{x}}) = (2\pi)^3 \delta(\vec{k}_1 - \vec{k}_2) \quad (I.4.63)$$

и разложим квантовое поле в интеграл по плоским волнам:

$$q = \int \left(a_{\vec{k}} v_{\vec{k}} e^{i\vec{k} \vec{x}} + a_{\vec{k}}^\dagger v_{\vec{k}}^* e^{-i\vec{k} \vec{x}} \right) \frac{d\vec{k}}{(2\pi)^{3/2}}, \quad (I.4.64)$$

где интегрирование ведется по всем волновым векторам \vec{k} ,

$$v_{\vec{k}} = v_{\vec{k}}(\eta) \equiv \frac{\bar{v}_{\vec{k}}}{\bar{\alpha}}, \quad \bar{\alpha} \equiv \alpha a, \quad (I.4.65)$$

⁶⁾ Это уравнение действительное, но решения комплексные.

крест означает эрмитово сопряжение.

Представление (I.4.64) является полным в классе равномерно-ограниченных в пространстве функций $|q| < \text{const}$, поскольку оно сводится с помощью простого переобозначения к стандартному преобразованию Фурье между функциями q и $q_{\vec{k}}$, заданными, соответственно, в координатном \vec{x} и импульсном \vec{k} евклидовых пространствах:

$$q = \int q_{\vec{k}} e^{i\vec{k}\vec{x}} \frac{d\vec{k}}{(2\pi)^{3/2}}, \quad q_{\vec{k}} = a_{\vec{k}} \nu_k + a_{-\vec{k}}^\dagger \nu_k^*. \quad (\text{I.4.66})$$

Фурье-гармоники обладают естественной симметрией в силу действительности поля q и называются *элементарными осцилляторами*, поскольку зависят только от времени:

$$q_{\vec{k}} = q_{\vec{k}}(\eta) = q_{-\vec{k}}^\dagger.$$

Коммутационное соотношение (I.4.56) между операторами q и p в позиционном пространстве переносится на коммутаторы операторов уничтожения $a_{\vec{k}}$ и рождения $a_{\vec{k}}^\dagger$ частиц (фононов) в импульсном пространстве:

$$[a_{\vec{k}_1}, a_{\vec{k}_2}^\dagger] = \delta(\vec{k}_1 - \vec{k}_2), \quad [a_{\vec{k}_1}, a_{\vec{k}_2}] = 0. \quad (\text{I.4.67})$$

Очевидно, частицы тождественны своим античастицам. *Постоянные* операторы $a_{\vec{k}}$ и $a_{\vec{k}}^\dagger$ воздействуют на состояния поля, которые также не зависят от координат (представление Гейзенберга).

Эволюция поля q описывается классическими функциями (I.4.65), удовлетворяющими условиям нормировки (I.4.63):

$$\bar{v}_k'' + (\omega^2 - U) \bar{v}_k = 0, \quad (\text{I.4.68})$$

$$\bar{v}_k \bar{v}_k'^* - \bar{v}_k'^* \bar{v}_k = i, \quad (\text{I.4.69})$$

где

$$\omega = \beta k \quad \text{и} \quad U = \frac{\bar{\alpha}''}{\bar{\alpha}}$$

— это частота и эффективный потенциал \vec{k} -осциллятора, соответственно. Гармоники с разными волновыми векторами эволюционируют *независимо* друг от друга и ощущают только динамическое влияние фонового гравитационного поля, в котором они распространяются, — масштабного фактора и ряда его производных.

Вернемся к общему разложению поля q по плоским волнам и докажем, что полное действие $S[q]$ разбивается на сумму действий элементарных осцилляторов:

$$S[q] = \int S_{\vec{k}} d\vec{k}, \quad S_{\vec{k}} = S[q_{\vec{k}}]. \quad (\text{I.4.70})$$

Действительно, подставляя (I.4.66) в (I.4.53) и интегрируя по \vec{x} , получаем лагранжиан \vec{k} -осциллятора:

$$S_{\vec{k}} = \int L_{\vec{k}} d\eta, \quad L_{\vec{k}} = \frac{\bar{\alpha}^2}{2} (|q_{\vec{k}}'|^2 - \omega^2 |q_{\vec{k}}|^2), \quad (\text{I.4.71})$$

где обозначение $|X|^2 \equiv XX^\dagger = X^\dagger X$ относится к любому самокоммутирующему оператору $[XX^\dagger] = 0$. Это выражение выглядит как лагранжиан обычного математического маятника в пространстве Минковского, находящегося под воздействием внешнего поля $\bar{\alpha} = \bar{\alpha}(\eta)$. Функция $\bar{\alpha}(\eta)$ несет информацию о фоновой геометрии Фридмана. Речь идет о двух эквивалентных формулировках одного и того же явления, что позволяет воспользоваться известными ранее результатами для параметрического маятника в плоском пространстве-времени и применить их к Вселенной.

9. Спектры возмущений

Ожидания линейных полей возмущений по определению равны нулю, но имеются вариации полей:

$$\langle q^2 \rangle = \int_0^\infty S \frac{dk}{k}, \quad S \equiv q_k^2, \quad (\text{I.4.72})$$

$$\langle \mathfrak{S}_{ij} \mathfrak{S}^{ij} \rangle = \int_0^\infty T \frac{dk}{k}, \quad T \equiv 2q_{k\lambda}^2, \quad (\text{I.4.73})$$

где $q_{k\lambda} = q_{k\oplus} = q_{k\otimes}$ — это спектр любой из двух поляризаций гравитационных волн, скобки $\langle \dots \rangle$ означают усреднение по состоянию поля.

В силу случайности пространственных фаз родившихся полей возмущений это усреднение эквивалентно усреднению по всем реализациям или по большому пространственному объему (эргодическая теорема). Более того, как мы уже отмечали ранее, пространственные распределения полей гауссовы, что означает, что корреляторы второго порядка q_k и $q_{k\lambda}$ содержат всю статистическую информацию об их распределении (через них, в частности, выражаются корреляторы высших порядков). Поэтому скобки в (I.4.72) и (I.4.73) можно считать усреднением по гауссовому ансамблю пространственных реализаций скалярного поля.

С точки зрения наблюдательной космологии нам интересен диапазон пространственных частот, который в ранней Вселенной находился в причинно-несвязанной области пространства. На этом начальном этапе развития космологической структуры поля S и T постоянны во времени и их спектры q_k и $q_{k\lambda}$, соответственно, зависят только от k .

Амплитуды q_k , $q_{k\oplus}$ и $q_{k\otimes}$ задают дисперсии соответствующих гармоник полей q , q_{\oplus} и q_{\otimes} в диапазоне частот $\delta k = k$. Интегрирование по логарифмическому частотному интервалу в (I.4.72) и (I.4.73) реализует теорему

Пифагора: средний квадрат поля равен сумме средних квадратов его гармоник. Квадраты соответствующих амплитуд называются *спектрами мощности* скалярных $S = S(k)$ и тензорных $T = T(k)$ возмущений.

Индексы наклонов и отношение спектров мощности определены следующим образом:

$$n_S \equiv \frac{d \ln S}{d \ln k}, \quad n_T \equiv \frac{d \ln T}{d \ln k}, \quad (I.4.74)$$

$$r \equiv \frac{T}{S}, \quad r_S = \frac{d n_S}{d \ln k}. \quad (I.4.75)$$

По историческим причинам часто вместо n_S используют индекс $n = n_S + 1$, сдвинутый на единицу относительно n_S . Мы также ввели фактор r_S изменения наклона спектрами мощности моды S .

Все спектральные параметры являются функциями волнового числа k . Если (в каком-то интервале длин волн) спектры не зависят от k , их называют *плоским* или спектрами Харрисона—Зельдовича, для них $n_S = n_T = 0$, а $n = 1$. Спектры, растущие с ростом k , называются *голубыми*, а падающие — *красными*.

Начальные спектры возмущений плотности, пекулярной скорости и гравитационного потенциала зависят от времени и связаны с q_k следующим образом:

$$\langle \delta_\varepsilon^2 \rangle = \int_0^\infty \delta_k^2 \frac{dk}{k}, \quad \langle \bar{v}_{\text{pec}}^2 \rangle = \int_0^\infty v_k^2 \frac{dk}{k}, \quad \langle \Phi^2 \rangle = \int_0^\infty \Phi_k^2 \frac{dk}{k},$$

$$\delta_k = g k^2 q_k, \quad v_k = \nu k q_k, \quad \Phi_k = \phi q_k, \quad (I.4.76)$$

$$\nu = \frac{1}{a^2} \int_0^a \frac{da}{H}, \quad \phi = \gamma \bar{H}^2 g = 1 - \frac{H}{a} \int_0^a \frac{da}{H}. \quad (I.4.77)$$

Как и q_k , эти спектры определены в причинно-несвязанной области пространства. *Факторы роста* $g = g(a)$, $\nu = \nu(a)$ и $\phi = \phi(a)$ являются функциями масштабного фактора a и не зависят от k .

10. Задачи

Задача 1. Пусть частота квантового осциллятора достаточно быстро меняется с ω на Ω так, что он остается в вакуумном in-состоянии. Чему окажется равно среднее оператора числа частиц, определенного по out-операторам рождения и уничтожения?

Решение. Квантовый осциллятор с частотой ω описывается, напомним, гамильтонианом

$$H = \frac{p^2}{2} + \frac{\omega^2 x^2}{2}, \quad (I.4.78)$$

где p и x — операторы импульса и координаты с коммутационным соотношением (полагаем $\hbar = 1$)

$$[x, p] \equiv xp - px = i. \quad (I.4.79)$$

А стационарные состояния квантового осциллятора ψ_n находятся, как известно, из уравнения на собственные значения оператора H :

$$H\psi_n = E_n\psi_n, \quad (I.4.80)$$

откуда также вычисляется энергия n -го состояния

$$E_n = \omega(n + 1/2). \quad (I.4.81)$$

Рассмотрим следующие линейные комбинации операторов импульса и координаты:

$$a = \frac{p - i\omega x}{\sqrt{2\omega}}, \quad a^+ = \frac{p + i\omega x}{\sqrt{2\omega}}. \quad (I.4.82)$$

Отталкиваясь от соотношений (I.4.79), легко проверить, что эти операторы обладают следующими коммутационными свойствами:

$$[a, a^+] = 1, \quad [H, a] = -\omega a, \quad [H, a^+] = \omega a^+. \quad (I.4.83)$$

Посмотрим, что произойдет, если подействовать на волновую функцию n -го состояния оператором a . С учетом (I.4.80) получаем:

$$\begin{aligned} H(a\psi_n) &= (aH - \omega a)\psi_n = a(H\psi_n) - \omega a\psi_n = \\ &= aE_n\psi_n - \omega a\psi_n = (E_n - \omega)(a\psi_n), \end{aligned} \quad (I.4.84)$$

т. е. энергия уменьшилась на ω и мы пришли в $(n - 1)$ -е состояние. Отсюда название оператора: *оператор уничтожения*. Аналогично можно показать, что оператор a^+ — *оператор рождения* — увеличивает номер состояния на единицу. Состояние, при действии на которое оператор уничтожения дает ноль, называется вакуумом:

$$a|\text{vac}\rangle = 0. \quad (I.4.85)$$

Легко проверить, что гамильтониан выражается следующим образом через операторы a и a^+ :

$$H = \omega(a^+ a + \frac{1}{2}). \quad (I.4.86)$$

Сравнивая это выражение с (I.4.81), заключаем, что при усреднении по n -му состоянию оператор $a^+ a$ дает номер состояния:

$$\langle n|a^+ a|n\rangle = n, \quad (I.4.87)$$

поэтому оператор a^+a называется *оператором числа частиц*.

По условию задачи сначала осциллятор находился в вакуумном состоянии: $|\text{in}\rangle = |\text{vac}\rangle$. Поскольку частота изменилась, все состояния мы теперь должны определять по отношению к новым операторам уничтожения и рождения:

$$b = \frac{p - i\Omega x}{\sqrt{2\Omega}}, \quad b^+ = \frac{p + i\Omega x}{\sqrt{2\Omega}}, \quad (\text{I.4.88})$$

которые, как можно видеть, связаны со «старыми» операторами следующими преобразованиями Боголюбова:

$$\begin{cases} b^+ = \frac{a^+}{2} (x^{-1} + x) + \frac{a}{2} (x^{-1} - x), \\ b = \frac{a^+}{2} (x^{-1} - x) + \frac{a}{2} (x^{-1} + x), \end{cases} \quad (\text{I.4.89})$$

где $x = \sqrt{\Omega/\omega}$.

По условию осциллятор остался в «старом» вакуумном состоянии. Вычислим среднее «нового» оператора частиц b^+b по этому состоянию. Используя связь (I.4.89) и ортогональность состояний с разными номерами, получим:

$$\langle \text{in} | b^+ b | \text{in} \rangle = \frac{(\Omega - \omega)^2}{4\Omega\omega}, \quad (\text{I.4.90})$$

т. е. с точки зрения «нового» осциллятора из «старого» вакуума родились частицы. Примечательно, что аналогичный механизм работает и для рождения космологических возмущений. Уравнение эволюции q -скаляра (см. задачу 3 лекции 3) после некоторых преобразований приводится к уравнению осциллятора с переменной частотой (I.4.48), (I.4.68). Причем на стадии инфляции в асимптотическом прошлом эта частота постоянна и имеется хорошо определенный начальный вакуум, а в будущем наступает радиационно-доминированная стадия, на которой $U = 0$ и частота также постоянна. Кроме того, когда $\omega^2 \sim U$ выполняется условие резкого изменения частоты. \triangleright

Задача 2. Вычислить отношение T/S для инфлатона со степенным потенциалом $V(\varphi) \propto \varphi^{2p}$, выразив его через число e -фолдов N . К какому p приводит наблюдательное ограничение $T/S \lesssim 0,04$?

Решение. Из (I.4.44), (I.4.45) и (I.4.72), (I.4.73) имеем

$$T/S = 4\gamma \equiv -4 \frac{\dot{H}}{H^2}. \quad (\text{I.4.91})$$

Выпишем уравнения Фридмана в случае, когда расширение определяется скалярным полем с потенциалом $V(\varphi)$:

$$\begin{aligned} H^2 &= \frac{8\pi G}{3} (V + \dot{\varphi}^2/2), \\ \dot{H} &= -4\pi G \dot{\varphi}^2, \end{aligned} \quad (\text{I.4.92})$$

а также следующее из них уравнение движения для поля:

$$\ddot{\varphi} + 3H\dot{\varphi} + V' = 0, \quad (\text{I.4.93})$$

где штрих означает производную функции $V(\varphi)$ по φ .

Режим инфляции соответствует медленному изменению поля, $\dot{\varphi}^2 \ll V$, и его второй производной, $\ddot{\varphi} \ll 3H\dot{\varphi}$. С учетом этих условий получаем следующую цепочку равенств:

$$\begin{aligned} T/S &= -4 \frac{\dot{H}}{H^2} = \frac{16\pi G \dot{\varphi}^2}{H^2} = \frac{16\pi G (V')^2}{9H^4} = \\ &= \frac{16\pi G (V')^2}{(8\pi G)^2 V^2} = \frac{1}{4\pi G} \left(\frac{V'}{V} \right)^2 = \frac{p^2}{\pi G \varphi^2}. \end{aligned} \quad (\text{I.4.94})$$

Как видно, отношение T/S , вообще говоря, зависит от длины волны возмущения, так как значение поля в правой части должно браться в момент пересечения горизонта возмущением с данной длиной волны. Поэтому оценим это отношение для возмущений, которые пересекли горизонт в начале того периода инфляции, который дал наблюдаемую Вселенную. Продолжительность этого периода удобно считать в количестве N так называемых e -фолдов:

$$N = \ln \frac{a_f}{a_i}, \quad (\text{I.4.95})$$

где a_f и a_i — масштабные факторы в конце и в начале этого периода соответственно. N можно оценить из следующих соображений: естественным размером и временем, с которых могла стартовать Вселенная, являются планковская длина $l_{\text{Pl}} \approx 10^{-33}$ см и время $t_{\text{Pl}} \approx 10^{-43}$ с. Большую часть своей эволюции Вселенная провела в радиационно-доминированной стадии, поэтому через $T \sim 10$ млрд лет ее характерный размер должен был бы быть

$$l \sim l_{\text{Pl}} \sqrt{T/t_{\text{Pl}}} \sim 10^{-3} \text{ см.}$$

С другой стороны, размер горизонта на сегодняшний день $H^{-1} \sim 10^{27}$ см, т. е. не хватает еще 30 порядков! Таким образом, на стадии инфляции требуется около $N = \ln 10^{30} \approx 70$ e -фолдов.

Чтобы оценить начальное поле, перейдем в 1-м уравнении Фридмана (I.4.92) к дифференцированию по полю:

$$\left(\frac{a_{,\varphi}}{a} \right)^2 = \frac{8\pi G V}{3\dot{\varphi}^2} = \frac{8\pi G V \cdot 9H^2}{3(V')^2} =$$

$$= \frac{(8\pi GV)^2}{(V')^2} = \left(4\pi G \frac{\varphi}{p}\right)^2. \quad (I.4.96)$$

Решая это простое дифференциальное уравнение, получим

$$a_f = a_i e^{2\pi G \varphi_i^2 / p}, \quad (I.4.97)$$

где мы учли также, что конечное поле $\varphi_f \sim 1 \ll \varphi_i$. Таким образом, $N = 2\pi G \varphi_i^2 / p$ и искомое отношение (см. (I.4.94))

$$T/S \sim 2p/N. \quad (I.4.98)$$

Полагая $T/S \lesssim 0,04$ и $N \sim 70$, получим $p < 1,4$, т. е. наблюдениями допускается лишь $p = 1$, что соответствует случаю массивного поля $V(\varphi) = m^2 \varphi^2 / 2$. \triangleright

Задача 3. Рассчитать форму спектра, генерируемого на инфляции на массивном поле.

Решение. Пусть поле возмущений $\bar{q}(\eta, \mathbf{x})$ в (I.4.48) разложено в интеграл Фурье по пространству (далее зависимость от η опускаем):

$$\bar{q}(\mathbf{x}) = \int \bar{q}_k e^{i\mathbf{k}\mathbf{x}} \frac{d\mathbf{k}}{(2\pi)^{3/2}}. \quad (I.4.99)$$

Для гауссова поля возмущений вся информация о спектре содержится в амплитуде, зависящей лишь от модуля волнового вектора:

$$\langle \bar{q}_k \bar{q}_{k'}^* \rangle = \frac{2\pi^2}{k^3} \bar{q}_k^2 \delta(\mathbf{k} + \mathbf{k}'), \quad (I.4.100)$$

где скобки означают усреднение по реализации поля, а множитель $2\pi^2/k^3$ введен, чтобы коррелятор в \mathbf{x} -пространстве имел вид

$$\langle \bar{q}^2 \rangle \equiv \lim_{|\mathbf{r}| \rightarrow 0} \langle \bar{q}(\mathbf{x}) \bar{q}(\mathbf{x} + \mathbf{r}) \rangle = \int_0^\infty \bar{q}_k^2 \frac{dk}{k}. \quad (I.4.101)$$

Пусть в асимптотическом прошлом осцилляторы \bar{q} находились в вакуумном состоянии (см. также задачу 1). Тогда, согласно схеме квантования скалярного поля (см., например, *Боголюбов Н. Н., Ширков Д. В.* Введение в теорию квантованных полей. М.: Наука, 1984), коэффициенты в разложении (I.4.64), (I.4.65) выбираем в виде

$$\bar{v}_k = \frac{e^{-ik\eta}}{\sqrt{2k}}. \quad (I.4.102)$$

Для оценки будем считать, что основное рождение возмущений происходит вблизи области $U \sim \omega^2$ (см. (I.4.68)). При инфляции на скалярном поле $\beta = 1$ (сноска к задаче 3 лекции 3), а $\gamma \approx \text{const}$. Тогда

$$U = a''/a = a^2 H^2 (2 - \gamma),$$

т. е. рождение будет происходить, когда волна пересекает горизонт:

$$\frac{a}{k} \sim H^{-1}. \quad (I.4.103)$$

Таким образом, из (I.4.102), (I.4.100) имеем

$$\frac{1}{\sqrt{2k}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2k}} = \frac{2\pi^2}{k^3} \bar{q}_k^2 \Rightarrow \bar{q}_k = \frac{k}{2\pi} \quad (I.4.104)$$

и с учетом (I.4.103):

$$q_k = \frac{\bar{q}_k}{\alpha a} = \frac{k}{2\pi \alpha a} = H \sqrt{\frac{G}{\gamma \pi}}, \quad (I.4.105)$$

или (см. предыдущую задачу)

$$q_k = 4G \sqrt{\frac{8\pi G}{3}} \frac{V^{3/2}}{V'}, \quad (I.4.106)$$

где в правой части значение поля берется в момент $k \sim a(\varphi)H(\varphi)$.

Следовательно, для массивного поля $q_k \propto \varphi^2$. Теперь необходимо разрешить $k \sim a(\varphi)H(\varphi)$ относительно поля. Из (I.4.92) $H(\varphi) = \varphi \sqrt{4\pi G m^2 / 3}$. Для нахождения $a(\varphi)$ поступим аналогично (I.4.96), но, как видно ниже, в правой части необходимо сохранить следующий порядок малости по $\dot{\varphi}^2/V$. А именно,

$$\begin{aligned} \left(\frac{a_{,\varphi}}{a}\right)^2 &= \frac{4\pi G}{3} (1 + m^2 \varphi^2 / \dot{\varphi}^2) = \frac{4\pi G}{3} (1 + 9H^2 / m^2) = \\ &= \frac{4\pi G}{3} (1 + 12\pi G \varphi^2) = (4\pi G \varphi^2)^2 \left(1 + \frac{1}{12\pi G \varphi^2}\right), \end{aligned}$$

откуда

$$\frac{a_{,\varphi}}{a} = -4\pi G \varphi - \frac{1}{6\varphi}. \quad (I.4.107)$$

Тогда условие (I.4.103) приобретает вид

$$k/k_0 = e^{-2\pi G(\varphi^2 - \varphi_0^2)} (\varphi/\varphi_0)^{5/6}, \quad (I.4.108)$$

где $k = k_0$ решает уравнение при $\varphi = \varphi_0$. В первом приближении можно считать степенную функцию постоянной по сравнению с экспоненциальной, поэтому $\varphi^2 \propto \ln(k_0/k)$ и имеем спектр

$$q_k \propto \ln(k_0/k), \quad (I.4.109)$$

растущий в сторону малых k , т. е. «красный». \triangleright

5

Реликтовое излучение

Через 400 тысяч лет после Большого взрыва горячая плазма рекомбинировала и превратилась в нейтральный водород. Реликтовое излучение (РИ), генетически связанное с плазмой из-за томпсоновского рассеяния фотонов на свободных электронах, отсоединилось от вещества. Вселенная стала прозрачной для фотонов и их большая часть донесла до нас прямую информацию о пространственном распределении барионов и возмущений кривизны в ту раннюю эпоху, когда еще не было галактик и существовали лишь их прародители — первичные космологические неоднородности. Эти неоднородности мы наблюдаем сегодня в виде угловых вариаций температуры и поляризации РИ на небесной сфере.

В 5-й лекции мы расскажем каким образом поле начальных космологических возмущений трансформировалось в анизотропию РИ.

1. Масштабы анизотропии

Анизотропия реликтового излучения формируется в эпоху космологической рекомбинации водорода. В этот период ($z \simeq 1100$) температура плазмы падает до 3000 К и свободные электроны захватываются протонами, образуя атомы нейтрального водорода. Из-за уменьшения пространственной концентрации электронов длина свободного пробега фотонов возрастает и, начиная с некоторого момента ($z \simeq 1000$), становится больше хаббловского радиуса Вселенной: вещество и излучение разъединяются. Кванты РИ перестают рассеиваться на электронах, поскольку они их больше не находят, и далее распространяются свободно.

Реликтовые фотоны приносят информацию о плотности и движении барионов в момент *последнего рассеяния* и о метрике на всем пути следования. Основная часть этой информации — пространственная кривизна Вселенной и структура поля скалярных неоднородностей, однако определенный вклад в возмущения метрики дают и гравитационные волны. Наблюдая РИ в разных направлениях на небесной сфере, мы изучаем геометрию ранней Вселенной и поле начальных космологических возмущений.

Физический масштаб, «отпечатанный» на карте РИ, это космологический горизонт или хаббловский размер Вселенной в момент отрыва излучения от вещества (рис. 1). Угол, под которым мы видим этот размер на сфере

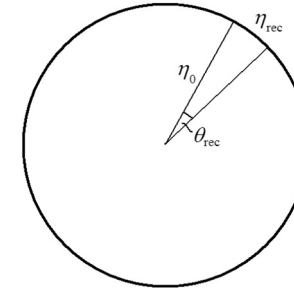


Рис. 1. Угловой масштаб рекомбинации на сфере последнего рассеяния

последнего рассеяния в евклидовом пространстве, равен

$$\theta_{\text{rec}} = \frac{\eta_{\text{rec}}}{\eta_0 - \eta_{\text{rec}}} \simeq \frac{\eta_{\text{rec}}}{\eta_0} \simeq z_{\text{rec}}^{-1/2} \simeq 2^0. \quad (\text{I.5.1})$$

Поскольку главную роль в генерации анизотропии РИ играют скалярные возмущения (их амплитуда больше амплитуды первичных гравитационных волн, (I.3.13)), то характерный масштаб анизотропии — это звуковой горизонт или характерная длина волны звуковых колебаний плазмы непосредственно перед отсоединением фотонов. В то время плотность энергии излучения была больше космологической плотности барионов (хотя уже и меньше плотности темной материи) и скорость звука составляла половину скорости света. Отсюда получаем угловой размер звукового горизонта в эпоху рекомбинации:

$$\theta_{\text{rec}} \simeq \beta_{\text{rec}} \theta_{\text{rec}} \simeq 1^0, \quad (\text{I.5.2})$$

где $\beta_{\text{rec}} \simeq 0,5$.

Имеется еще и третий характерный угловой размер, наблюдаемый на сфере последнего рассеяния. Это угол, под которым мы видим собственный физический масштаб спектра скалярных возмущений η_{eq} (горизонт в момент равенства излучения и вещества). Он удивительным образом совпадает со звуковым горизонтом (I.5.2):

$$\theta_{\text{eq}} = \frac{\eta_{\text{eq}}}{\eta_0} \simeq 1^0. \quad (\text{I.5.3})$$

Все три угла одного порядка, они задают типичный угловой масштаб неоднородностей РИ. На реальной карте РИ (см. рис. 4) мы видим эти характерные холодные и горячие пятна с размером порядка 1° . Связь между пространственной частотой k в эпоху отрыва фотонов от плазмы и двумерной частотой на небесной сфере l (индекс мультиполя сферической гармоники) имеет следующий вид:

$$l = k\eta_0 \simeq \frac{\pi}{\theta}. \quad (\text{I.5.4})$$

Дипольная гармоника ($l = 1$) соответствует угловому масштабу 180° , квадратичная ($l = 2$) — углу 90° . Для звукового горизонта в момент рекомбинации $l \simeq 200$. Таких причинно-несвязанных областей на сфере последнего рассеяния несколько десятков тысяч.

Рекомбинация это не событие, а процесс, протекающий во времени. Степень ионизации плазмы (доля свободных электронов) уменьшается вдвое за характерный промежуток времени, называемой *полушириной рекомбинации*. В стандартной модели она составляет десятые доли текущего космологического возраста, т. е. рекомбинация протекает достаточно быстро, за время меньше хаббловского. По отношению к этому масштабу анизотропию можно разбить на две части: крупномасштабную ($\theta > 1^\circ$) и мелкомасштабную ($\theta < 1^\circ$). В первом случае немгновенностью рекомбинации можно пренебречь, а во втором необходимо учитывать развитие процесса рекомбинации во времени, что приведет к затуханию наблюдаемой анизотропии.

2. Крупномасштабная анизотропия

Определим гиперповерхность, на которой произошел отрыв квантов от вещества. В разных точках он происходил в разное время относительно гиперповерхности $t = \text{const}$, где t — фридмановское время.

В крупномасштабном приближении ($l < 200$) рекомбинацию можно считать мгновенной и совпадающей с гиперповерхностью последнего рассеяния:

$$t_{\text{ls}} = t_{\text{rec}} = t + a\delta\eta, \quad \delta\eta = \delta\eta(\vec{x}). \quad (\text{I.5.5})$$

Физически событие последнего рассеяния определяется условием равенства температуры плазмы температуре рекомбинации, которая близка к 3000 К. При большей температуре электроны были свободные, при меньшей они связаны с протонами в атомах водорода. Через соотношение $\varepsilon_\gamma \propto T^4$ температуру можно перевести в плотность энергии излучения. Тогда постоянство температуры в момент последнего рассеяния означает постоянство плотности гамма-квантов:

$$\varepsilon_\gamma(\eta_{\text{rec}}, \vec{x}) = \text{const} = \varepsilon_\gamma(\eta, \vec{x}) + \varepsilon'_\gamma \delta\eta = \varepsilon_\gamma(\eta) + \delta\varepsilon_\gamma - 4\bar{H}\varepsilon_\gamma \delta\eta.$$

Отсюда находим функцию $\delta\eta(\vec{x})$:

$$\delta\eta = \frac{\delta}{3\bar{H}}, \quad (\text{I.5.6})$$

где

$$\delta = \delta(\eta_{\text{rec}}, \vec{x}) \equiv \frac{3}{4} \frac{\delta\varepsilon_\gamma}{\varepsilon_\gamma} = \frac{\delta\varepsilon_b}{\varepsilon_b}$$

— адиабатическое возмущение плотности вещества непосредственно перед рекомбинацией плазмы, все величины взяты в момент времени $z_{\text{rec}} = 1100$.

Итак, при $\eta < \eta_{\text{rec}}$ плазма была идеальной средой: кванты были заперты электронами томпсоновским рассеянием, а электроны сцеплены с протонами кулоновским взаимодействием. Поэтому плотность излучения следовала плотности барионов. При $\eta > \eta_{\text{rec}}$ свет свободно распространяется в пространстве-времени, и его необходимо рассматривать в кинетическом приближении.

В кинетическом подходе фотоны описываются функцией распределения $f = f(x^\mu, \mathbf{p})$, задающей их число в элементе фазового объема:

$$dN = f d\vec{x}d\mathbf{p}, \quad (\text{I.5.7})$$

где $x^\mu = (\eta, \vec{x})$ — пространственно-временные координаты, $p_\mu = (p_0, \mathbf{p})$ — ковариантный импульс фотона. В отсутствие столкновений функция распределения фотонов является скаляром в фазовом пространстве — она сохраняется вдоль мировых линий фотонов и описывается бесстолкновительным уравнением Больцмана:

$$\frac{df}{d\eta} = \frac{\partial f}{\partial \eta} + \frac{\partial f}{\partial \vec{x}} \vec{x}' + \frac{\partial f}{\partial \mathbf{p}} \mathbf{p}' = 0. \quad (\text{I.5.8})$$

Здесь в качестве аффинного параметра взято конформное время η , а $\vec{x} = \vec{x}(\eta)$ это геодезическая траектория фотона.

Вместо трех компонент импульса \mathbf{p} удобно использовать частоту фотона, измеренную наблюдателем, движущимся вместе с веществом,

$$\omega = p_\mu u^\mu, \quad (\text{I.5.9})$$

и направление на небесной сфере, откуда пришел фотон,

$$\vec{e} = \frac{\mathbf{p}}{p}, \quad (\text{I.5.10})$$

где u^μ — скорость вещества, $p \equiv \sqrt{p_1^2 + p_2^2 + p_3^2}$.

В момент последнего рассеяния функция распределения фотонов имеет планковский вид, зависящий только от отношения ω/T . Поскольку далее она не изменяется (см. (I.5.8)), то в любой точке x^μ при $\eta > \eta_{\text{ls}}$ функция распределения зависит от инвариантов ω/T , переносимых вдоль мировых линий фотонов в данную точку x^μ . Таким образом, в момент приема имеем

$$f = \frac{2}{e^{\omega/T} - 1}, \quad (\text{I.5.11})$$

где $T = T(x^\mu, \vec{e})$ — это температура фотонов в точке x^μ в направлении \vec{e} на небесной сфере наблюдателя.

Мы видим, что анизотропия излучения не зависит от частоты принимаемых фотонов:

$$\frac{\omega}{\omega_{\text{ls}}} = \frac{T}{T_{\text{ls}}}, \quad (\text{I.5.12})$$

однако температура фотонов, приходящих к наблюдателю из разных направлений, разная, поскольку на них влияют разные пространственно-временные области поля первичных возмущений. Задача заключается в определении связи анизотропии с космологическими неоднородностями и вычислении температуры РИ на небесной сфере.

В соответствии с линейной теорией возмущений температуру фотонов можно представить в виде

$$T = T_0 (1 + \delta_T), \quad \delta_T = \delta_T(x^\mu, \vec{e}), \quad (\text{I.5.13})$$

где $T_0 = T_0(\eta) \propto a^{-1}$ — это невозмущенная температура в модели Фридмана, а $\delta_T \equiv \delta T/T$ — анизотропия температуры, зависящая от направления прихода фотонов и положения наблюдателя.

Чем будут различаться результаты измерений разных наблюдателей, движущихся в окрестности события x^μ ?

При лоренцевом бусте системы отсчета $\tilde{x}^\mu = x^\mu + \xi^\mu$, где $\xi^\mu = (\xi^0, -\vec{\xi})$ это малые функции, частота принимаемого фотона изменится следующим образом (ср. (I.5.9)):

$$\tilde{\omega} = \tilde{g}_{00}^{-1/2} \tilde{p}_0 = \omega (1 + \vec{e} \cdot \vec{\xi}).$$

Учитывая перенормировку фоновой температуры для разных наблюдателей, получаем изменение анизотропии:

$$\tilde{\delta}_T = \delta_T + H_0 \xi^0 + \vec{e} \cdot \vec{\xi}'. \quad (\text{I.5.14})$$

Мы видим, что небо наблюдателей отличается лишь в монопольном ($l = 0$) и дипольном ($l = 1$) членах, тогда как все остальные мультиполи выглядят для них одинаково.

Таким образом, разные наблюдатели, находящиеся в одной точке пространства-времени, но движущиеся один относительно другого, увидят одну и ту же картину анизотропии РИ в квадрупольной и высших гармониках $l \geq 2$. Однако карты анизотропии для наблюдателей, находящихся в разных местах пространства-времени, различаются.

3. Корреляционная функция

Для каждой точки пространства-времени существует своя карта РИ $\delta_T(\vec{e})$. Разложим ее по сферическим гармоникам Y_{lm} :

$$\delta_T(\vec{e}) = \sum_{l,m} a_{lm} Y_{lm}(\vec{e}), \quad a_{lm} = |a_{lm}| e^{i\psi_{lm}}, \quad (\text{I.5.15})$$

где $l = 2, 3, \dots$ — орбитальное число, $m = -l, \dots, l$ — азимутальное число. Функция δ_T действительная, но коэффициенты разложения a_{lm} — комплексные числа (соответствующей симметрией обладают фазы ψ_{lm}).

Определим угловой спектр мощности анизотропии РИ как сумму квадратов модулей коэффициентов разложения (I.5.15) для данной гармоники l :

$$C_l = \sum_{m=-l}^l |a_{lm}|^2. \quad (\text{I.5.16})$$

Величина

$$\Delta_l \equiv \frac{\delta T_l}{T} = \left(\frac{l(l+1) C_l}{2\pi} \right)^{1/2} \quad (\text{I.5.17})$$

имеет смысл спектральной амплитуды анизотропии в угловом масштабе l (см. (I.5.4)): она задает парциальную анизотропию на гармонике l в интервале гармоник $\Delta l \sim l$.

Поскольку поле космологических возмущений подчиняется гауссовой статистике и связь q с δ_T линейна, то и коэффициенты разложения a_{lm} распределены по гауссову закону и их фазы ψ_{lm} — случайные числа в интервале $(0, 2\pi)$. В теории мы можем вычислить только *среднюю* вариацию $\langle C_l \rangle$, усредненную по всем реализациям гауссового поля или по ансамблю наблюдателей данной реализации. Однако конкретный наблюдатель во Вселенной, которая есть продукт *единственной* реализации гауссова поля, находит *свой* спектр мощности C_l , усредняя квадрат измеряемого сигнала (I.5.15) по своей небесной сфере. Очевидно, этот спектр отличается от среднего (теоретического). С этой ситуацией мы сталкиваемся в реальных наблюдениях.

Так как величина C_l собрана из $2l + 1$ некоррелированных чисел, то статистическое отклонение измеряемого спектра мощности от среднего составляет величину

$$\frac{\Delta C_l}{C_l} \simeq (2l + 1)^{-1/2}. \quad (\text{I.5.18})$$

Эта принципиальная неопределенность в сопоставлении теории с наблюдениями называется *космической вариацией*: она не зависит от качества и точности эксперимента и связана только с тем, что мы имеем дело с *одним* наблюдателем. Для низких гармоник величина космической вариации довольно большая ($\sim 20\%$ при $l = 2$) и медленно спадает с ростом l . К счастью в области высоких гармоник влияние космической вариации невелико.

Для того, чтобы связать спектр мощности с вариацией температуры, определим *угловую корреляционную функцию* — произведение амплитуд (I.5.15) в двух направлениях \vec{e}_1 и \vec{e}_2 , усредненное по всем направлениям на небе при фиксированном угле θ между \vec{e}_1 и \vec{e}_2 :

$$\begin{aligned} C(\theta) &\equiv \langle \delta_T(\vec{e}_1) \cdot \delta_T(\vec{e}_2) \rangle = \\ &= \frac{1}{4\pi} \sum (2l + 1) C_l P_l(\cos \theta), \end{aligned} \quad (\text{I.5.19})$$

где $\cos \theta = \vec{e}_1 \cdot \vec{e}_2$, $P_l(\cos \theta)$ — полиномы Лежандра, суммирование ведется по всем $l \geq 2$. Аналогично можно определить вариацию разности температур

между двумя направлениями на небесной сфере:

$$\Delta_T^2 \equiv \langle |\delta_T(\vec{e}_1) - \delta_T(\vec{e}_2)|^2 \rangle = 2 [C(0) - C(\theta)]. \quad (I.5.20)$$

Для нахождения связи между угловыми и пространственными спектрами неоднородностей нам надо разобраться, каким образом происходит генерация *угловой* анизотропии (I.5.15) в *трехмерном* поле первичных космологических возмущений.

4. Карта реликтового излучения

Для определения анизотропии РИ нужно решить задачу о переносе излучения после его отрыва от вещества. Обратимся к характеристикам уравнения Больцмана, которые являются геодезическими траекториями фотонов.

Импульс свободного фотона представим в форме эйконала. Раскладывая его в ряд и оставляя лишь члены нулевого и первого порядка малости, получаем:

$$p_\mu = \mathcal{P}_{,\mu} = p (e_\mu + \epsilon_{,\mu}), \quad (I.5.21)$$

$$g_{\mu\nu} = a^2(\eta_{\mu\nu} + \bar{h}_{\mu\nu}), \quad (I.5.22)$$

где $e_\mu \equiv (1, \vec{e})$ — единичный вектор ($|\vec{e}| = 1$), ϵ и $\bar{h}_{\mu\nu}$ — малые функции координат (η, \vec{x}) , $\bar{h}_{\mu\alpha}\eta^{\alpha\nu} = h_{\mu\alpha}g^{\alpha\nu}$ (см. I.4.1), $\mathcal{P} = p(2u + \epsilon)$ — эйконал. Световые координаты (u, v) определены следующим образом:

$$u = \frac{\eta + r - \eta_0}{2}, \quad v = \frac{\eta - r - \eta_0}{2}, \quad (I.5.23)$$

где радиус $r = |\vec{x} - \vec{x}_0|$ отсчитывается от мировой линии наблюдателя, находящегося в точке \vec{x}_0 . Введение коэффициента $1/2$ связано с тем, что на невозмущенной траектории $u = 0$ фотона, приходящего к наблюдателю в момент времени η_0 , аффинный параметр равен $v = \eta - \eta_0$. Это позволяет в качестве аффинного параметра на световом конусе прошлого вместо v использовать время η .

Поле скоростей вещества имеет вид (ср. (I.4.2))

$$a u^\mu = (1 - D, \vec{v}), \quad (I.5.24)$$

где \vec{v} — это пространственный вектор скорости барионов. Частота фотона в точке его приема наблюдателем, движущимся вместе с веществом, равна

$$\omega = p_\mu u^\mu = \frac{p}{a} (1 - D + \vec{e}\vec{v} + \epsilon'). \quad (I.5.25)$$

Частота фотона в точке последнего рассеяния имеет вид

$$\omega_{\text{ls}} = \frac{p}{a_{\text{ls}}} \left(1 - \frac{1}{3}\delta - D + \vec{e}\vec{v} + \epsilon' \right)_{\text{ls}}, \quad (I.5.26)$$

где член $\delta/3$ возник при определении момента последнего рассеяния (I.5.6).

Прежде чем связать обе частоты и построить карту анизотропии фотонов, необходимо решить уравнение геодезических и восстановить функцию ϵ' . Как это часто случается, достаточно рассмотреть только первый интеграл уравнения геодезических:

$$p_\mu p^\mu = 0. \quad (I.5.27)$$

Подставляя сюда соотношения (I.5.21) и (I.5.22), получаем

$$e^\mu \epsilon_{,\mu} = \epsilon' - \epsilon_{,r} = \epsilon_{,v} = \frac{1}{2} e^\mu e^\nu \bar{h}_{\mu\nu} \equiv \mathcal{F}, \quad (I.5.28)$$

откуда находим искомые функции с помощью интегрирования вдоль светового конуса прошлого:

$$\epsilon = \int \mathcal{F} dv, \quad (I.5.29)$$

$$\epsilon' = \int \mathcal{F}' dv = \frac{1}{2} e^\mu e^\nu \int \frac{\partial \bar{h}_{\mu\nu}}{\partial \eta} dv. \quad (I.5.30)$$

Из (I.5.12), (I.5.25) и (I.5.26) получаем карту температуры РИ в точке приема:

$$T = T_{\text{ls}} \frac{\omega}{\omega_{\text{ls}}} = T_0 \left(1 + \frac{1}{3}\delta_{\text{ls}} - D|_{\text{ls}} + \vec{e}\vec{v}|_{\text{ls}} + \frac{1}{2} \int_{\text{ls}}^0 \bar{h}'_{\mu\nu} e^\mu e^\nu dv \right).$$

Перепишем эту формулу для анизотропии РИ, опуская монополярный и дипольный члены, так как они связаны с местоположением и скоростью наблюдателя (см. (I.5.14)):

$$\delta_T(\vec{e}) = \left(D + \frac{1}{3}\delta - \vec{e}\vec{v} \right)_{\text{ls}} + \frac{1}{2} \int_{\text{ls}}^0 \bar{h}'_{\mu\nu} e^\mu e^\nu dv. \quad (I.5.31)$$

Три члена в скобках связаны со скалярными неоднородностями на сфере последнего рассеяния и описывают, соответственно, гравитационное смещение фотонов, адиабатическое изменение температуры из-за вариации плотности плазмы и доплеровский сдвиг частоты из-за радиального движения электронов. Последний член в правой части описывает *интегральный эффект Сакса–Вольфа*: суммарное смещение частоты фотона при его распространении в переменных гравитационных полях S, T и V мод возмущений. В статических гравитационных полях интегральный эффект отсутствует.

Формула (I.5.31) справедлива в любой системе отсчета (I.4.1). Хотя каждый из членов в правой части (I.5.31) калибровочно не инвариантен, суммарный сигнал $\delta_T(\vec{e})$ по определению Лоренц-инвариантен, поскольку он

относится к экспериментально *измеряемой* величине. Например, в эйлеровых координатах формула (I.5.31) принимает следующий вид:

$$\delta_T(\vec{e}) = \left(\Phi + \frac{1}{3} \delta_E - \vec{e} \vec{v}_b \right)_{\text{ls}} + \int_{\text{ls}}^0 (\Psi' + \Phi' + \mathfrak{S}) d\eta, \quad (\text{I.5.32})$$

где функция

$$\mathfrak{S} \equiv e^i e^j \mathfrak{S}'_{ij} - a^{-2} (\vec{e} \nabla) (\vec{e} \mathfrak{S})$$

описывает влияние T и V мод возмущений на изменение частоты фотона при его распространении от события последнего рассеяния до регистрации¹⁾. Мода S имеет два интегральных вклада в δ_T : первый описывает изменение времени (Ψ'), а второй — скалярное искривление пространства (Φ') на пути следования фотона.

Если физическое действие T- и V-мод на анизотропию РИ полностью описывается выражением (I.5.32), то для S-моды требуется пояснение. Пекулярные скорости движения компонент материи принято определять в эйлеровой системе отсчета, однако для плотности более уместна лагранжева (сопутствующая) формулировка.

Из предыдущих формул получаем следующие соотношения для пекулярной скорости v_b и лагранжева возмущения плотности δ_b барионов на сфере последнего рассеяния:

$$\vec{v}_b = -\frac{\nabla}{H} q_b, \quad (\text{I.5.33})$$

$$\frac{1}{3} \delta_{\text{eb}} \equiv \frac{1}{3} \delta_b - c_M \bar{q} = \frac{1}{3} \delta_E + q, \quad (\text{I.5.34})$$

$$q_b \equiv q + c_M \bar{q}, \quad q \equiv q - \Phi, \quad \bar{q} \equiv H \int \frac{q'}{H} d\eta,$$

$$c_M \equiv \frac{3f_M y}{1 + 3f_b y} \simeq \frac{15}{11} \simeq 1,36,$$

где δ_{eb} — возмущение барионной плотности в системе отсчета, сопутствующей материи. Учитывая связь Ψ и Φ с q , получаем стандартное представление анизотропии в приближении мгновенной рекомбинации:

$$\delta_T(\vec{e}) = \left(q - 2q + \frac{1}{3} \delta_{\text{eb}} + \frac{\vec{e} \nabla}{H} q_b \right)_{\text{rec}} + 2 \int_0^{1100} [(1 + \gamma) q - q] \frac{dz}{1 + z} \quad (\text{I.5.35})$$

(интеграл берется вдоль светового конуса прошлого, для краткости члены с T- и V-модами опускаем и $S = 0$).

¹⁾ V-мода влияет также на скорость электронов на сфере последнего рассеяния, см. доплеровский член в правой части (I.5.32).

Все члены в этой формуле калибровочно-инвариантны и имеют ясный физический смысл. Первые два члена в круглых скобках правой части (I.5.35) описывают искривление гиперповерхности рекомбинации, третий член — это возмущение плотности звукового поля плазмы на сфере последнего рассеяния, а четвертый член — доплеровский. Все это осциллирующие по частоте функции с постоянной амплитудой начального S-спектра q_k и с фазами косинуса (сумма первых трех членов) и синуса (четвертый член).

Интеграл описывает изменение частоты фотона при его распространении в гравитационном поле S-моды. После отсоединения излучения от вещества давление материи ничтожно и потенциал кривизны q статичен:

$$\delta_p \simeq S \simeq 0, \quad q \simeq q_0(\vec{x}), \quad q \simeq q \frac{H}{a} \int \frac{da}{H}.$$

Большую часть своего пути фотон проводит на материально-доминированной стадии, где $\gamma \simeq 3/2$ и Φ неизменны: $q \simeq 2q/5$. В этом случае интегральный эффект Сакса—Вольфа отсутствует. Фотон «ныряет» в гравитационные ямы структуры (или преодолевает гравитационные горы космологических пустот), испытывая голубое (красное) смещение, а потом, выходя из них, краснеет (синее) так, что оба фактора смещения частоты в точности компенсируют друг друга. В результате никаких следов от прохождения фотонами неоднородных структур со статическим гравитационным потенциалом на карте РИ не остается²⁾.

Таким образом, вклад в δ_T от интегрального члена в (I.5.35) естественным образом разбивается на две части. На начальном участке мировой линии свободного фотона вблизи рекомбинации незначительное влияние на Φ' оказывает остывающая радиация. Напротив, на позднем этапе $z < 1$ линейный гравитационный потенциал структуры начинает затухать под действием темной энергии, что приводит к небольшому увеличению крупномасштабной анизотропии РИ. Кардинальное влияние темной энергии на динамику возмущений проявится в будущем, приведя к смене процесса разрушения хаббловского потока на его полное восстановление в зонах квазилинейной эволюции.

5. Спектр анизотропии

Отрыв излучения от вещества в нашей Вселенной произошел в тот момент, когда начинала доминировать ТМ. Эра нерелятивистского вещества

²⁾ Это утверждение справедливо для пылевидной среды лишь в первом порядке теории возмущений. На нелинейной стадии развития структуры гравитационное поле зависит от времени и возникает эффект декомпенсации, однако вероятность проекции луча зрения на нелинейную область мала.

длилась около 10 млрд лет³⁾ и сменилась эпохой доминирования темной энергии, динамическое время развития которой, как мы уже отмечали, составляет 17 млрд лет. Таким образом, главным источником фоновой анизотропии являются геометрические неоднородности в эпоху рекомбинации водорода $z \sim 1100$, а не поздняя структура. Рассмотрим более детально спектральные свойства этой анизотропии.

Согласно (I.5.35), поле анизотропии на сфере последнего рассеяния представимо в виде интеграла Фурье:

$$\delta_T(\eta_0, \vec{x}, \vec{e}) = \int \delta_{\vec{k}}^{(T)} e^{i\vec{k}\vec{x}_{\text{ls}}} \frac{d\vec{k}}{(2\pi)^{3/2}}, \quad (\text{I.5.36})$$

где амплитуда $\delta_{\vec{k}}^{(T)}$ определена в момент $\eta_{\text{ls}} = \eta_{\text{rec}}$, а связь между координатами задана на световом конусе прошлого:

$$\vec{x}_{\text{ls}} = \vec{x} + \vec{e}(\eta_0 - \eta_{\text{ls}}). \quad (\text{I.5.37})$$

Фурье-гармонику представим в виде оператора

$$\delta_{\vec{k}}^{(T)} = \delta_{\vec{k}}^{(0)} + \delta_{\vec{k}}^{(1)} \vec{e}\vec{n} = \delta_{\vec{k}}^{(0)} + \delta_{\vec{k}}^{(1)} \frac{\partial}{k \partial \eta_0}, \quad (\text{I.5.38})$$

где произведение \vec{e} на единичный вектор

$$\vec{n} \equiv i \frac{\vec{k}}{k} = \frac{\partial}{k \partial \vec{x}} \quad (\text{I.5.39})$$

преобразуется с помощью (I.5.37) к частной производной по современному времени η_0 .

Компоненты $\delta_{\vec{k}}^{(0,1)}$ связаны с полем возмущений в момент рекомбинации (см. (I.5.35)):

$$\begin{aligned} \delta_{\vec{k}}^{(0)} &\equiv C_0 q_{\vec{k}} = \left(q - 2q + \frac{1}{3} \delta_{\text{eb}} \right)_{\text{rec}} = \left(\Phi - q_{\text{b}} + \frac{1}{3} \delta_{\text{b}} \right)_{\text{rec}}, \\ \delta_{\vec{k}}^{(1)} &\equiv C_1 q_{\vec{k}} = \left(\frac{k}{H} q_{\text{b}} \right)_{\text{rec}} = (c_1 \mathcal{K} q_{\text{b}})_{\text{rec}}, \end{aligned} \quad (\text{I.5.40})$$

где $c_1 = \sqrt{3} f_{\text{r}} \simeq 4\sqrt{3}/13 = 0,53$, $q_{\vec{k}}$ — Фурье-амплитуды q -поля начальных возмущений. Переходные функции $C_{0,1} = C_{0,1}(k)$, связывающие начальное q -поле с возмущениями в эпоху рекомбинации, зависят только от k .

³⁾ Масштабный фактор поздней Вселенной имеет вид

$$a = \left(\frac{\Omega_{\text{m}}}{\Omega_{\text{E}}} \right)^{1/3} (\text{sh } \tau)^{2/3}, \quad \tau = \frac{3}{2} H_{\text{E}} t,$$

где $H_{\text{E}} = H_0 \sqrt{\Omega_{\text{E}}} \simeq 60$ км/с/Мпк, $H_{\text{E}}^{-1} \simeq 17$ млрд лет. В момент равенства плотностей t_* имеем: $\rho_{\text{m}} = \rho_{\text{E}}$, $\text{sh } \tau_* = 1$, $z_* \simeq 0,3$, $t_* \simeq 7/12 H_{\text{E}}^{-1} \simeq 10$ млрд лет. В момент начала инфляции t_{E} имеем: $\gamma = 1$, $\text{sh } \tau_{\text{E}} = 1/\sqrt{2}$, $z_{\text{E}} \simeq 0,7$, $t_{\text{E}} \simeq 7$ млрд лет.

После подстановки этих выражений в (I.5.19) получаем угловую корреляционную функцию в виде предела $\tilde{\eta}_0 \rightarrow \eta_0$ от следующего интегрального соотношения:

$$C(\theta) = \int q_k^2 \left(C_0 + C_1 \frac{\partial}{k \partial \eta_0} \right) \left(C_0 + C_1 \frac{\partial}{k \partial \tilde{\eta}_0} \right) \frac{\sin(k |\vec{e}_1 \eta_0 - \vec{e}_2 \tilde{\eta}_0|)}{k |\vec{e}_1 \eta_0 - \vec{e}_2 \tilde{\eta}_0|} \frac{dk}{k}. \quad (\text{I.5.41})$$

Учитывая разложение по функциям Бесселя и полиномам Лежандра

$$\frac{\sin(k |\vec{e}_1 \eta_0 - \vec{e}_2 \tilde{\eta}_0|)}{k |\vec{e}_1 \eta_0 - \vec{e}_2 \tilde{\eta}_0|} =$$

$$= \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) j_l(k\eta_0) j_l(k\tilde{\eta}_0) P_l(\cos \theta) \quad (\text{I.5.42})$$

и полагая после дифференцирования $\eta_0 = \tilde{\eta}_0$, получаем спектр мощности анизотропии РИ:

$$C_l = \int q_k^2 W_l^2(k\eta_0) \frac{dk}{k}, \quad (\text{I.5.43})$$

где

$$W_l(x) = 2\sqrt{\pi} [C_0 j_l(x) + C_1 j_l'(x)]$$

— переходная функция, связывающая пространственный трехмерный S-спектр начальных возмущений и двумерный спектр анизотропии РИ на сфере последнего рассеяния (здесь штрих означает производную по аргументу).

6. Звуковая модуляция спектра

Рассмотрим основные свойства спектра мощности C_l . В коротковолновом пределе имеем следующие асимптотики для коэффициентов $C_{0,1}$:

$$C_0 \simeq \begin{cases} \frac{1}{5} \left(1 - \frac{k^2}{\gamma \bar{H}^2}\right) \simeq \frac{1}{5} \left(1 - \frac{3k^2}{k_{\text{eq}}^2}\right), & k < k_{\text{eq}}, \\ \cos\left(\frac{3k}{2k_{\text{eq}}}\right), & k > k_{\text{eq}}, \end{cases} \quad (I.5.44)$$

$$C_1 \simeq \begin{cases} \frac{3\sqrt{2}k}{5k_{\text{eq}}} \simeq \frac{4k}{5k_{\text{eq}}}, & k < k_{\text{eq}}, \\ \frac{1}{2} \sin\left(\frac{3k}{2k_{\text{eq}}}\right), & k > k_{\text{eq}}. \end{cases}$$

Отсюда видно, что крупномасштабную анизотропию РИ формирует начальный потенциал кривизны $q = q(\vec{x})$:

$$\delta_T(\eta_0, \vec{x}, \vec{e}) \simeq \frac{1}{5} q(\vec{x}_{\text{rec}}). \quad (I.5.45)$$

Предполагая в области низких частот ($k < k_{\text{eq}}$) плоский спектр Харрисона–Зельдовича

$$q_k \simeq q_{\text{HZ}} = \text{const},$$

получаем после интегрирования (I.5.43) спектральные амплитуды (I.5.17) с $l \ll 100$:

$$\Delta_l \equiv \left(\frac{l(l+1)C_l}{2\pi}\right)^{1/2} \simeq \frac{1}{5} q_{\text{HZ}} = \text{const}. \quad (I.5.46)$$

Именно этой свойство *прямого соответствия* двумерного спектра (I.5.46) крупномасштабно-инвариантных скалярных возмущений позиционному соотношению (I.5.45) температурной анизотропии предопределило выбор и нормировку спектральной амплитуды Δ_l (см. (I.5.17)).

Мелкомасштабная анизотропия определяется звуковыми вариациями плотности и скорости плазмы с временной фазой растущего решения на сфере последнего рассеяния. В отличие от звуковых модуляций спектра мощности $P(k)$, подавленных малым фактором $f_b \simeq 1/5$, в данном случае глубина модуляции функции Δ_l достигает *ста процентов*, поскольку излучение передает *только* распределение барионной плазмы, подверженной звуковым колебаниям.

Пики функции Δ_l соответствуют фазам косинуса πp и локализованы при

$$l_p \simeq \frac{\pi p}{\theta_{\text{sec}}} \simeq 200 p, \quad (I.5.47)$$

где p — натуральное число. Согласно (I.5.44) амплитуда звуковой модуляции постоянна, однако в реальности это не так (см. рис. 8). Если первый пик ($p = 1$) в три раза выше крупномасштабной подложки (ср. (I.5.44)),

то последующие ($p = 2, 3, \dots$) сильно подавлены эффектами, связанными с немгновенностью рекомбинации, которые необходимо учитывать при расчете мелкомасштабной анизотропии РИ ($l > 100$).

Отметим два основных фактора воздействия процесса рекомбинации на спектр реликтового излучения:

- * конечная толщина рекомбинации,
- * диссипация звуковых колебаний.

В первом случае стирается информация о местоположении последнего рассеяния фотона и температура приходящего излучения эффективно усредняется по ширине рекомбинации. Во втором случае происходит физическая диссипация звуковых колебаний плазмы (силковское затухание) из-за конечной длины пробега фотонов в период рекомбинации.

Для оценки эффекта конечной толщины рекомбинации найдем вероятность прихода фотона к наблюдателю после его последнего рассеяния в момент времени t_{ls} .

Поскольку пространственная плотность свободных электронов на пути распространения фотона не равна нулю, то искомая вероятность $\mathcal{P}(t_{\text{ls}})$ является произведением вероятности последнего рассеяния фотона за малый промежуток времени δt вблизи t_{ls} :

$$\delta\tau_{\text{ls}} = \sigma_T n_e(t_{\text{ls}}) \delta t,$$

и вероятности его нерассеяния во все последующие времена $t_n = t_{\text{ls}} + n \delta t$ вплоть до момента регистрации:

$$\delta\mathcal{P} = \delta\tau_{\text{ls}} (1 - \delta\tau_1) (1 - \delta\tau_2) \dots (1 - \delta\tau_N),$$

где $n = 1, 2, \dots, N$, $\delta t = (t_0 - t_{\text{ls}})/N$, $\delta\tau_n = \sigma_T n_e(t_n) \delta t$, σ_T — томпсоновское сечение рассеяния, n_e — плотность свободных электронов. Переходя к пределу $N \rightarrow \infty$,

$$d\mathcal{P} = V d\eta_{\text{ls}}, \quad (I.5.48)$$

получаем *функцию видности* в параметрической форме

$$V = V(\eta_{\text{ls}}) = -\tau' e^{-\tau}, \quad (I.5.49)$$

определяющей вероятность рассеяния фотона в момент времени η_{ls} в зависимости от оптической толщины

$$\tau = \tau(\eta_{\text{ls}}) = \int_{\text{ls}}^0 \sigma_T n_e a d\eta = \int_0^{\text{ls}} \frac{\sigma_T n_e dz}{(1+z)H}. \quad (I.5.50)$$

Функция видности имеет двугорбую форму с высоким максимумом при $z_{\text{rec}} \sim 10^3$ и небольшим подъемом в области *вторичной ионизации* водорода первыми квазарами и звездами во Вселенной ($z < z_{\text{ri}} \simeq 10$). Область максимума можно аппроксимировать гауссианой

$$V(\eta_{\text{ls}}) \simeq \frac{k_r}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2} k_r^2 (\eta_{\text{ls}} - \eta_{\text{rec}})^2\right) \quad (I.5.51)$$

с центром в точке η_{rec} и полушириной рекомбинации k_{r}^{-1} . Подставляя в (I.5.50) зависимость темпа рекомбинации от времени $n_e(\eta)$, получаем стандартные параметры рекомбинационной эпохи в ранней Вселенной:

$$k_{\text{r}} \simeq \frac{20}{\eta_{\text{rec}}} \simeq 7k_{\text{eq}}, \quad y_{\text{rec}} \simeq \frac{3}{4},$$

$$z_{\text{rec}} \simeq 1100, \quad \left(\frac{n_e}{n}\right)_{\text{rec}} \simeq 0,3.$$

Для вычисления C_l с учетом ширины рекомбинации необходимо усреднить сигнал (I.5.36) по распределению (I.5.48)–(I.5.51), в результате чего в подынтегральное выражение попадает Фурье-образ (I.5.51), также являющийся гауссианой:

$$\delta_T(\eta_0, \vec{x}, \vec{e}) = \int \delta_{\vec{k}}^{(T)} \exp\left(i\vec{k}\vec{x}_{\text{rec}} - \frac{k^2}{6k_{\text{r}}^2}\right) \frac{d\vec{k}}{(2\pi)^{3/2}}.$$

После соответствующих расчетов переходная функция $W_l(k\eta_0)$ в (I.5.43) приобретает мультипликативный демпфирующий фактор $\exp(-k^2/6k_{\text{r}}^2)$, который и обеспечивает затухание мелкомасштабной части спектра мощности при

$$l > l_{\text{r}} = \sqrt{3}k_{\text{r}}\eta_0 \simeq \frac{17}{\theta_{\text{rec}}} \simeq 10^3.$$

Похожий результат получается и при расчете силковского затухания, хотя физика здесь иная — сглаживание мелкомасштабных звуковых колебаний плазмы из-за конечной длины пробега фотонов, сопоставимой с длиной волны возмущения. Характерный масштаб диссипации также оказывается порядка десятой доли звукового горизонта⁴⁾, что соответствует мультиполю $l_{\text{S}} \simeq l_{\text{r}}$.

Таким образом, результирующий масштаб затухания фоновой анизотропии получается путем перемножения двух экспоненциальных демпфирующих факторов:

$$\exp\left(-\frac{k^2}{6}\left(k_{\text{r}}^{-2} + k_{\text{S}}^{-2}\right)\right) \simeq \exp\left(-\frac{k^2}{3k_{\text{r}}^2}\right),$$

откуда следует мультипольный индекс затухания:

$$l_{\text{d}} \simeq l_{\text{r}}/\sqrt{2} \simeq 700.$$

⁴⁾ Это объясняется тем, что темп рекомбинации и диссипация звука связаны единым источником, ведущим, в конце концов, к полному просветлению Вселенной. Масштабный фактор, когда Вселенная становится прозрачной для фотонов (длина свободного пробега равна хаббловскому радиусу H^{-1}), всего на 20 % превышает масштабный фактор рекомбинации, $a_{\text{dec}}/a_{\text{rec}} \simeq 1,2$.

Другим фактором, влияющим на амплитуду наблюдаемой фоновой анизотропии, являются свободные электроны, появляющиеся в поздней Вселенной вследствие процесса вторичной ионизации водорода в эпоху образования галактик ($z \lesssim 10$). С одной стороны, это приводит к дополнительному фактору затухания $\exp(-\tau_{\text{ri}})$ первичной фоновой анизотропии на сфере последнего рассеяния, а с другой — создает дополнительный источник анизотропии и поляризации ближнего фона в анизотропной вселенной.

Имеющиеся наблюдательные данные по анизотропии и поляризации РИ позволяют определить величину томпсоновской толщи реионизации $\tau_{\text{ri}} \simeq 0,08$. Она соответствует полной реионизации водорода во Вселенной при $z \sim 7$ (эффект Гана—Петерсона), что также согласуется с наблюдениями полного поглощения излучения от далеких квазаров ($z > 6,1$) в линиях Ly_{α} и Ly_{β} . Эти наблюдения означают, что доля нейтрального водорода во Вселенной возрастает при увеличении красного смещения: если при относительно небольших z доля нейтралов в межгалактическом газе порядка $10^{-5} - 10^{-4}$, то при $z = 6$ она уже оказывается больше ($f_{\text{HI}} \geq 10^{-3}$), а при еще больших $z > 6$ доля нейтрального водорода во Вселенной резко увеличивается. Соответственно, и высокий ионизационный ультра-фиолетовый фон, обеспеченный излучением звезд и квазаров, начинает убывать при возрастании z : он падает приблизительно в 25 раз с ростом z от 3 до 6.

Наблюдения реионизации хорошо согласуются с теоретическими предсказаниями о коллапсе первых систем при $z \sim 20-10$ и образовании первичных объектов-гало темной материи с массами $M \sim 10^6-10^7 M_{\odot}$. Однако теория образования первых звезд (так называемые звезды третьего поколения) и массивных черных дыр в таких и более крупных нелинейных системах оставляет желать лучшего. К счастью, в линейных и квазилинейных системах, таких как реликтовое излучение или крупномасштабная структура Вселенной, подобные проблемы не возникают и динамика барионов относительно ТМ учитывается просто.

7. Точная космология

Подведем итог основным результатам исследования РИ.

- * Реликтовое излучение — это наиболее точный инструмент исследования геометрии и состава Вселенной.
- * Вид спектра анизотропии РИ доказывает, что в ранней Вселенной существовала предсказанная квантово-гравитационной теорией рождения начальных возмущений растущая адиабатическая мода возмущений плотности, послужившая затравкой для образования галактик и структуры Вселенной.
- * Измерения поляризации РИ способны привести к обнаружению космологических гравитационных волн, также предсказанных квантово-гравитационной теорией рождения начальных возмущений, и тем самым

достроить теорию ранней Вселенной, основанную на инфляционном Большом взрыве.

Спектр анизотропии РИ чрезвычайно чувствителен к космологическим параметрам и процессу вторичной ионизации. Важнейшие пять параметров *первого уровня*, на которых базируется Космологическая стандартная модель, были надежно установлены с помощью РИ. Перечислим их в порядке возрастания точности определения (см. табл. 1): плоское пространство нулевого порядка, космологические плотности барионов и темной материи, плоский S-спектр начальных возмущений, оптическая толща вторичной ионизации Вселенной объектами нелинейной структуры. Рис. 2 иллюстрирует зависимость спектра анизотропии РИ от отдельных параметров КСМ при их отклонении от соответствующих стандартных значений.

К сожалению, анизотропия РИ малочувствительна к хаббловской постоянной и плотности темной энергии, значения этих параметров проявляются сильнее в поздней Вселенной. Тем не менее, будущие динамические исследования интегрального эффекта Сакса—Вольфа помогут уточнить и эти параметры КСМ (см. подъем крупномасштабной анизотропии на первых двух рисунках рис. 2). Пока точность определения H_0 и Ω_E ограничивается внешними по отношению к РИ экспериментами и составляет $\sim 10\%$.

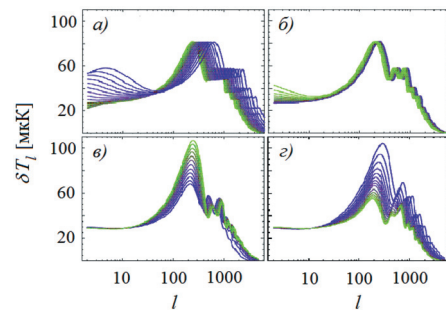


Рис. 2. Влияние космологических параметров на спектр анизотропии реликтового излучения $\delta T_l = T\Delta_l$ [17]. Интервалы изменения параметров от синего к зеленому цветам: а) $0,1 < \Omega < 1$, б) $0 < \Omega_E < 0,9$, в) $0,005 < \Omega_b h^2 < 0,06$, г) $0,05 < \Omega_M h^2 < 0,5$, где $h = H_0/100$ [км/с/Мпк]

С РИ связаны большие надежды на измерение космологических параметров *второго уровня*: массы нейтрино, амплитуды гравитационных волн, показателей наклонов и изменений наклонов спектров мощности и пр. Эти параметры более тонко воздействуют на анизотропию и поляризацию РИ, что требует более высокой точности измерений и обработки данных.

Важное значение имеет сочетание и сопоставление с радиоисследованиями РИ результатов других измерений: гравитационного линзирования, пекулярных скоростей материи, барионной звуковой модуляции спектра возмущений плотности, оптических и рентгеновских данных, геометрических

методов и др. Следует помнить, что исследования, связанные с *нелинейными* системами (сверхновые звезды, гамма-всплески, галактики, скопления галактик и пр.), подвержены систематическим ошибкам из-за сложного взаимодействия барионов с излучением, выявить которые весьма не просто. В то же время исследования РИ и крупномасштабной структуры Вселенной прозрачны и свободны от систематических неточностей, поскольку базируются на *линейной* теории возмущений.

8. Задачи

На этом семинаре состоялась контрольная работа, которая выделена в отдельную главу 6.

6

Контрольная работа

Задача 1. Чему должна равняться доля нерелятивистской материи Ω_m , измеренная в единицах критической плотности, чтобы момент рекомбинации совпал с моментом перехода от радиационно- к материально-доминированной стадии? Предполагаем $\Omega_m + \Omega_\Lambda = \text{const}$, а остальные параметры равны параметрам Космологической стандартной модели (Λ CDM).

Решение.

1-й способ. Плотность нерелятивистской и релятивистской материи зависят от красного смещения соответственно как $\rho_m \propto \Omega_m (1+z)^3$ и $\rho_r \propto \Omega_r (1+z)^4$. В момент перехода от радиационно- к материально-доминированной стадии в Λ CDM-модели

$$\Omega_m = \Omega_r (1 + z_{\text{eq}}),$$

где $z_{\text{eq}} \simeq 3000$, а $\Omega_m \simeq 0,3$. По условию, этот момент совпадает с моментом рекомбинации

$$\Omega'_m = \Omega_r (1 + z_{\text{rec}}),$$

где $z_{\text{rec}} \simeq 1000$. Отсюда

$$\Omega'_m = \Omega_m \frac{1 + z_{\text{rec}}}{1 + z_{\text{eq}}} \simeq 0,1.$$

2-й способ. В стандартной модели плотность релятивистской материи (включая три сорта безмассовых нейтрино!) $\Omega_r \simeq 10^{-4}$. Отсюда

$$\Omega'_m = \Omega_r (1 + z_{\text{rec}}) \simeq 0,1.$$

Задача 2. Пусть распределение плотности материи в некоторой галактике-линзе массы $M_{\text{tot}} = 2 \cdot 10^{45}$ г, находящейся от наблюдателя на расстоянии ¹⁾ 1 Гпк, описывается профилем изотермической сферы с размером ядра $r_0 = R/4 = 5$ кпк, где R — радиус всего гало. На одной оси с ними, на расстоянии 2 Гпк от наблюдателя, расположен линзируемый источник. Чему равен угол Хвольсона—Эйнштейна, если расстояние между линзой и источником — 1,3 Гпк?

Решение. Вычислим угол Хвольсона—Эйнштейна $\theta_{CE}^{(0)}$ по полной массе ²⁾:

$$\theta_{CE}^{(0)} = \sqrt{\frac{4GM_{\text{tot}}}{c^2} \frac{D_{ls}}{D_s D_l}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 6,67 \cdot 10^{-8} \cdot 2 \cdot 10^{45}}{9 \cdot 10^{20}} \frac{1,3}{2 \cdot 1 \cdot 3,1 \cdot 10^{27}}} \simeq 10^{-5} \text{ рад.}$$

Следовательно, эффективно линзирование происходит на прицельном параметре $\xi = D_l \theta_{CE}^{(0)} \sim 10$ кпк $\sim R$, а значит, в определении истинного угла Хвольсона—Эйнштейна θ_{CE} играет роль распределение массы внутри гало. Решим уравнение на θ_{CE} :

$$\theta_{CE}^2 = \frac{4GM(\theta_{CE} D_l)}{c^2} \frac{D_{ls}}{D_l D_s}, \quad (I.6.1)$$

для чего вычислим распределение массы $M(r) = 4\pi \int_0^r \rho(r') r'^2 dr'$ для профиля изотермической сферы ³⁾

$$\rho(r) = \begin{cases} \frac{\rho_0}{1 + 2(r/r_0\sqrt{2})^2}, & r < r_0, \\ \frac{2}{3}\rho_0 (r_0/r)^2, & r > r_0. \end{cases} \quad (I.6.2)$$

Вводя безразмерные величины $x = r/\xi \simeq r/(2r_0)$ и $\tilde{M}(r) = M(r)/M_{\text{tot}}$ и помня, что $r = D_l \theta_{CE}$, переписываем уравнение (I.6.1) в виде

$$x = \frac{\tilde{M}(x)}{x}, \quad (I.6.3)$$

¹⁾ Расстояние определяется по угловому диаметру. По определению, $D \equiv r/\theta$, где r — физический размер объекта, а θ — угол, под которым он наблюдается на небе.

²⁾ Поскольку расстояния рассчитываются по угловому размеру, формула для линзирования в расширяющейся Вселенной имеет вид таковой для плоского пространства-времени. Однако определенное таким способом расстояние не обладает свойством аддитивности: $D_s \neq D_l + D_{ls}$. Аддитивным остается лишь сопутствующее расстояние (см. [4], раздел 2.7).

³⁾ Можно также воспользоваться профилем $\rho \propto (1 + (r/r_0)^2)^{-1}$, также дающим правильную асимптотику при больших r .

где правая часть с учетом (I.6.2) равна ($\alpha \equiv 1 - \sqrt{2} \arctg(1/\sqrt{2}) \simeq 0,1$):

$$\frac{\tilde{M}(x)}{x} = \begin{cases} \frac{2}{1+\alpha} \left[1 - \frac{\arctg(x\sqrt{2})}{x\sqrt{2}} \right], & x < 1/2, \\ \frac{1}{1+\alpha} \left[\frac{2}{3} - \frac{1/3-\alpha}{x} \right], & 1 > x > 1/2. \end{cases}$$

Построив эскиз графика правой части, легко убедиться, что уравнение (I.6.3) имеет единственное решение $x = 0$, т.е. $\theta_{CE} = 0$. Масса линзы с удалением от ее центра растет так медленно, что для центрированного источника к наблюдателю проходит единственный луч (совпадающий с оптической осью), а все остальные отклоняются недостаточно сильно. Однако если источник расположен под некоторым углом θ_S , событие линзирование может произойти, поскольку разница между правой и левой частями (I.6.3) как раз равна $\theta_S D_l / \xi$. ▷

Задача 3. Вселенная заполнена массивным скалярным полем с потенциалом $V(\varphi) = m^2 \varphi^2 / 2$ и тяжелыми частицами (давление $p = 0$). В начальный момент времени доминируют частицы, а поле находится в состоянии $|\dot{\varphi}_0|/m \sim |\varphi_0| \gg M_{\text{Pl}}$ ($\dot{\varphi}_0 \equiv \dot{\varphi}(0)$, $\varphi_0 \equiv \varphi(0)$). Найти минимальное отношение тензорной моды к скалярной, генерируемое в данной модели.

Решение. $T/S = 4\gamma$ ($\gamma \equiv -\dot{H}/H^2$) → задача сводится к оценке γ . Система уравнений имеет вид (уравнение движения поля следует из первых двух уравнений)

$$\frac{3H^2}{8\pi G} = \dot{\varphi}^2/2 + m^2 \varphi^2/2 + \epsilon_0/a^3, \quad (\text{I.6.4})$$

$$-\frac{\dot{H}}{4\pi G} = \dot{\varphi}^2 + \epsilon_0/a^3, \quad (\text{I.6.5})$$

$$\ddot{\varphi} + 3H\dot{\varphi} + m^2\varphi = 0, \quad (\text{I.6.6})$$

где ϵ_0 — плотность энергии тяжелых частиц в начале расширения и выбрано $a(0) = 1$.

Эволюция такой вселенной разбивается на три стадии.

1-я стадия. Поле быстро приходит в состояние $\varphi \sim \varphi_0$, $\dot{\varphi} \sim 0$. Действительно, в начальный момент времени второй член в уравнении (I.6.6) $3H\dot{\varphi}_0 \gg (m\varphi_0) \cdot \dot{\varphi}_0 \sim m^2\varphi_0^2$, т.е. третьим членом можно пренебречь, а значит, на этом этапе $\varphi \propto 1/a^3$ и $\dot{\varphi} \propto -3H/a^3$. При этом, поскольку энергия поля падает как $1/a^6$, частицы (пыль) по-прежнему доминируют, а $\gamma \simeq 3/2$.

2-я стадия. Эволюцию на второй стадии можно представить как эволюцию пыли в присутствии космологической постоянной $\Lambda \equiv m^2\varphi_0^2$. Решение 1-го уравнения Фридмана в этом случае имеет вид $a(t) = a_0 \text{sh}^{2/3}(\beta t)$

($\beta^2 = 3\Lambda/4$) и $\gamma \propto 1/\text{ch}^2(\beta t)$ убывает. Кроме того, в некоторый момент начинает доминировать поле и происходит переход к 3-й стадии инфляции, на которой, как известно, γ медленно возрастает.

Таким образом, для оценки минимального T/S посчитаем это соотношение в начале инфляции (см. (I.4.94)), что дает $(T/S)_{\text{min}} \simeq 1/(\pi G \varphi_0^2)$. ▷

Основная литература

Ссылки на литературу, использованную при решении задач, приведены непосредственно в тексте решений.

1. Гришук Л. П. «Усиление гравитационных волн в изотропной Вселенной», ЖЭТФ 67, 825–838 (1975).
2. Дорошкевич А. Г., Лукаш В. Н. и Михеева Е. В. «К решению проблем каспов и кривых вращения в гало темной материи в космологической стандартной модели», Успехи физ. наук, 182, 3–18 (2012).
3. Лукаш В. Н. «Рождение звуковых волн в изотропной Вселенной», ЖЭТФ 79, 1601–1616 (1980).
4. Лукаш В. Н. и Михеева Е. В. «Физическая космология», Москва, Физматлит (2010).
5. Малиновский А. М., Воеводкин А. А., Лукаш В. Н., Михеева Е. В. и Вихлинин А. А. «Космологические ограничения на массу нейтрино по анизотропии реликтового излучения и крупномасштабной структуре Вселенной», Письма в Астрон. Ж. 34, 490–495 (2008).
6. Строков В. Н. «О лагранжевой теории космологических возмущений плотности», Астрон. Ж. 84, 483–486 (2007).
7. Afonso C., Albert J. N., Andersen J., Ansari R., Aubourg E. et al., Astron. and Astrophys. 400, 951 (2003).
8. Bolton A., antwrp.gsfc.nasa.gov/apod/ap080728.html (2008).
9. Catinella B., Giovanelli R., Haynes M. P. «Template rotation curves for disk galaxies», Astrophys. J. 640, 751 (2006).
10. Freese K. «Review of observational evidence for dark matter in the Universe and in upcoming searches for dark matter», arXiv:0812.4005 (2008).
11. Graham A. W. «Populating the galaxy velocity dispersion — supermassive black hole mass diagram: A catalogue of (M_{bh}, σ) values», Publications of the Astronomical Society of Australia, Vol. 25, Issue 4, pp. 167–175 (2008), arXiv:0807.2549
12. Hinshaw G., Weiland J. L., Hill R. S., Odegard N., Larson D., и др. «Five-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations: Data Processing, Sky Maps, & Basic Results», Astrophys. J. Suppl. 180, 225–245 (2009), arXiv:0803.0732
13. Ivanchik A. V., Orlov A. V. & Varshalovich D. A. «Effects of possible deviations of fundamental physical constants on primordial nucleosynthesis», Astron. Letters 27, 615 (2001).
14. Komatsu E., Dunkley J., Nolte M. R., Bennett C. L., et al. «Five-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations: Cosmological Interpretation», Astrophys. Suppl. J. 180, 330–376 (2009), arXiv:0803.0547
15. Nolte M. R., Dunkley J., Hill R. S., Hinshaw G., Komatsu E., et al. «Five-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations: Angular Power Spectra», Astrophys. J. Suppl. 180, 296–305 (2009), arXiv:0803.0593

16. Sylos Labini F., Vasilyev N. L., Barishev Y. V. «Large scale fluctuations in the distribution of galaxies from the Two Degree Field galaxy redshift survey», *Astron. Astrophys.* 496, 7–23 (2009), arXiv:0902.0229
17. Tegmark M. & Zaldarriaga M. «Separating the Early Universe from the Late Universe: cosmological parameter estimation beyond the black box», *Phys. Rev. D*, 66, 103508 (2002), arXiv: astro-ph/0207047

Дополнительная литература

1. Зельдович Я. Б. Успехи физ. наук, 89, 660 (1966).
2. Линде А. Д. «Физика элементарных частиц и инфляционная космология», М.: Наука, 1990.
3. Лукаш В. Н. «О соотношении тензорной и скалярной мод возмущений в космологии Фридмана». Успехи физ. наук, 176, 113–116 (2006).
4. Насельский П. Д., Новиков Д. И. и Новиков И. Д. «Реликтовое излучение Вселенной». М.: Наука, 2003.
5. Новиков И. Д. и Фролов В. П. «Физика черных дыр». М.: Наука, 1986.
6. Sunyaev R. A., Zeldovich Ya. B. «Small scale fluctuation of relic radiation», *Astrophys. And Space Sci.* 7, 3–19 (1970).

II

Cosmological perturbations

V. A. Rubakov

Institute for Nuclear Research
of the Russian Academy of Sciences,
60th October Anniversary Prospect, 7a,
Moscow, 117312, Russia

After rather lengthy introduction to cosmology, we discuss the cosmological perturbations as a tool for studying the epoch preceding the conventional hot stage of the cosmological evolution.

1

Introduction

The more we learn about our Universe, the better we understand that it is full of mysteries. These fall into three broad classes. One major mystery is dark energy, which deserves a separate class. We briefly discuss dark energy in Section 9, although, honestly speaking, we do not have much to say about it. The second class most likely has to do with the early hot epoch of the cosmological evolution, and the third one with an even earlier stage which preceeded the hot epoch. Along with dark energy, we encounter mysteries of the second class when studying the present composition of the Universe. It hosts matter but not antimatter, and after 40 years after it was understood that this is a problem, we do not have an established theory explaining this asymmetry. The Universe hosts dark matter, and we do not know what it is made of. It is worth pointing out that in this context, one of the key players is the Large Hadron Collider. Optimistically, the LHC experiments may discover dark matter particles and their companions, and establish physics behind the matter-antimatter asymmetry. Otherwise they will rule out some very plausible scenarios; this will also have profound impact on our understanding of the early Universe. Let us mention also exotic hypotheses on physics beyond the Standard Model, like TeV scale gravity; their support by the LHC will have an effect on the early cosmology, which is hard to overestimate.

In these lectures we concentrate on the third class of mysteries, which is related to cosmological perturbations, i. e., inhomogeneities in energy density and associated gravitational potentials and, possibly, relic gravity waves. As we explain in these lectures, the observed properties of density perturbations show that they were generated at some epoch that preceeded the hot stage of the cosmological evolution. Obviously, the very fact that we are confident about the existence of such an epoch is a fundamental result of theoretical and observational cosmology. The most plausible hypothesis on that epoch is cosmological inflation, though the observational support of this hypothesis is presently not particularly strong, and alternative scenarios have not been ruled out. We will briefly discuss the potential of future cosmological observations in discriminating between different options.

These lectures are meant to be self-contained, but we necessarily omit numerous details, while trying to make clear the basic ideas and results. For general reviews of cosmology see Ref. [1]. Dark energy is discussed in detail in reviews [2]. A lot more complete accounts of the theory and observations of cosmological perturbations are presented in reviews [3].

2

Homogeneous isotropic Universe

1. Friedmann—Lemaître—Robertson—Walker metric

Two basic facts about our visible Universe are that it is *homogeneous and isotropic* at large spatial scales, and that it *expands*.

There are three types of homogeneous and isotropic three-dimensional spaces. These are ¹⁾ three-sphere, flat (Euclidean) space and three-hyperboloid. Accordingly, one speaks about closed, flat and open Universe; in the latter two cases the spatial size of the Universe is infinite, whereas in the former the Universe is compact.

The homogeneity and isotropy of the Universe mean that its hypersurfaces of constant time are either three-spheres or Euclidean spaces or three-hyperboloids. The distances between points may (and, indeed, do) depend on time, i. e., the interval has the form

$$ds^2 = dt^2 - a^2(t)dx^2, \quad (\text{II.2.1})$$

where dx^2 is the distance on unit three-sphere/Euclidean space/hyperboloid. Metric (II.2.1) is usually called Friedmann—Lemaître—Robertson—Walker (FLRW) metric, and $a(t)$ is called the scale factor. In our Universe $\dot{a} \equiv \frac{da}{dt} > 0$, which means that the distance between points of fixed spatial coordinates \mathbf{x} grows, $dl^2 = a^2(t)dx^2$. The space stretches out; the Universe expands.

The coordinates \mathbf{x} are often called comoving coordinates. It is straightforward to check that $\mathbf{x} = \text{const}$ is a time-like geodesic, so a galaxy put at a certain \mathbf{x} at zero velocity will stay at the same \mathbf{x} . Furthermore, as the Universe expands, non-relativistic objects loose their velocities $\dot{\mathbf{x}}$, i. e., they get frozen in the comoving coordinate frame.

Observational data set strong constraints on the spatial curvature of the Universe. They tell that to a very good approximation our Universe is spatially flat, i. e., our *3-dimensional space is Euclidean*. In what follows dx^2 is simply the line interval in the Euclidean 3-dimensional space.

¹⁾ Strictly speaking, this statement is valid only locally: in principle, homogeneous and isotropic Universe may have complex global properties. As an example, spatially flat Universe may have topology of three-torus. There is some discussion of such a possibility in literature, and fairly strong limits have been obtained by the analyses of cosmic microwave background radiation [4].

2. Redshift

Like the distances between free particles in the expanding Universe, the photon wavelength increases too. We will always label the present values of time-dependent quantities by subscript 0: the present wavelength of a photon is thus denoted by λ_0 , the present time is t_0 , the present value of the scale factor is $a_0 \equiv a(t_0)$, etc. If a photon was emitted at some moment of time t in the past, and its wavelength at the moment of emission was λ_e , then we receive today a photon whose physical wavelength is longer,

$$\frac{\lambda_0}{\lambda_e} = \frac{a_0}{a(t)} \equiv 1 + z.$$

Here we introduced the redshift z . The redshift of an object is directly measurable. λ_e is fixed by physics of the source, say, it is the wavelength of a photon emitted by an excited hydrogen atom. So, one identifies a series of emission or absorption lines, thus determining λ_e , and measures their actual wavelengths λ_0 . These spectroscopic measurements give accurate values of z even for distant sources. On the other hand, the redshift is related to the time of emission, and hence to the distance to the source.

Let us consider a «nearby» source, for which $z \ll 1$. This corresponds to relatively small $(t_0 - t)$. Expanding $a(t)$, one writes

$$a(t) = a_0 - \dot{a}(t_0)(t_0 - t). \quad (\text{II.2.2})$$

To the leading order in z , the difference between the present time and the emission time is equal to the distance to the source r (the speed of light is set equal to 1). Let us define the Hubble parameter

$$H(t) = \frac{\dot{a}(t)}{a(t)}$$

and denote its present value by H_0 . Then eq. (II.2.2) takes the form $a(t) = a_0(1 - H_0 r)$, and we get for the redshift, again to the leading non-trivial order in z ,

$$1 + z = \frac{1}{1 - H_0 r} = 1 + H_0 r.$$

In this way we obtain the Hubble law,

$$z = H_0 r, \quad z \ll 1. \quad (\text{II.2.3})$$

Traditionally, one tends to interpret the expansion of the Universe as runaway of galaxies from each other, and redshift as the Doppler effect. Then at small z one writes $z = v$, where v is the radial velocity of the source with respect to the Earth, so H_0 is traditionally measured in units «velocity per distance». Observational data give [6]

$$H_0 = [71,0 \pm 2,5] \frac{\text{km/s}}{\text{Mpc}} \approx (14 \cdot 10^9 \text{ yrs})^{-1}, \quad (\text{II.2.4})$$

where $1 \text{ Mpc} = 3 \cdot 10^6 \text{ light yrs} = 3 \cdot 10^{24} \text{ cm}$ is the distance measure often used in cosmology. Traditionally, the present value of the Hubble parameter is written as

$$H_0 = h \cdot 100 \frac{\text{km}}{\text{s} \cdot \text{Mpc}}. \quad (\text{II.2.5})$$

Thus $h \approx 0,71$. We will use this value in further estimates.

Let us point out that the interpretation of redshift in terms of the Doppler shift is actually not adequate, especially for large enough z . In fact, there is no need in this interpretation at all: the «radial velocity» enters neither theory nor observations, so this notion may be safely dropped. Physically meaningful quantity is redshift z itself.

A final comment is that H_0^{-1} has dimension of time, or length, as indicated in Eq. (II.2.4). Clearly, this quantity sets the cosmological scales of time and distance at the present epoch.

3. Hot Universe

Our Universe is filled with cosmic microwave background (CMB). Cosmic microwave background as observed today consists of photons with excellent black-body spectrum of temperature

$$T_0 = 2,726 \pm 0,001 \text{ K}. \quad (\text{II.2.6})$$

The spectrum has been precisely measured by various instruments and does not show any deviation from the Planck spectrum [5].

Thus, the present Universe is «warm». Earlier Universe was warmer; it cooled down because of the expansion. While the CMB photons freely propagate today, it was not so at early stage. When the Universe was hot, the usual matter (electrons and protons with rather small admixture of light nuclei) was in the plasma phase. At that time photons strongly interacted with electrons due to the Thomson scattering and protons interacted with electrons via Coulomb force, so all these particles were in thermal equilibrium. As the Universe cooled down, electrons «recombined» with protons into neutral hydrogen atoms, and the Universe became transparent to photons. The temperature scale of recombination is, very crudely speaking, determined by the ionisation energy of hydrogen, which is of order 10 eV. In fact, recombination occurred at lower temperature²⁾, $T_{\text{rec}} \approx 3000 \text{ K}$. An important point is that the duration of the period of recombination was considerably shorter than the Hubble time at that epoch; to a reasonable approximation, recombination occurred instantaneously.

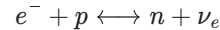
²⁾The reason is that the number density of electrons and protons is small compared to the number density of photons. At temperature above 3000 K, a hydrogen atom formed in an electron-proton encounter is quickly destroyed by absorbing a photon from the high energy tail of the Planck distribution, and after that the electron/proton lives long time before it meets proton/electron and forms a hydrogen atom again. In thermodynamical terms, at temperatures above 3000 K there is large entropy per electron/proton, and recombination is not thermodynamically favourable because of entropy considerations.

The importance of the recombination epoch (more precisely, the epoch of photon last scattering; we will use the term recombination for brevity) is that the CMB photons travel freely after it: the density of hydrogen atoms was so small (about 250 cm^{-3} right after recombination) that the gas was transparent to photons. So, CMB photons give the photographic picture of the Universe at recombination, i. e., at redshift and age

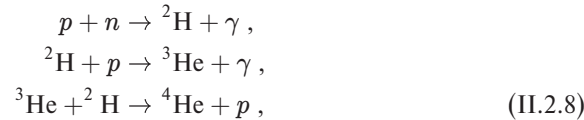
$$z_{\text{rec}} = 1090, \quad t_{\text{rec}} = 370\,000 \text{ years}. \quad (\text{II.2.7})$$

It is worth noting that even though after recombination photons no longer were in thermal equilibrium with anything, the shape of the photon distribution function has not changed, except for overall redshift. Indeed, the thermal distribution function for *ultra-relativistic* particles, the Planck distribution, depends only on the ratio of frequency to temperature, $f_{\text{Planck}}(p, T) = f(\omega_p/T)$, $\omega_p = |p|$. As the Universe expands, the photon momentum gets redshifted, $p(t) = p(t_{\text{rec}}) \cdot \frac{a(t_{\text{rec}})}{a(t)}$, the frequency is redshifted in the same way, but the shape of the spectrum remains Planckian, with redshifted temperature. Hence, the Planckian form of the observed spectrum is no surprise. Generally speaking, this property does not hold for massive particles.

At even earlier times, the temperature of the Universe was even higher. The earliest time at the hot stage which has been observationally probed so far is the Big Bang Nucleosynthesis epoch; that epoch began at temperature of order 1 MeV, when the lifetime of the Universe was about 1 s. At that time the weak processes like



switched off, and the comoving number density of neutrons freezed out. Somewhat later, these neutrons combined with protons into light elements in thermonuclear reactions



etc., up to ${}^7\text{Li}$. Comparison of the Big Bang Nucleosynthesis theory with the observational determination of the composition of cosmic medium gives us confidence that we understand the Universe at that epoch. Notably, we are convinced that the cosmological expansion was governed by General Relativity.

4. Properties of components of cosmic medium

Let us come back to photons. Their effective temperature after recombination scales as

$$T(t) \propto a^{-1}(t). \quad (\text{II.2.9})$$

This behaviour is characteristic of *ultra-relativistic* free species (at zero chemical potential). The same formula is valid for ultra-relativistic particles (at zero chemical

potential) which are in thermal equilibrium. Thermal equilibrium means adiabatic expansion; during adiabatic expansion, the temperature of ultra-relativistic gas scales as the inverse size of the system, according to usual thermodynamics. The energy density of ultra-relativistic gas scales as $\rho \propto T^4$, and pressure is $p = \rho/3$.

Both for free photons, and for photons in thermal equilibrium, the number density behaves as follows,

$$n_\gamma = \text{const} \cdot T^3 \propto a^{-3},$$

and the energy density is given by the Stefan—Boltzmann law,

$$\rho_\gamma = \frac{\pi^2}{30} \cdot 2 \cdot T^4 \propto a^{-4}, \quad (\text{II.2.10})$$

where the factor 2 accounts for two photon polarizations. The present number density of relic photons is

$$n_{\gamma,0} = 410 \text{ cm}^{-3}, \quad (\text{II.2.11})$$

and their energy density is

$$\rho_{\gamma,0} = 2,7 \cdot 10^{-10} \frac{\text{GeV}}{\text{cm}^3}. \quad (\text{II.2.12})$$

An important characteristic of the early Universe is the energy density of cosmic plasma in thermal equilibrium. It is given by the Stefan—Boltzmann law

$$\rho_{\text{rad}} = \frac{\pi^2}{30} g_* T^4, \quad (\text{II.2.13})$$

where subscript "rad" indicates that we are talking about the relativistic component (radiation in broad sense). Here g_* is the number of degrees of freedom with $m \lesssim T$, that is, the degrees of freedom which are relativistic at temperature T ; each spin state counts as an independent degree of freedom, and fermions contribute to g_* with a factor of 7/8. The value of g_* depends on temperature: at $T \sim 10$ MeV relativistic species are photons, neutrinos, electrons and positrons, while at $T \sim 1$ GeV four flavors of quarks, gluons, muons and τ -leptons are relativistic too. The number of degrees of freedom in the Standard Model at $T \gtrsim 100$ GeV is $g_*(100 \text{ GeV}) \approx 100$.

Let us now turn to non-relativistic particles: baryons, massive neutrinos, dark matter particles, etc. If they are not destroyed during the evolution of the Universe (that is, they are stable and do not annihilate), their number density merely gets diluted,

$$n \propto a^{-3}. \quad (\text{II.2.14})$$

This means, in particular, that the baryon-to-photon ratio stays constant in time (we consider for definiteness the late Universe, $T \lesssim 100$ keV),

$$\eta_B \equiv \frac{n_B}{n_\gamma} = \text{const} \approx 6,1 \cdot 10^{-10}. \quad (\text{II.2.15})$$

The numerical value here is determined by two independent methods: one is Big Bang Nucleosynthesis theory and measurements of the light element abundances,

and another is the measurements of the CMB temperature anisotropy. It is reassuring that these methods give consistent results (with comparable precision).

The energy density of non-relativistic particles scales as

$$\rho(t) = m \cdot n(t) \propto a^{-3}(t), \quad (\text{II.2.16})$$

in contrast to more rapid fall off (II.2.10) characteristic of relativistic species.

Finally, dark energy density does not decrease in time as fast as in eqs. (II.2.10) or (II.2.16). In fact, to a reasonable approximation dark energy density does not depend on time at all,

$$\rho_\Lambda = \text{const}. \quad (\text{II.2.17})$$

Dark energy with exactly time-independent energy density is the same thing as the cosmological constant, or Λ -term.

5. Composition of the present Universe

The basic equation governing the expansion rate of the Universe is the Friedmann equation, which we write for the case of spatially flat Universe,

$$H^2 \equiv \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi}{3}G\rho, \quad (\text{II.2.18})$$

where dot denotes derivative with respect to time t , ρ is the *total* energy density in the Universe and G is Newton's gravity constant; in natural units $G = M_{\text{Pl}}^{-2}$ where $M_{\text{Pl}} = 1,2 \cdot 10^{19}$ GeV is the Planck mass. The Friedmann equation is nothing but the (00)-component of the Einstein equations of General Relativity,

$$R_{00} - \frac{1}{2}g_{00}R = 8\pi T_{00},$$

specified to FLRW metric.

Let us introduce the parameter

$$\rho_c = \frac{3}{8\pi G}H_0^2 \approx 5 \cdot 10^{-6} \frac{\text{GeV}}{\text{cm}^3}. \quad (\text{II.2.19})$$

According to Eq. (II.2.18), it is equal to the sum of all forms of energy density in the present Universe. As a side remark, we note that the latter statement would not be true if our Universe were not spatially flat. However, according to observations, spatial flatness holds to a very good precision, corresponding to less than 1 per cent deviation of the total energy density from ρ_c [7].

As we now discuss, the cosmological data correspond to a very weird composition of the Universe.

Before proceeding, let us introduce a notion traditional in the analysis of the composition of the present Universe. For every type of matter i with the present energy density $\rho_{i,0}$, one defines the parameter

$$\Omega_i = \frac{\rho_{i,0}}{\rho_c}.$$

Then eq. (II.2.18) tells that $\sum_i \Omega_i = 1$ where the sum runs over all forms of energy.

Let us now discuss contributions of different species to this sum.

We begin with **baryons**. The result (II.2.15) gives

$$\rho_{B,0} = m_B \cdot n_{B,0} \approx 2,4 \cdot 10^{-7} \frac{\text{GeV}}{\text{cm}^3}. \quad (\text{II.2.20})$$

Comparing this result with the value of ρ_c given in (II.2.19), one finds

$$\Omega_B = 0,045.$$

Thus, baryons constitute rather small fraction of the present energy density in the Universe.

Photons contribute even smaller fraction, as is clear from (II.2.12), namely $\Omega_\gamma \approx 5 \cdot 10^{-5}$. From electric neutrality, the number density of **electrons** is about the same as that of baryons, so electrons contribute negligible fraction to the total mass density. The remaining known stable particles are **neutrinos**. Their number density is calculable in Hot Big Bang theory and these calculations are nicely confirmed by Big Bang Nucleosynthesis. The present number density of each type of neutrinos is

$$n_{\nu_\alpha,0} = 110 \text{ cm}^{-3},$$

where $\nu_\alpha = \nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau$ (more appropriately, ν_α are neutrino mass eigenstates). Direct limit on the mass of electron neutrino, $m_{\nu_e} < 2$ eV, together with the observations of neutrino oscillations suggest that every type of neutrino has mass smaller than 2 eV (neutrinos with masses above 0,05 eV must be degenerate, according to neutrino oscillation data). The energy density of all types of neutrinos is thus smaller than ρ_c :

$$\rho_{\nu,\text{total}} = \sum_\alpha m_{\nu_\alpha} n_{\nu_\alpha} < 3 \cdot 2 \text{ eV} \cdot 110 \frac{1}{\text{cm}^3} \sim 6 \cdot 10^{-7} \frac{\text{GeV}}{\text{cm}^3},$$

which means that $\Omega_{\nu,\text{total}} < 0,12$. This estimate does not make use of any cosmological data. In fact, cosmological observations give stronger bound

$$\Omega_{\nu,\text{total}} \lesssim 0,014. \quad (\text{II.2.21})$$

This bound is mostly due to the analysis of the structures at relatively small length scales, and has to do with streaming of neutrinos from the gravitational potential wells at early times when neutrinos were moving fast. In terms of the neutrino masses the bound (II.2.21) reads [8, 9]

$$\sum m_{\nu_\alpha} < 0,6 \text{ eV},$$

so every neutrino must be lighter than 0,2 eV. It is worth noting that the atmospheric neutrino data, as well as K2K, Minos and T2K experiments tell us that the mass of at least one neutrino must be larger than about 0,05 eV. Comparing these numbers, one sees that it may be feasible to measure neutrino masses by cosmological observations (!) in the future.

Coming back to our main topic here, we conclude that most of the energy density in the present Universe is not in the form of known particles; most energy in the present Universe must be in «something unknown». Furthermore, this «something unknown» has two components: clustered (dark matter) and unclustered (dark energy).

Clustered dark matter consists presumably of new stable massive particles. These make clumps of energy (mass) which constitute most of the mass of galaxies and clusters of galaxies. There are various ways of estimating the contribution of non-baryonic dark matter into the total energy density of the Universe:

- Composition of the Universe affects the angular anisotropy of cosmic microwave background. Quite accurate measurements of the CMB anisotropy, available today, enable one to estimate the total mass density of dark matter.
- Composition of the Universe, and especially the density of non-baryonic dark matter, is crucial for structure formation of the Universe. Comparison of the results of numerical simulations of structure formation with observational data gives reliable estimate of the mass density of non-baryonic clustered dark matter.

The bottom line is that the non-relativistic component constitutes about 27 per cent of the total present energy density, which means that non-baryonic dark matter has

$$\Omega_{DM} \approx 0,22, \quad (\text{II.2.22})$$

the rest is due to baryons.

There is direct evidence that dark matter exists in the largest gravitationally bound objects — clusters of galaxies. There are various methods to determine the gravitating mass of a cluster, and even mass distribution in a cluster, which give consistent results. To name a few:

- One measures velocities of galaxies in galactic clusters, and makes use of the gravitational virial theorem,

$$\text{Kinetic energy of a galaxy} = \frac{1}{2} \text{Potential energy}.$$

In this way one obtains the gravitational potential, and thus the distribution of the total mass in a cluster.

- Another measurement of masses of clusters makes use of intracluster gas. Its temperature obtained from X-ray measurements is also related to the gravitational potential.
- Fairly accurate reconstruction of mass distributions in clusters is obtained from the observations of gravitational lensing of background galaxies by clusters.

These methods enable one to measure mass-to-light ratio in clusters of galaxies. Assuming that this ratio applies to all matter in the Universe³⁾, one arrives at

³⁾ This is a fairly strong assumption, since only about 10 per cent of galaxies are in clusters.

the estimate for the mass density of clumped matter in the present Universe. Remarkably, this estimate agrees with (II.2.22).

Finally, dark matter exists also in galaxies. Its distribution is measured by the observations of rotation velocities of distant stars and gas clouds around a galaxy.

Thus, cosmologists are confident that much of the energy density in our Universe consists of new stable particles. We will see that there is good chance for the LHC to produce these particles.

Unclustered dark energy. Non-baryonic clustered dark matter is not the whole story. Making use of the above estimates, one obtains an estimate for the energy density of all particles, $\Omega_\gamma + \Omega_B + \Omega_{\nu,\text{total}} + \Omega_{DM} \approx 0,27$. This implies that 73 per cent of the energy density is unclustered. This component is called dark energy; it has the properties similar to those of vacuum. We will briefly discuss dark energy in Section 9.

All this fits nicely all cosmological observations, but does not fit to the Standard Model of particle physics. It is our hope that the LHC will shed light at least on some of the properties of the Universe.

6. Regimes of cosmological expansion

The cosmological expansion at the present epoch is determined mostly by dark energy, since its contribution to the right hand side of the Friedmann equation (II.2.18) is the largest,

$$\Omega_\Lambda = 0,73.$$

Non-relativistic matter (dark matter and baryons) is also non-negligible,

$$\Omega_M = 0,27, \quad (\text{II.2.23})$$

while the energy density of relativistic matter (photons and neutrinos, if one of the neutrino species is massless or very light) is negligible today. This was not always the case. Making use of Eq. (II.2.10) for photons and relativistic neutrinos, Eq. (II.2.14) for non-relativistic matter, and assuming for definiteness that dark energy density is constant in time, we can rewrite the Friedmann equation (II.2.18) in the following form

$$\begin{aligned} H^2(t) &= \frac{8\pi}{3M_{\text{Pl}}^2} [\rho_\Lambda + \rho_M(t) + \rho_{\text{rad}}(t)] \\ &= H_0^2 \left[\Omega_\Lambda + \Omega_M \left(\frac{a_0}{a(t)} \right)^3 + \Omega_{\text{rad}} \left(\frac{a_0}{a(t)} \right)^4 \right]. \end{aligned} \quad (\text{II.2.24})$$

It is appropriate for our purposes to treat neutrinos as massless particles; including their contribution to Ω_{rad} one has

$$\Omega_{\text{rad}} = 8,4 \cdot 10^{-5}. \quad (\text{II.2.25})$$

Equation (II.2.24) tells that at early times, when the scale factor $a(t)$ was small, the expansion was dominated by relativistic matter («radiation»), later on there

↑ Поставить знак "=" в конце первой строки?

was long period of domination of the non-relativistic matter, and in future the expansion will be dominated by dark energy,

... \implies Radiation domination \implies Matter domination \implies Λ -domination .

Dots here denote some cosmological epoch preceding the hot stage of evolution; as we discuss in Section 3, we are confident that such an epoch existed, but do not quite know what it was. Making use of (II.2.23) and (II.2.25), it is straightforward to find the redshift at radiation-matter equality, when the first two terms in (II.2.24) are equal,

$$1 + z_{\text{eq}} = \frac{a_0}{a(t_{\text{eq}})} = \frac{\Omega_M}{\Omega_{\text{rad}}} \approx 3000 ,$$

and using the Friedmann equation one finds the age of the Universe at equality

$$t_{\text{eq}} \approx 60\,000 \text{ years} .$$

Note that recombination occurred at matter domination, but rather soon after equality, see (II.2.7).

It is useful for what follows to find the evolution of the scale factor at the radiation domination epoch. At that time the energy density is given by Eq. (II.2.13), so that the Friedmann equation can be written as follows

$$H = \frac{T^2}{M_{\text{Pl}}^*} , \quad (\text{II.2.26})$$

where $M_{\text{Pl}}^* = M_{\text{Pl}}/(1,66\sqrt{g_*})$. Now, we neglect for simplicity the dependence of g_* on temperature, and hence on time, and recall that in this case the temperature scales as a^{-1} . Hence, we obtain

$$\frac{\dot{a}}{a} = \frac{\text{const}}{a^2} .$$

This gives the desired evolution law

$$a(t) = \text{const} \cdot \sqrt{t} . \quad (\text{II.2.27})$$

The constant here does not have physical significance, as one can rescale the coordinates x at some fixed moment of time, thus changing the normalization of a .

There are several points to note regarding the result (II.2.27). First, the expansion *decelerates*:

$$\ddot{a} < 0 .$$

This property holds also for the matter dominated epoch, but, as we see momentarily, it does not hold for domination of the dark energy.

Second, time $t = 0$ is the Big Bang singularity (assuming erroneously that the Universe starts being radiation dominated). The expansion rate

$$H(t) = \frac{1}{2t}$$

diverges as $t \rightarrow 0$, and so does the energy density $\rho(t) \propto H^2(t)$ and temperature $T \propto \rho^{1/4}$. Of course, the classical General Relativity and usual notions of statistical mechanics (e. g., temperature itself) are not applicable very near the singularity, but our result suggests that in the picture we discuss (hot epoch right after the Big Bang), the Universe starts its classical evolution in a very hot and dense state, and its expansion rate is very high in the beginning. It is customary to assume for illustrational purposes that the relevant quantities in the beginning of the classical expansion take the Planck values, $\rho \sim M_{\text{Pl}}^4$, $H \sim M_{\text{Pl}}$, etc.

Third, at a given moment of time the size of a causally connected region is finite. Consider signals emitted right after the Big Bang and travelling with the speed of light. These signals travel along the light cone with $ds = 0$, and hence $a(t)dx = dt$. So, the coordinate distance that a signal travels from the Big Bang to time t is

$$x = \int_0^t \frac{dt}{a(t)} \equiv \eta . \quad (\text{II.2.28})$$

In the radiation dominated Universe

$$\eta = \text{const} \cdot \sqrt{t} .$$

The physical distance from the emission point to the position of the signal is

$$l_{H,t} = a(t)x = a(t) \int_0^t \frac{dt}{a(t)} = 2t .$$

As expected, this physical distance is finite, and it gives the size of a causally connected region at time t . It is called the horizon size (more precisely, the size of particle horizon). A related property is that an observer at time t can see only the part of the Universe whose current physical size is $l_{H,t}$. Both at radiation and matter domination one has, modulo numerical constant of order 1,

$$l_{H,t} \sim H^{-1}(t) .$$

To give an idea of numbers, the horizon size at the present epoch is

$$l_{H,t_0} \approx 15 \text{ Gpc} \simeq 4,5 \cdot 10^{28} \text{ cm} .$$

One property of the Universe that starts its expansion from radiation domination is puzzling. Using Eq. (II.2.28) one sees that the size of the observable Universe increases in time. For example, the coordinate size of the present horizon is about 50 times larger than the coordinate size of the horizon at recombination. Hence, when performing CMB observations we see 50^2 regions on the sphere of last scattering which were causally disconnected at the recombination epoch, see Fig. 1. Yet they look exactly the same!

Clearly, this is a problem for the hot Big Bang theory, which is called horizon problem. We will see in Section 3 that this problem has a somewhat different side,

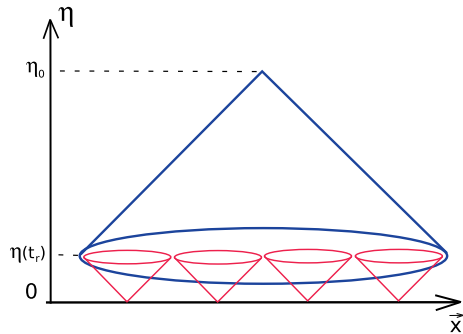


Fig. 1. Causal structure of space-time in hot Big Bang theory

which unambiguously shows that the hot Big Bang theory is not the whole story: the hot epoch was preceded by some other, very different epoch of the cosmological evolution.

To end up this section, let us note that the properties of the Universe dominated by dark energy are quite different. Assuming for definiteness that ρ_Λ is independent of time, we immediately find the solution to the Friedmann equation for the Λ -dominated Universe:

$$a(t) = \text{const} \cdot e^{H_\Lambda t}, \quad (\text{II.2.29})$$

where $H_\Lambda = \sqrt{8\pi\rho_\Lambda/(3M_{\text{pl}}^2)}$. The cosmological expansion *accelerates*,

$$\ddot{a} > 0.$$

The dark energy was introduced precisely for explaining the accelerated expansion of the Universe at the present epoch.

7. Dark matter

Dark matter is crucial for our existence, for the following reason. Density perturbations in baryon-electron-photon plasma before recombination do not grow because of high pressure, which is mostly due to photons; instead, perturbations are sound waves propagating in plasma with time-independent amplitudes. Hence, in a Universe without dark matter, density perturbations in baryonic component would start to grow only after baryons decouple from photons, i. e., after recombination. The mechanism of the growth is pretty simple: an overdense region gravitationally attracts surrounding matter; this matter falls into the overdense region, and the density contrast increases. In the expanding matter dominated Universe this gravitational instability results in the density contrast growing like $(\delta\rho/\rho)(t) \propto a(t)$. Hence, in a Universe without dark matter, the growth factor for baryon density

perturbations would be at most⁴⁾

$$\frac{a(t_0)}{a(t_{\text{rec}})} = 1 + z_{\text{rec}} = \frac{T_{\text{rec}}}{T_0} \approx 10^3. \quad (\text{II.2.30})$$

The initial amplitude of density perturbations is very well known from the CMB anisotropy measurements, $(\delta\rho/\rho)_i = 5 \cdot 10^{-5}$. Hence, a Universe without dark matter would still be pretty homogeneous: the density contrast would be in the range of a few per cent. No structure would have been formed, no galaxies, no life. No structure would be formed in future either, as the accelerated expansion due to dark energy will soon terminate the growth of perturbations.

Since dark matter particles decoupled from plasma much earlier than baryons, perturbations in dark matter started to grow much earlier. The corresponding growth factor is larger than (II.2.30), so that the dark matter density contrast at galactic and sub-galactic scales becomes of order one, perturbations enter non-linear regime and form dense dark matter clumps at $z = 5 \div 10$. Baryons fall into potential wells formed by dark matter, so dark matter and baryon perturbations develop together soon after recombination. Galaxies get formed in the regions where dark matter was overdense originally. The development of perturbations in our Universe is shown in Fig. 2. For this picture to hold, dark matter particles must be non-relativistic early enough, as relativistic particles fly through gravitational wells instead of being trapped there. This means, in particular, that neutrinos cannot constitute a considerable part of dark matter, hence the bound (II.2.21).

Depending on the mass of the dark matter particles and mechanism of their production in the early Universe, dark matter may be *cold* (CDM) and *warm* (WDM). Roughly speaking, CDM consists of heavy particles, while the masses of WDM particles are smaller,

$$\text{CDM} : \quad m_{DM} \gtrsim 100 \text{ keV}, \quad (\text{II.2.31a})$$

$$\text{WDM} : \quad m_{DM} = 3 \div 30 \text{ keV}. \quad (\text{II.2.31b})$$

This assumes that the dark matter particles were in thermal (kinetic) equilibrium at some early times, or, more generally, that their kinetic energy was comparable to temperature. This need not be the case for very weakly interacting particles; a well known example is axions which are *cold* dark matter candidates despite their very small mass. Likewise, very weakly interacting warm dark matter particles may be much heavier than Eq. (II.2.31b) suggests.

8. Baryon asymmetry of the Universe

In the present Universe, there are baryons and almost no antibaryons. The number density of baryons today is characterized by the ratio η_B , see eq. (II.2.15). At early times, at temperatures well above 100 MeV, cosmic plasma contained

⁴⁾ Because of the presence of dark energy, the growth factor is even somewhat smaller.

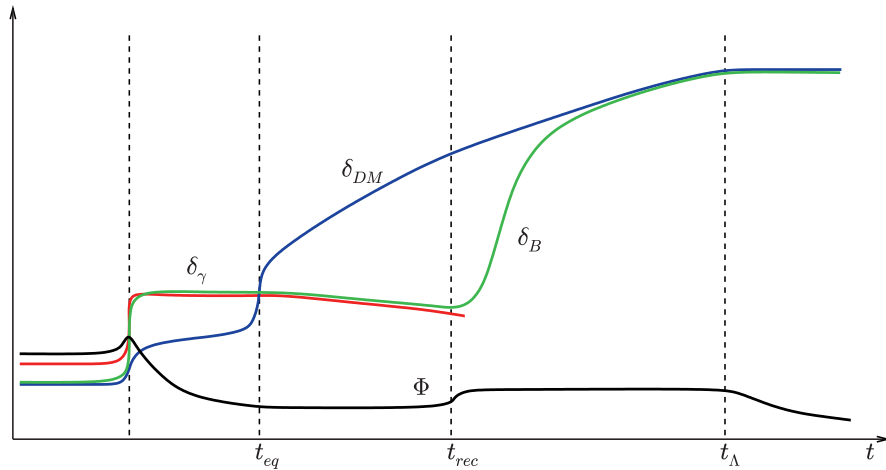


Fig. 2. A sketch of the time dependence, in the linear regime, of density contrasts of dark matter, baryons and photons, $\delta_{DM} \equiv \delta\rho_{DM}/\rho_{DM}$, δ_B and δ_γ , respectively, as well as the Newtonian potential Φ . t_{eq} and t_Λ correspond to the transitions from radiation domination to matter domination, and from decelerated expansion to accelerated expansion, t_{rec} refers to the recombination epoch

many quark-antiquark pairs, whose number density was of the order of the photon number density,

$$n_q + n_{\bar{q}} \sim n_\gamma,$$

while the baryon number density was related to densities of quarks and antiquarks as follows (baryon number of a quark equals 1/3),

$$n_B = \frac{1}{3}(n_q - n_{\bar{q}}).$$

Hence, in terms of quantities characterizing the very early epoch, the baryon asymmetry may be expressed as

$$\eta_B \sim \frac{n_q - n_{\bar{q}}}{n_q + n_{\bar{q}}}.$$

We see that there was one extra quark per about 10 billion quark-antiquark pairs! It is this tiny excess that is responsible for the entire baryonic matter in the present Universe: as the Universe expanded and cooled down, antiquarks annihilated with quarks, and only the excessive quarks remained and formed baryons.

There is no logical contradiction to suppose that the tiny excess of quarks over antiquarks was built in as an initial condition. This is not at all satisfactory for a physicist, however. Furthermore, inflationary scenario does not provide such an initial condition for the hot Big Bang epoch; rather, inflation theory predicts that

the Universe was baryon-symmetric just after inflation. Hence, one would like to explain the baryon asymmetry dynamically.

The baryon asymmetry may be generated from initially symmetric state only if three necessary conditions, dubbed Sakharov's conditions, are satisfied. These are

- (i) baryon number non-conservation;
- (ii) C- and CP-violation;
- (iii) deviation from thermal equilibrium.

All three conditions are easily understood. (i) If baryon number were conserved, and initial net baryon number in the Universe was zero, the Universe today would still be symmetric. (ii) If C or CP were conserved, then the rate of reactions with particles would be the same as the rate of reactions with antiparticles, and no asymmetry would be generated. (iii) Thermal equilibrium means that the system is stationary (no time dependence at all). Hence, if the initial baryon number is zero, it is zero forever, unless there are deviations from thermal equilibrium.

Violation of the baryon number, CP and thermal equilibrium is not strong enough in the Standard Model of particle physics. So, the existence of the baryon asymmetry gives strong evidence for new physics. There are various ways to extend the Standard Model in such a way that the right amount of the baryon excess is generated; interestingly, some of these extensions are probed at the LHC.

9. Dark energy

Dark energy, the famous «substance», does not clump, unlike dark matter. It gives rise to the accelerated expansion of the Universe. As we see from Eq. (II.2.29), the Universe with constant energy density should expand exponentially; if the energy density is almost constant, the expansion is almost exponential. Let us make use of the first law of thermodynamics, which for the adiabatic expansion reads

$$dE = -pdV,$$

and apply it to comoving volume, $E = \rho V$, $V = a^3$. We obtain for dark energy

$$d\rho_\Lambda = -3\frac{da}{a}(\rho_\Lambda + p_\Lambda),$$

or

$$\frac{d\rho_\Lambda}{\rho_\Lambda} = -3\frac{da}{a}(1 + w),$$

where we introduced the equation of state parameter w such that

$$p_\Lambda = w\rho_\Lambda.$$

Thus, (almost) time-independent dark energy density corresponds to $w \approx -1$, i. e., effective pressure of dark energy is negative. We emphasize that pressure is by definition a spatial component of the energy-momentum tensor, which in the homogeneous and isotropic situation has the general form

$$T_{\mu\nu} = \text{diag}(\rho, p, p, p).$$

Dark energy density does not depend on time at all, if $p_\Lambda = -\rho_\Lambda$, i. e.,

$$T_{\mu\nu} = \rho_\Lambda \eta_{\mu\nu},$$

where $\eta_{\mu\nu}$ is the Minkowski tensor. This is characteristic of vacuum, whose energy-momentum tensor must be Lorentz-covariant. Observationally, w is close to -1 to reasonably good precision. The most accurate determination, which, however, does not include systematic errors in supernovae data and possible time-dependence of w , is [7]

$$w = -0,98 \pm 0,05. \quad (\text{II.2.32})$$

So, the dark energy density is almost time-independent, indeed.

The problem with dark energy is that its present value is extremely small by particle physics standards,

$$\rho_{DE} \approx 4 \text{ GeV/m}^3 = (2 \times 10^{-3} \text{ eV})^4.$$

In fact, there are two hard problems. One is that particle physics scales are much larger than the scale relevant to the dark energy density, so the dark energy density is zero to an excellent approximation. Another is that it is non-zero nevertheless, and one has to understand its energy scale. To quantify the first problem, we recall the known scales of particle physics and gravity,

$$\begin{aligned} \text{Strong interactions : } & \Lambda_{QCD} \sim 1 \text{ GeV}, \\ \text{Electroweak : } & M_W \sim 100 \text{ GeV}, \\ \text{Gravitational : } & M_{Pl} \sim 10^{19} \text{ GeV}. \end{aligned}$$

In principle, vacuum should contribute to ρ_Λ , and there is absolutely no reason for vacuum to be as light as it is. The discrepancy here is huge, as one sees from the above numbers.

To elaborate on this point, let us note that the action of gravity plus, say, the Standard Model has the general form

$$S = S_{EH} + S_{SM} - \rho_{\Lambda,0} \int \sqrt{-g} d^4x,$$

where $S_{EH} = -(16\pi G_N)^{-1} \int R \sqrt{-g} d^4x$ is the Einstein–Hilbert action of General Relativity, S_{SM} is the action of the Standard Model and $\rho_{\Lambda,0}$ is the bare cosmological constant. In order that the vacuum energy density be almost zero, one needs fantastic cancellations between the contributions of the Standard Model fields into the vacuum energy density, on the one hand, and $\rho_{\Lambda,0}$ on the other. For example, we know that QCD has a complicated vacuum structure, and one would expect that the energy density of QCD combined with $\rho_{\Lambda,0}$ should be of order $(1 \text{ GeV})^4$. Nevertheless, it is not, so at least for QCD, one needs a cancellation on the order of 10^{-44} . If one goes further and considers other interactions, the numbers get even worse.

What are the hints from this «first» cosmological constant problem? There are several options, though not many. One is that the Universe could have a very

long prehistory. Extremely long. This option has to do with relaxation mechanisms. Suppose that the original vacuum energy density is indeed large, say, comparable to the particle physics scales. Then there must be a mechanism which can relax this value down to an acceptably small number. It is easy to convince oneself that this relaxation could not happen in the history of the Universe we know of. Instead, the Universe should have a very long prehistory during which this relaxation process might occur. At that prehistoric time, the vacuum in the Universe must have been exactly the same as our vacuum, so the Universe in its prehistory must have been exactly like ours, or almost exactly like ours. Only in that case could a relaxation mechanism work. There are concrete scenarios of this sort [10]. However, at the moment it seems that these scenarios are hardly testable, since this is prehistory.

Another possible hint is towards anthropic selection. The argument that goes back to Weinberg and Linde [11, 12] is that if the cosmological constant were larger, say, by a factor of 100, we simply would not exist: the stars would not have formed because of the fast expansion of the Universe. So, the vacuum energy density may be selected anthropically. The picture is that the Universe may be much, much larger than what we can see, and different large regions of the Universe may have different properties. In particular, vacuum energy density may be different in different regions. Now, we are somewhere in the place where one can live. All the rest is empty of human beings, because there the parameters such as vacuum energy density are not suitable for their existence. This is disappointing for a theorist, as this point of view allows for arbitrary tuning of fundamental parameters. It is hard to disprove this option, on the other hand. We do exist, and this is an experimental fact. The anthropic viewpoint may, though hopefully will not, get more support from the LHC, if no or insufficient new physics is found there. Indeed, another candidate for an environmental quantity is the electroweak scale.

Let us recall in this regard the gauge hierarchy problem: the electroweak scale $M_W \sim 100 \text{ GeV}$ is much lower than the natural scale in gravitational physics, the Planck mass, $M_{Pl} \sim 10^{19} \text{ GeV}$. The electroweak scale in the Standard Model is unprotected from large contributions due to high energy physics, and in this sense it is very similar to the cosmological constant. There are various anthropic arguments showing that the electroweak scale must be small. A simple example is that if one makes it larger without touching other parameters, then quarks would be too heavy. Neutron would be the lightest baryon, and proton would be unstable. There would be no stable hydrogen, and that is presumably inconsistent with our existence. Hence, one of the «solutions» to the gauge hierarchy problem is anthropic.

An interesting part of the story is that unlike the cosmological constant, there are natural ways to make the electroweak scale small and render it small in extensions of the Standard Model, like low energy supersymmetry. All these extensions require new physics at TeV energies. So we are in a situation where the experiment has to say its word. If it says that none of these extensions is there in Nature, then we will have to take the anthropic viewpoint much more seriously than before.

Turning to the «second» cosmological constant problem, we note that the scale 10^{-3} eV may be associated with some new light field(s), rather than with vacuum. This implies, in general, that ρ_Λ depends on time, i. e., $w \neq -1$ and w

may well depend on time itself. «Normal» field (called quintessence in this context) has $w > -1$, but there are examples (rather contrived) of fields with $w < -1$ (called phantom fields). Current data are compatible with time-independent w equal to -1 , but their precision is not particularly high. We conclude that future cosmological observations may shed new light on the field content of fundamental theory.

3

Cosmological perturbations and the very early Universe

With Big Bang nucleosynthesis theory and observations, we are confident of the theory of the early Universe at temperatures up to $T \simeq 1$ MeV, that corresponds to age of $t \simeq 1$ second. With the LHC, we hope to be able to go up to temperatures $T \sim 100$ GeV and age $t \sim 10^{-10}$ second. The question is: are we going to have a handle on even earlier epoch?

The key issue in this regard is cosmological perturbations. These are inhomogeneities in the energy density and associated gravitational potentials, in the first place. This type of inhomogeneities is called scalar perturbations, as they are described by 3-scalars. There may exist perturbations of another type, called tensor; these are primordial gravity waves. We will mostly concentrate on scalar perturbations, since they are observed; tensor perturbations are important too, and we comment on them later on. It is worth pointing out that perturbations of the present size below ten Megaparsec have large amplitudes today and are non-linear, but in the past their amplitudes were small, and they can be described within the linearized theory. Indeed, CMB temperature anisotropy tells us that the perturbations at recombination epoch were roughly at the level

$$\delta \equiv \frac{\delta\rho}{\rho} = 10^{-4} - 10^{-5}.$$

Thus, the linearized theory works very well before recombination and somewhat later.

Properties of scalar perturbations are measured in various ways. Perturbations of large spatial scales leave their imprint in CMB temperature anisotropy and polarization, so we have very detailed knowledge of them. Shorter wavelength perturbations are studied by analysing distributions of galaxies and quasars at present and in relatively near past. There are several other methods, some of which can probe even shorter wavelengths. As we discuss in more detail below, scalar perturbations in the linear regime are actually Gaussian random field, and the first thing to measure is its power spectrum. Overall, independent methods give consistent results, see Fig. 1.

Cosmic medium in our Universe has several components that interact only gravitationally: baryons, photons, neutrinos, dark matter. Hence, there may be and,

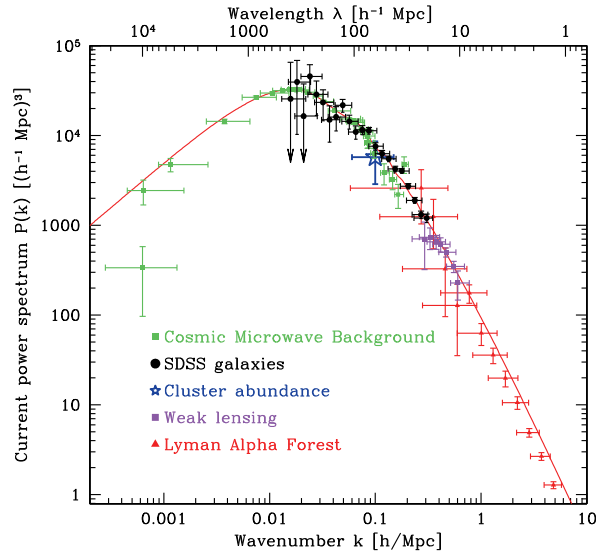


Fig. 1. (Цветную версию см. на вклейке, стр. 459) Power spectrum of density perturbations, measured by various methods and translated to the present epoch by using the linearized theory [13]. k is the present wavenumber, and $h \approx 0,7$ is the dimensionless Hubble parameter at the present epoch

in fact, there are perturbations in each of these components. As we pointed out in the beginning of Section 7, electromagnetic interactions between baryons, electrons and photons were strong before recombination, so these species made single fluid, and it is appropriate to talk about perturbations in this fluid. After recombination, baryons and photons evolved independently.

The main point of this part of lectures is that by analysing the density perturbations, we have already learned a number of very important things. To appreciate what they are, it is instructive to consider first the baryon-electron-photon fluid before recombination. Perturbations in this fluid are nothing but sound waves; they obey a wave equation. So, let us turn to the wave equation in the expanding Universe.

1. Wave equation in expanding Universe. Subhorizon and superhorizon regimes

The actual system of equations for density perturbations in the baryon-electron-photon fluid and associated gravitational potentials is fairly cumbersome. So, let us simplify things. Instead of writing and then solving the equations for sound waves, let us consider a toy example, the case of massless scalar field. The general

properties of density perturbations are similar to this case, although there are a few places in which they differ; we comment on the differences in due course.

The action for the massless scalar field is

$$S = \frac{1}{2} \int d^4x \sqrt{-g} g^{\mu\nu} \partial_\mu \phi \partial_\nu \phi = \int d^3x dt a^3 \left[\frac{1}{2} \dot{\phi}^2 - \frac{1}{2a^2} (\partial_i \phi)^2 \right],$$

where we specified to FLRW metric in the second expression. The field equation thus reads:

$$-\frac{d}{dt}(a^3 \dot{\phi}) + a \partial_i \partial_i \phi = 0,$$

i. e.,

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} - \frac{1}{a^2} \partial_i^2 \phi = 0, \quad (\text{II.3.1})$$

where $H \equiv \dot{a}/a$ is again the Hubble parameter. This equation is linear in ϕ and homogeneous in space, so it is natural to represent ϕ in terms of the Fourier harmonics,

$$\phi(\mathbf{x}, t) = \int e^{i\mathbf{k}\mathbf{x}} \phi_{\mathbf{k}}(t) d^3k.$$

Clearly, the value of \mathbf{k} for a given Fourier mode is constant in time. However, k is not the physical wavenumber (physical momentum), since x is not the physical distance. k is called conformal momentum, while physical momentum equals $q \equiv 2\pi/\lambda = 2\pi/(a(t)\Delta x) = k/a(t)$. Δx here is time-independent comoving wavelength of perturbation, and λ is the physical wavelength; the latter grows due to the expansion of the Universe. Accordingly, as the Universe expands, the physical momentum of a given mode decreases (gets redshifted), $q(t) \propto a^{-1}(t)$. For a mode of given conformal momentum k , Eq. (II.3.1) gives:

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} + \frac{k^2}{a^2} \phi = 0. \quad (\text{II.3.2})$$

Besides the redshift of momentum, the cosmological expansion has the effect of inducing the second term, «Hubble friction».

Equation (II.3.2) has two time-dependent parameters of the same dimension: k/a and H . Let us consider two limiting cases: $k/a \ll H$ and $k/a \gg H$. In cosmological models with conventional equation of state of the dominant component (e. g., matter-dominated or radiation-dominated Universe), H^{-1} is of the order of the size of the cosmological horizon, see Section 6. So, the regime $k/a \ll H$ is the regime in which the physical wavelength $\lambda = 2\pi a/k$ is greater than the horizon size (this is called superhorizon regime), while for $k/a \gg H$ the physical wavelength is smaller than the horizon size (subhorizon regime). The time when the wavelength of the mode coincides with the horizon size is called horizon crossing. In what follows we denote this time by the symbol \times . Both at radiation- and matter-dominated epochs, the ratio $k/(aH)$ grows. Indeed, in the radiation-dominated epoch $a \propto \sqrt{t}$, while $H \propto t^{-1}$, so $k/(aH) \propto \sqrt{t}$. This means that every mode was at some early time superhorizon, and later on it becomes subhorizon, see Fig. 2. It

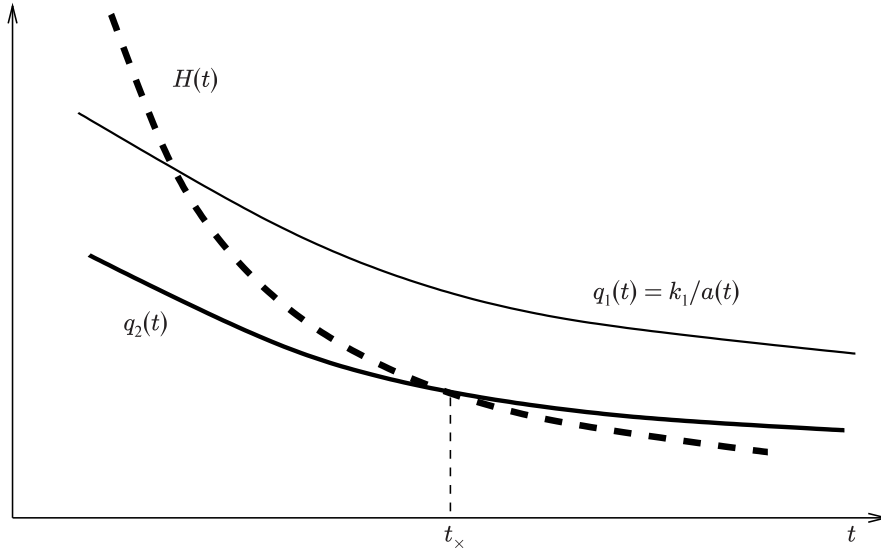


Fig. 2. Physical momenta (solid lines, $k_2 < k_1$) and Hubble parameter (dashed line) at radiation- and matter-dominated epochs. t_x is the horizon entry time

is straightforward to see that for all cosmologically interesting wavelengths, horizon crossing occurs much later than 1 s after the Big Bang, i. e., at the time we are confident about. So, there is no guesswork at this point.

Now we can address the question of the origin of density perturbations. By causality, any mechanism of their generation that operates at the radiation- and/or matter-dominated epoch, can only work after the horizon entry time t_x . Indeed, no physical process can create a perturbation whose wavelength exceeds the size of an entire causally connected region. So, in that case the perturbation modes were never superhorizon. On the other hand, if modes were ever superhorizon, they have to exist already in the beginning of the hot epoch. Hence, in the latter situation one has to conclude that there existed another epoch *before* the hot stage: that was the epoch of the generation of primordial density perturbations.

Observational data, notably (but not only) on CMB temperature anisotropy and polarization, disentangle these two possibilities. They unambiguously show that density perturbations *were* superhorizon at radiation and matter domination!

To understand how this comes about, let us see what is special about a perturbation which was superhorizon at the hot stage. For a superhorizon mode, we can neglect the term $\phi \cdot k^2/a^2$ in Eq. (II.3.1). Then the field equation, e. g., in the radiation-dominated Universe ($a \propto t^{1/2}$, $H = 1/(2t)$), becomes

$$\ddot{\phi} + \frac{3}{2t}\dot{\phi} = 0. \quad (\text{II.3.3})$$

The general solution to this equation is

$$\phi(t) = A + \frac{B}{\sqrt{t}}, \quad (\text{II.3.4})$$

where A and B are constants. This behavior is generic for all cosmological perturbations at the hot stage: there is a constant mode (A in our case) and a mode that decays in time. If we extrapolate the decaying mode B/\sqrt{t} back in time, we get very strong (infinite in the limit $t \rightarrow 0$) perturbation. For density perturbations (and also tensor perturbations) this means that this mode corresponds to strongly inhomogeneous early Universe. Therefore, the consistency of the cosmological model dictates that the decaying mode has to be absent for actual perturbations. Hence, for given \mathbf{k} , the solution is determined by a single parameter, the initial amplitude A of the mode $\phi_{\mathbf{k}}$.

After entering the subhorizon regime, the modes oscillate — these are the analogs of conventional sound waves. In the subhorizon regime one makes use of the WKB approximation to solve the complete equation

$$\ddot{\phi} + \frac{3}{2t}\dot{\phi} + \frac{k^2}{a^2(t)}\phi = 0. \quad (\text{II.3.5})$$

The general solution in the WKB approximation reads

$$\phi(t) = \frac{A'}{a(t)} \cos \left(\int_0^t \frac{k}{a(t')} dt' + \psi_0 \right), \quad (\text{II.3.6})$$

with the two constants being the amplitude A' and the phase ψ_0 . The amplitude A' of these oscillations is determined by the amplitude A of the superhorizon initial perturbation, while *the phase ψ_0 of these oscillations is uniquely determined by the condition of the absence of the decaying mode, $B = 0$* . Imposing this condition yields

$$\phi(t) = cA \frac{a_x}{a(t)} \sin \left(\int_0^t \frac{k}{a(t')} dt' \right), \quad (\text{II.3.7})$$

where the constant c is of order 1 and can be evaluated by solving the complete equation (II.3.5). The decreasing amplitude of oscillations $\phi(t) \propto 1/a(t)$ and the particular phase $\psi_0 = -\pi/2$ in (II.3.6) are peculiar properties of the wave equation (II.3.1), as well as the radiation-dominated cosmological expansion. However, *the fact that the phase of oscillations is uniquely determined by the requirement of the absence of the superhorizon decaying mode is generic*.

The perturbations in the baryon-photon medium before recombination — sound waves — behave in a rather similar way. Their evolution is as follows:

$$\delta_\gamma \equiv \frac{\delta\rho_\gamma}{\rho_\gamma} = \begin{cases} \text{const}, & \text{outside horizon,} \\ \text{const} \cdot \cos\left(\int_0^t v_s \frac{k}{a(t')} dt'\right), & \text{inside horizon,} \end{cases} \quad (\text{II.3.8})$$

where $v_s \equiv \sqrt{dp/d\rho}$ is the sound speed. The baryon-photon medium before recombination is almost relativistic¹⁾, since $\rho_B < \rho_\gamma$. Therefore, $v_s \approx 1/\sqrt{3}$. Let us reiterate that the phase of the oscillating solution in (II.3.8) is uniquely defined.

2. Oscillations in CMB angular spectrum

CMB gives us the photographic picture of the Universe at recombination (photon last scattering), see Fig. 3. Waves of different momenta k are at different phases at recombination. At that epoch, oscillations in time in Eq. (II.3.8) show up as oscillations in momentum. This in turn gives rise to the observed oscillations in the CMB angular spectrum.

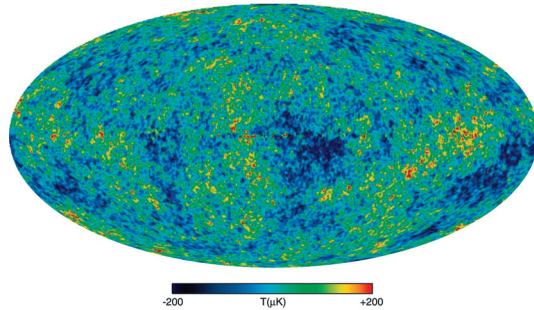


Fig. 3. CMB sky as seen by WMAP experiment

In more detail, at the time of last scattering t_{rec} we have

$$\delta_\gamma \equiv \frac{\delta\rho_\gamma}{\rho_\gamma} = A(k) \cdot \cos\left(\int_0^{t_{\text{rec}}} v_s \frac{k}{a(t')} dt'\right) = A(k) \cdot \cos kr_s, \quad (\text{II.3.9})$$

¹⁾ This does not contradict the statement that the Universe is in matter-dominated regime at recombination. The dominant component at this stage is dark matter.

where $A(k)$ is linearly related to the initial amplitude of the superhorizon perturbation and is a non-oscillatory function of k , and

$$r_s = \int_0^{t_{\text{rec}}} v_s \frac{dt'}{a(t')}$$

is the comoving size of the sound horizon at recombination, while its physical size equals $a(t_{\text{rec}})r_s$. So, we see that the density perturbation at recombination indeed oscillates as a function of wavenumber. The period of this oscillation is determined by r_s , which is a straightforwardly calculable quantity.

Omitting details, the fluctuation of the CMB temperature is partially due to the density perturbation in the baryon-photon medium at recombination. The relevant place is the point where the photons last scatter before coming to us. This means that the temperature fluctuation of photons coming from the direction \mathbf{n} in the sky is, to a reasonable accuracy,

$$\delta T(\mathbf{n}) \propto \delta_\gamma(\mathbf{x}_\mathbf{n}, \eta_{\text{rec}}) + \delta T_{\text{smooth}}(\mathbf{n}),$$

where $T_{\text{smooth}}(\mathbf{n})$ corresponds to the non-oscillatory part of the CMB angular spectrum, and

$$\mathbf{x}_\mathbf{n} = -\mathbf{n}(\eta_0 - \eta_{\text{rec}}).$$

Here the variable η is defined in (II.2.28), and η_0 is its present value, so that $(\eta_0 - \eta_{\text{rec}})$ is the coordinate distance to the sphere of photon last scattering, and $\mathbf{x}_\mathbf{n}$ is the coordinate of the place where the photons coming from the direction \mathbf{n} scatter last time. $T_{\text{smooth}}(\mathbf{n})$ originates from the gravitational potential generated by the dark matter perturbation; dark matter has zero pressure at all times, so there are no sound waves in this component, and there are no oscillations at recombination as a function of momentum.

One expands the temperature variation on celestial sphere in spherical harmonics:

$$\delta T(\mathbf{n}) = \sum_{lm} a_{lm} Y_{lm}(\theta, \phi).$$

The multipole number l characterizes the temperature fluctuations at the angular scale $\Delta\theta = \pi/l$. The sound waves of momentum k are seen roughly at an angle $\Delta\theta = \Delta x/(\eta_0 - \eta_{\text{rec}})$, where $\Delta x = \pi/k$ is coordinate half-wavelength. Hence, there is the correspondence

$$l \longleftrightarrow k(\eta_0 - \eta_{\text{rec}}).$$

Oscillations in momenta in (II.3.9) thus translate into oscillations in l , and these are indeed observed, see Fig. 4.

To understand what is shown in Fig. 4, we note that all observations today support the hypothesis that a_{lm} are independent Gaussian random variables. Gaussianity means that

$$P(a_{lm}) da_{lm} = \frac{1}{\sqrt{2\pi C_l}} e^{-\frac{a_{lm}^2}{2C_l}} da_{lm}, \quad (\text{II.3.10})$$

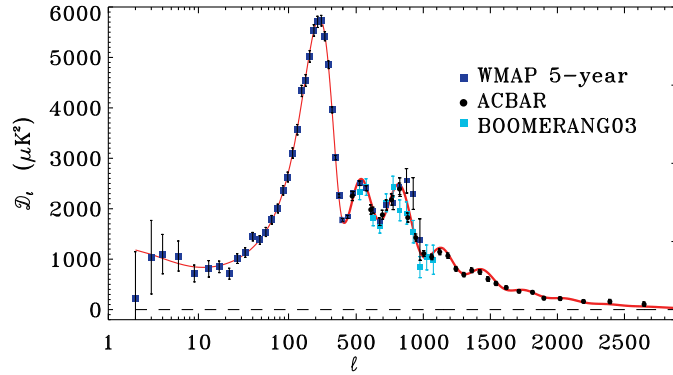


Fig. 4. (Цветную версию см. на вклейке, стр. 460) The angular spectrum of the CMB temperature anisotropy [14]. The quantity in vertical axis is D_l defined in (II.3.12)

where $P(a_{lm})$ is the probability density for the random variable a_{lm} . For a hypothetical ensemble of Universes like ours, the average values of products of the coefficients a_{lm} would obey

$$\langle a_{lm} a_{l'm'} \rangle = C_l \delta_{ll'} \delta_{mm'}. \quad (\text{II.3.11})$$

This gives the expression for the temperature fluctuation:

$$\langle [\delta T(\mathbf{n})]^2 \rangle = \sum_l \frac{2l+1}{4\pi} C_l \approx \int \frac{dl}{l} D_l,$$

where

$$D_l = \frac{l(l+1)}{2\pi} C_l. \quad (\text{II.3.12})$$

It is the latter quantity that is usually shown in plots, in particular, in Fig. 4. Note the unconventional scale on the horizontal axis, aimed at showing both small l region (large angular scales) and large l region.

The fact that the CMB angular spectrum has oscillatory behavior unambiguously tells us that *density perturbations were indeed superhorizon* at hot cosmological stage. If these perturbations were generated by some causal mechanism after horizon entry, there would be no reason for the phase ψ_0 in (II.3.6) (better to say, in the analog of (II.3.6) for density perturbations) to take a very definite value. Instead, one would expect that this phase is a random function of \mathbf{k} , so there would be no oscillations in l in the CMB angular spectrum at all. This is indeed the case in concrete causal models aimed at generating the density perturbations at the hot stage, which make use, e. g., of topological defects (strings, textures, etc.), see Fig. 5.

Another point to note is that the CMB measurements show that at recombination, there were density perturbations which were still superhorizon at that time. These correspond to low multipoles, $l \lesssim 50$. Perturbations of these wavelengths

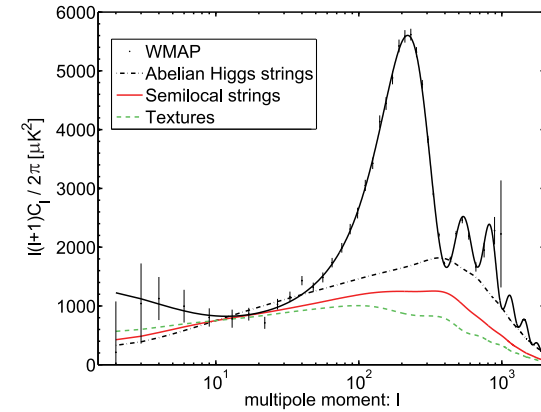


Fig. 5. The angular spectrum of the CMB temperature anisotropy in causal models that generate the density perturbations at the hot stage (non-oscillatory lines) versus data (sketched by oscillatory line) [15]

cannot be produced at the hot stage before recombination, and, indeed, causal mechanisms produce small power at low multipoles. This is also seen in Fig. 5.

3. Baryon acoustic oscillations

Another manifestation of the well defined phase of sound waves in baryon-photon medium before recombination is baryon acoustic oscillations. Right after recombination, baryons decouple from photons, the sound speed in the baryon component becomes essentially zero, and the spatial distribution of the baryon density freezes out. Since just before recombination baryons, together with photons, have energy distribution (II.3.8) which is oscillatory function of k , there is oscillatory component in the Fourier spectrum of the total matter distribution after recombination. This oscillatory component persists until today, and shows up as oscillations in the matter power spectrum $P(k)$. This is a small effect, since the dominant component at late times is dark matter,

$$\rho_M(\mathbf{k}) = \rho_{DM}(\mathbf{k}) + \rho_B(\mathbf{k}),$$

and only ρ_B oscillates as function of k

$$\delta\rho_B(\mathbf{k}) \approx \rho_B \delta_\gamma(\mathbf{k}) = \rho_B \cdot A(k) \cdot \cos kr_s \quad (\text{II.3.13})$$

(as we already noticed, dark matter has zero pressure at all times, so there are no sound waves in this component). Nevertheless, this effect has been observed in large galaxy surveys, see Fig. 6.

There is a simple interpretation of the effect. As we discuss below, the overdensities in the baryon-photon medium and in the dark matter are at the same place before horizon entry (adiabatic mode). But before recombination the sound speed

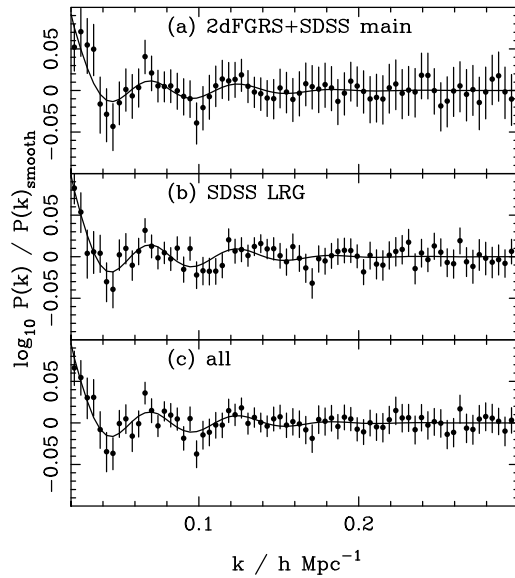


Fig. 6. Baryon acoustic oscillations in matter power spectrum detected in galaxy surveys [16]

in baryon-photon plasma is of the order of the speed of light, while the sound speed in dark matter is basically zero. So, the overdensity in baryons generates an outgoing density wave after horizon crossing. This wave propagates until recombination, and then freezes out. On the other hand, the overdensity in the dark matter remains in its original place. The current distance from the overdensity in dark matter to the front of the baryon density wave equals 150 Mpc. Hence, there is an enhanced correlation between matter perturbations at this distance scale, which shows up as a feature in the correlation function²⁾, see Fig. 7. In the Fourier space, this feature produces oscillations (II.3.13).

4. «Side» remarks

Before proceeding to further discussion of primordial perturbations, let us make a couple of miscellaneous remarks.

²⁾ Notice that the separation at Fig.7 is given in h^{-1} Mpc, where $h = H_0/100 \text{ km}/(\text{s} \cdot \text{Mpc}) \approx 0,7$. Hence, $100 h^{-1}$ Mpc roughly corresponds to 150 Mpc.

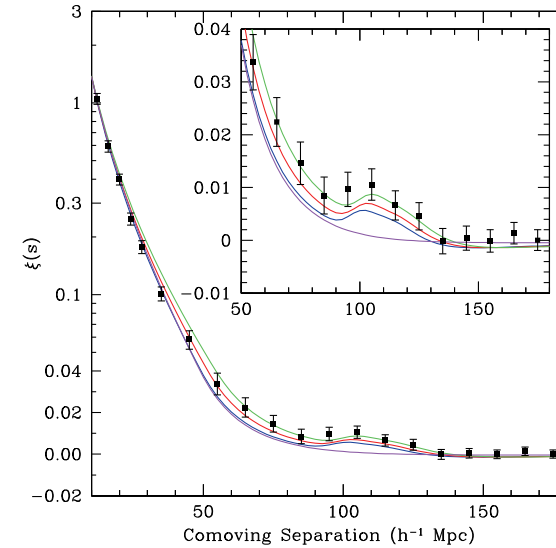


Fig. 7. (Цветную версию см. на вклейке, стр.460) Baryon acoustic oscillations in galaxy correlation function [17]

4.1. Cosmic variance

We can measure only one Universe, and the best one can do is to *define* the angular spectrum C_l obtained from the data as

$$C_l = \frac{1}{2l+1} \sum_{m=-l}^l |a_{lm}|^2.$$

This is not the same thing as C_l defined in (II.3.11), as the latter definition involves averaging over an ensemble of Universes. For given l , there are $(2l+1)$ independent coefficients a_{lm} only, so there exists an irreducible statistical uncertainty of order $\delta C_l/C_l \sim 1/\sqrt{2l+1}$, called cosmic variance. It is particularly pronounced at small l and, indeed, it is much larger than the experimental errors in this part of the angular spectrum (as an example, error bars in the left part of Fig. 4 are precisely due to the cosmic variance).

4.2. Measuring the cosmological parameters

The angular spectrum of CMB temperature anisotropy and polarization, as well as other cosmological data, encodes information on the cosmological parameters. As an example, the sound horizon at recombination is a good standard ruler back at that epoch. It is seen at an angle that depends on the geometry of 3-dimensional space (an interval is seen at larger angle on a sphere than on a plane) and on the

dark energy density (since dark energy affects the distance to the sphere of photon last scattering). This is shown in Fig. 8.

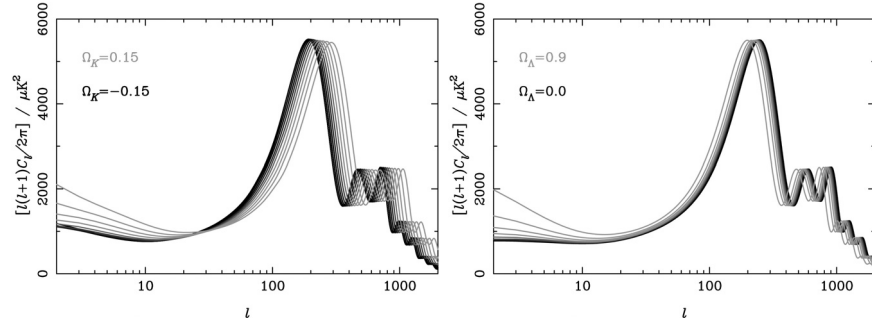


Fig. 8. Effect of spatial curvature (left) and dark energy (right) on the CMB temperature angular spectrum [18]. $\Omega_k = \pm(RH_0)^2$ is the relative contribution of spatial curvature to the Friedmann equation, with R being the radius of spatial curvature. Negative sign corresponds to 3-sphere. As Ω_k decreases, the curves in the left plot move left. Likewise, the curves on the right plot move left as Ω_Λ increases

Автору: рис. 8
сделан в
черно-белом
варианте
вместо
цветного.
Проверьте,
все ли
правильно

Likewise, the baryon acoustic oscillations provide a standard ruler at relatively late times (low redshifts $z \sim 0,2 - 0,4$). A combination of their measurement with CMB anisotropy give quite precise determination of both spatial curvature (which is found to be zero within error bars) and dark energy density. Notably, this determination of ρ_Λ is in good agreement with various independent data, notably, with the data on SNe 1a, which were the first unambiguous evidence for dark energy [19, 20].

There are many other ways in which the cosmological parameters, including Ω_B and Ω_{DM} , affect the CMB anisotropies. In particular, the heights of the acoustic peaks in the CMB temperature angular spectrum are very sensitive to the baryon-to-photon ratio η_B (and hence to Ω_B), the overall shape of the curve in Fig. 4 strongly depends on Ω_{DM} , etc. By fitting the CMB data and combining them with the results of other cosmological observations, one is able to obtain quite precise knowledge of our Universe.

5. Properties of primordial density perturbations — hints about the earliest cosmological epoch

As we emphasized above, the density perturbations were generated at a very early, pre-hot epoch of the cosmological evolution. Obviously, it is of fundamental importance to figure out what precisely that epoch was. One of its properties is clear right away: it must be such that the cosmologically relevant wavelengths, including the wavelengths of the present horizon scale, were subhorizon early at that epoch. Only in that case the perturbations of these wavelengths could be generated in

a causal manner at the pre-hot epoch. Notice that this is another manifestation of the horizon problem discussed in Section 6: we know from the observational data on density perturbations that our entire visible Universe was causally connected by the beginning of the hot stage.

An excellent hypothesis on the pre-hot stage is inflation, the epoch of nearly exponential expansion,

$$a(t) = e^{\int H dt}, \quad H \approx \text{const}.$$

Originally [21], inflation was designed to solve the problems of the hot Big Bang cosmology, such as the horizon problem, as well as the flatness, entropy and other problems. It does this job very well: the horizon size at inflation is at least

$$l_H(t) = a(t) \int_{t_i}^t \frac{dt'}{a(t')} = H^{-1} e^{H(t-t_i)},$$

where t_i is the time inflation begins, and we set $H = \text{const}$ for illustrational purposes. This size is huge for $t - t_i \gg H^{-1}$, so the entire visible Universe is naturally causally connected.

From the viewpoint of perturbations, the physical momentum $q(t) = k/a(t)$ decreases (gets redshifted) at inflation, while the Hubble parameter stays almost constant. So, every mode is first subhorizon ($q(t) \gg H(t)$), and later superhorizon ($q(t) \ll H(t)$) at inflation. This situation is opposite to what happens at radiation and matter domination, see Fig. 9; this is precisely the pre-requisite for generating the density perturbations. In fact, inflation does generate primordial density perturbations [22], whose properties are consistent with everything we know about them.

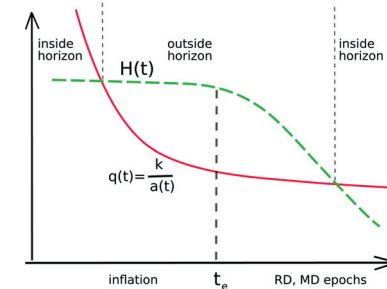


Fig. 9. Physical momentum and Hubble parameter at inflation and later. t_e is the time of the inflation end

Inflation is not the only hypothesis proposed so far, however. One option is the bouncing Universe scenario, which assumes that the cosmological evolution begins from contraction, then the contracting stage terminates at some moment of time (bounce) and is followed by expansion. A version is the cycling Universe scenario

with many cycles of contraction-bounce-expansion. Another scenario is that the Universe starts out from nearly flat and static state and then speeds up its expansion. Theoretical realizations of these scenarios are more difficult than inflation, but they are not impossible, as became clear recently. So, one of the major purposes of cosmology is to choose between various hypotheses on the basis of observational data. The properties of cosmological perturbations are the key issue in this regard.

There are several things which we already know about the primordial density perturbations. By «primordial» we mean the perturbations deep in the superhorizon regime at the radiation-domination epoch. As we already know, perturbations are time-independent in this regime. They set the initial conditions for further evolution, and this evolution is well understood, at least in the linear regime. Hence, using observational data, one is able to measure the properties of primordial perturbations. Of course, since the properties we know of are established by observations, they are valid within certain error bars. Conversely, deviations from the results listed below, if observed, would be extremely interesting.

First, density perturbations are **adiabatic**. This means that there are perturbations in the energy density, but *not in composition*. More precisely, the baryon-to-entropy ratio and dark matter-to-entropy ratio are constant in space,

$$\delta \left(\frac{n_B}{s} \right) = \text{const} , \quad \delta \left(\frac{n_{DM}}{s} \right) = \text{const} . \quad (\text{II.3.14})$$

This is consistent with the generation of the baryon asymmetry and dark matter at the hot cosmological epoch: in that case, all particles were at thermal equilibrium early at the hot epoch, the temperature completely characterized the whole cosmic medium at that time, and as long as physics behind the baryon asymmetry and dark matter generation is the same everywhere in the Universe, the baryon and dark matter abundance (relative to the entropy density) is necessarily the same everywhere. In principle, there may exist *entropy* (or isocurvature) perturbations, such that at the early hot epoch energy density (dominated by relativistic matter) was homogeneous, while the composition was not. This would give initial conditions for the evolution of density perturbations, which would be entirely different from those characteristic of the adiabatic perturbations. As a result, the angular spectrum of the CMB temperature anisotropy would be entirely different, see Fig. 10. No admixture of the entropy perturbations have been detected so far, but it is worth emphasizing that even small admixture will show that the most popular mechanisms for generating dark matter and/or baryon asymmetry (including those discussed in Sections 7 and 8) have nothing to do with reality. One would have to think, instead, that the baryon asymmetry and/or dark matter were generated before the beginning of the hot stage.

Second, the primordial density perturbations are **Gaussian random field**. Gaussianity means that the three-point (and all odd) correlation function vanishes, while the four-point function and all higher order even correlation functions are expressed through the two-point function via Wick's theorem:

$$\langle \delta(\mathbf{k}_1)\delta(\mathbf{k}_2)\delta(\mathbf{k}_3) \rangle = 0,$$

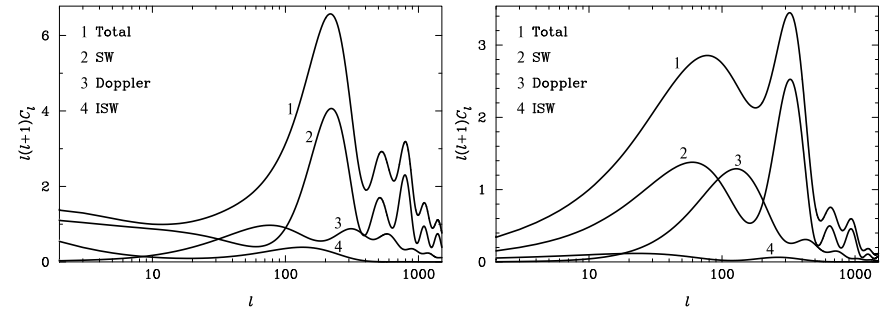


Fig. 10. Angular spectrum of the CMB temperature anisotropy for adiabatic perturbations (left) and entropy perturbations (right) [18]

$$\langle \delta(\mathbf{k}_1)\delta(\mathbf{k}_2)\delta(\mathbf{k}_3)\delta(\mathbf{k}_4) \rangle = \langle \delta(\mathbf{k}_1)\delta(\mathbf{k}_2) \rangle \cdot \langle \delta(\mathbf{k}_3)\delta(\mathbf{k}_4) \rangle + \text{permutations of momenta} ,$$

while all odd correlation functions vanish. A technical remark is in order. As a variable characterizing the primordial adiabatic perturbations we use here

$$\delta \equiv \delta\rho_{\text{rad}}/\rho_{\text{rad}} = \delta\rho/\rho$$

deep at the radiation-dominated epoch. This variable is not gauge-invariant, so we implicitly have chosen the conformal Newtonian gauge. In cosmological literature, other, gauge-invariant quantities are commonly in use, ζ and \mathcal{R} . In the conformal Newtonian gauge, there is a simple relationship, valid in the superhorizon regime at radiation domination:

$$\mathcal{R} = \zeta = \frac{3}{4}\delta .$$

We will continue to use δ as the basic variable.

Coming back to Gaussianity, we note that this property is characteristic of *vacuum fluctuations of non-interacting (linear) quantum fields*. Hence, it is quite likely that the density perturbations originate from the enhanced vacuum fluctuations of non-interacting or weakly interacting quantum field(s). Free quantum field has the general form

$$\phi(\mathbf{x}, t) = \int d^3k e^{-i\mathbf{k}\mathbf{x}} \left(f_{\mathbf{k}}^{(+)}(t) a_{\mathbf{k}}^\dagger + e^{i\mathbf{k}\mathbf{x}} f_{\mathbf{k}}^{(-)}(t) a_{\mathbf{k}} \right) ,$$

where $a_{\mathbf{k}}^\dagger$ and $a_{\mathbf{k}}$ are creation and annihilation operators. For the field in Minkowski space-time one has $f_{\mathbf{k}}^{(\pm)}(t) = e^{\pm i\omega_{\mathbf{k}}t}$, while enhancement, e. g. due to the evolution in time-dependent background, means that $f_{\mathbf{k}}^{(\pm)}$ are large. But in any case, Wick's theorem is valid, provided that the state of the system is vacuum, $a_{\mathbf{k}}|0\rangle = 0$.

Inflation does the job very well: fluctuations of all light fields get enhanced greatly due to the fast expansion of the Universe. This is true, in particular, for the

Автору: рис. 10 сделан в черно-белом варианте вместо цветного. Проверьте, все ли правильно

поставить знак "+" в конце строки?

field that dominates the energy density at inflation, called inflaton. Enhanced vacuum fluctuations of the inflaton are nothing but perturbations in the energy density at inflationary epoch in the simplest inflationary models, which are reprocessed into perturbations in the hot medium after the end of inflation. The generation of the density perturbations is less automatic in scenarios alternative to inflation, but there are various examples showing that this is not a particularly difficult problem.

Non-Gaussianity is an important topic of current research. It would show up as a deviation from Wick's theorem. As an example, the three-point function (bispectrum) may be non-vanishing,

$$\langle \delta(\mathbf{k}_1)\delta(\mathbf{k}_2)\delta(\mathbf{k}_3) \rangle = \delta(\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2 + \mathbf{k}_3) G(k_i^2; \mathbf{k}_1\mathbf{k}_2; \mathbf{k}_1\mathbf{k}_3) \neq 0.$$

The shape of $G(k_i^2; \mathbf{k}_1\mathbf{k}_2; \mathbf{k}_1\mathbf{k}_3)$ is different in different models, so this shape is a potential discriminator. In some models the bispectrum vanishes, e. g., due to symmetries. In that case the trispectrum (connected 4-point function) may be measurable instead. Non-Gaussianity is very small in the simplest inflationary models, but it can be sizeable in more contrived models of inflation and in alternatives to inflation. It is worth emphasizing that non-Gaussianity has not been detected yet.

Another important property is that the primordial power spectrum of density perturbations is **flat** (or almost flat). A convenient definition of the power spectrum for homogeneous and anisotropic Gaussian random field is³⁾

$$\langle \delta(\mathbf{k})\delta(\mathbf{k}') \rangle = \frac{1}{4\pi k^3} \mathcal{P}(k)\delta(\mathbf{k} + \mathbf{k}'). \quad (\text{II.3.15})$$

The power spectrum $\mathcal{P}(k)$ defined in this way determines the fluctuation in a logarithmic interval of momenta,

$$\langle \delta^2(\mathbf{x}) \rangle = \int_0^\infty \frac{dk}{k} \mathcal{P}(k).$$

By definition, the flat spectrum is such that \mathcal{P} is independent of k . It is worth noting that the flat spectrum was conjectured by E. Harrison [23] and Ya. Zeldovich [24] in the beginning of 1970's, long before realistic mechanisms of the generation of density perturbations have been proposed.

In view of the approximate flatness, a natural parametrization is

$$\mathcal{P}(k) = A_s \left(\frac{k}{k_*} \right)^{n_s - 1}, \quad (\text{II.3.16})$$

where A_s is the amplitude, $(n_s - 1)$ is the tilt and k_* is a fiducial momentum, chosen at one's convenience. The flat spectrum in this parametrization has $n_s = 1$. Cosmological data favor the value $n_s \approx 0,96$ (i. e., slightly smaller than 1), see below, but it is fair to say that $n_s = 1$ is still consistent with observations.

³⁾ Note that the the definition of the power spectrum used in Figs. 1 and 6 is different from (II.3.15).

The flatness of the power spectrum calls for some symmetry behind this property. In inflationary theory this is the symmetry of the de Sitter space-time, which is the space time of constant Hubble rate,

$$ds^2 = dt^2 - e^{2Ht} d\mathbf{x}^2, \quad H = \text{const}.$$

This metric is invariant under spatial dilatations supplemented by time translations,

$$\mathbf{x} \rightarrow \lambda \mathbf{x}, \quad t \rightarrow t - \frac{1}{2H} \log \lambda.$$

At inflation, H is almost constant in time, and the de Sitter symmetry is an approximate symmetry. For this reason inflation automatically generates nearly flat power spectrum.

The de Sitter symmetry is not the only candidate symmetry behind the flatness of the power spectrum. One possible alternative is conformal symmetry [25, 26]. The point is that the conformal group includes dilatations, $x^\mu \rightarrow \lambda x^\mu$. This property indicates that the relevant part of the theory possesses no scale, and has good chance for producing the flat spectrum. Model-building in this direction has begun recently [26].

6. What's next?

Thus, only very basic facts about the primordial density perturbations are observationally established. Even though very suggestive, these facts by themselves are not sufficient for unambiguously establishing the properties of the Universe at the pre-hot epoch of its evolution. In coming years, new properties of cosmological perturbations will hopefully be discovered, which will shed much more light on this pre-hot epoch. Let us discuss some of the potential observables.

6.1. Tensor perturbations = relic gravity waves

The simplest, and hence most plausible models of inflation predict sizeable tensor perturbations, which are perturbations of the metric independent of perturbations in the energy density. After entering the horizon, tensor perturbations are nothing but gravity waves. The reason for their generation at inflation is that the exponential expansion of the Universe enhances vacuum fluctuations of all fields, including the gravitational field itself. In inflationary theory, the primordial tensor perturbations are Gaussian random field with nearly flat power spectrum

$$\mathcal{P}_T = A_T \left(\frac{k}{k_*} \right)^{n_T}, \quad (\text{II.3.17})$$

where the inflationary prediction is $n_T \approx 0$ (the reason for different definitions of the tensor spectral index n_T in (II.3.17) and scalar spectral index n_s in (II.3.16) is purely historical).

On the other hand, there seems to be no way of generating nearly flat tensor power spectrum in alternatives to inflation. In fact, most, if not all, alternative

↑ уточните:
lg λ?

scenarios predict unobservably small amplitude of tensor perturbations. Thus, the discovery of tensor modes would be the strongest possible argument in favor of inflation. It is worth noting that *non-observation* of tensor perturbations would not rule inflation out: there are numerous models of inflation which predict tensor modes of very small amplitude.

The tensor power is usually characterized by the tensor-to-scalar ratio

$$r = \frac{A_T}{A_s}.$$

The simplest inflationary models predict, roughly speaking, $r \sim 0,1 \div 0,3$. The current situation is summarized in Fig. 11. Clearly, there is an indication for the negative scalar tilt ($n_s - 1$) or non-zero tensor amplitude, or both, though it is premature to say that the flat scalar spectrum with no tensor modes (the Harrison—Zeldovich point) is ruled out.

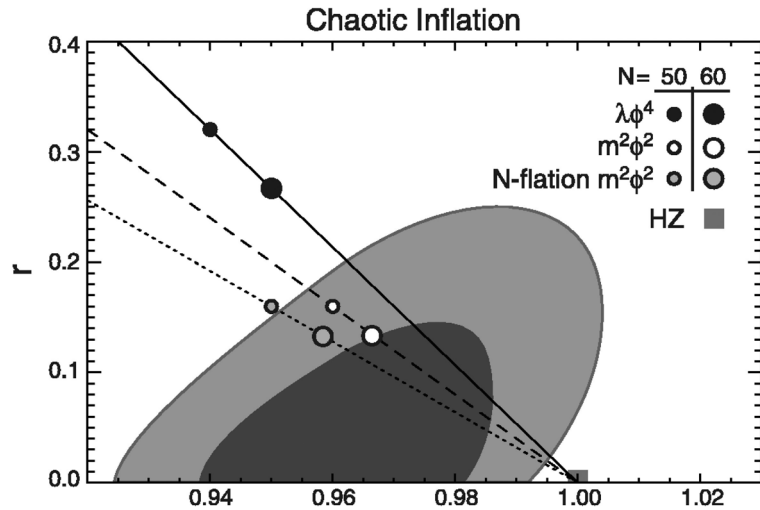


Fig. 11. Allowed regions (at 68 % and 95 % CL) in the plane (n_s, r) , where n_s is the scalar spectral index and r is the tensor-to-scalar ratio. Rectangle shows the Harrison—Zeldovich point (flat scalar spectrum, no tensor modes). Points on the lines show predictions of popular inflationary models

For the time being, the most sensitive probe of the tensor perturbations is the CMB temperature anisotropy. However, the most promising tool is the CMB polarization. The point is that a certain class of polarization patterns (called B-mode) is generated by tensor perturbations, while scalar perturbations are unable to create it. Hence, the Planck experiment, and especially dedicated experiments aiming at measuring the CMB polarization may well discover the tensor perturbations, i. e., relic gravity waves. Needless to say, this would be a profound discovery. To avoid

confusion, let us note that the CMB polarization has been already observed, but it belongs to another class of patterns (so called E-mode) and is consistent with the existence of the scalar perturbations only.

6.2. Scalar tilt

Inflationary models and their alternatives will be constrained by the precise determination of the scalar tilt ($n_s - 1$) and its dependence on momentum k . It appears, however, that the information on $n_s(k)$ that will be obtained in reasonably near future will be of limited significance from the viewpoint of discriminating between different (and even grossly different) scenarios.

6.3. Non-Gaussianity

As we pointed out already, non-Gaussianity of density perturbations is very small in the simplest inflationary models. Hence, its discovery will signalize that either inflation and inflationary generation of density perturbations occurred in a rather complicated way, or an alternative scenario was realized. Once the non-Gaussianity is discovered, and its shape is revealed even with moderate accuracy, many concrete models will be ruled out, while at most a few will get strong support.

6.4. Statistical anisotropy

In principle, the power spectrum of density perturbations may depend on the direction of momentum, e. g.,

$$\mathcal{P}(\mathbf{k}) = \mathcal{P}_0(k) \left(1 + w_{ij}(k) \frac{k_i k_j}{k^2} + \dots \right)$$

where w_{ij} is a fundamental tensor in our part of the Universe (odd powers of k_i would contradict commutativity of the Gaussian random field $\delta(\mathbf{k})$, see Eq. (II.3.15)). Such a dependence would definitely imply that the Universe was anisotropic at the pre-hot stage, when the primordial perturbations were generated. This statistical anisotropy is rather hard to obtain in inflationary models, though it is possible in inflation with strong vector fields [27]. On the other hand, statistical anisotropy is natural in some other scenarios, including conformal models [28].

The statistical anisotropy would show up in correlators [29]

$$\langle a_{lm} a_{l'm'} \rangle \quad \text{with } l' \neq l \text{ and/or } m' \neq m.$$

At the moment, the situation with observational data is controversial [30], and the new data, notably from the Planck experiment, will hopefully clear it up.

6.5. Admixture of entropy perturbations

As we explained above, even small admixture of entropy perturbations would force us to abandon the most popular scenarios of the generation of baryon asymmetry and/or dark matter, which assumed that it happened at the hot epoch. The

WIMP dark matter would no longer be well motivated, while other, very weakly interacting dark matter candidates, like axion or superheavy relic, would be preferred. This would make the direct searches for dark matter rather problematic.

4

Conclusion

We are at the eve of new era in both particles physics and cosmology. There is reasonably well justified expectation that the LHC will shed light on long-standing cosmological problems of the origin of the baryon asymmetry and nature of dark matter in our Universe. The observational data unequivocally tell us that the hot stage of the cosmological evolution was preceded by some other epoch, at which the cosmological perturbations were generated. The best guess for this epoch is inflation, but one should bear in mind that there are alternative possibilities. It is fascinating that with new observational data, there is good chance to learn what precisely that pre-hot epoch was. It may very well be that in this way we will be able to probe physics at the energy, distance and time scales well beyond the reach of the LHC.

References

1. *Brandenberger R. H.* Particle physics aspects of modern cosmology, arXiv:hep-ph/9701276; *Freedman W. L. and Turner M. S.* Measuring and understanding the Universe, Rev. Mod. Phys. **75** (2003) 1433 [arXiv:astro-ph/0308418]; *Rubakov V.* Introduction to cosmology, PoS **RTN2005** (2005) 003; *Peacock J. A.* Cosmology and particle physics, Proc. 1998 European School of High-Energy Physics, St. Andrews, Scotland, 23 Aug — 5 Sep 1998; *Shaposhnikov M.* Cosmology and astrophysics, Proc. 2000 European School of High-Energy Physics, Caramulo, Portugal, 20 Aug — 2 Sep 2000; *Tkachev I. I.* Astroparticle physics, Proc. 2003 European School on High-Energy Physics, Tsakhkadzor, Armenia, 24 Aug — 6 Sep 2003, arXiv:hep-ph/0405168.
2. *Weinberg S.* The Cosmological Constant Problem, Rev. Mod. Phys. **61** (1989) 1; *Sahni V. and Starobinsky A. A.* The Case for a positive cosmological Lambda term, Int. J. Mod. Phys. D **9** (2000) 373 [arXiv:astro-ph/9904398]; *Peebles P. J. E. and Ratra B.* The Cosmological constant and dark energy, Rev. Mod. Phys. **75** (2003) 559 [arXiv:astro-ph/0207347]; *Padmanabhan T.* Cosmological constant: The Weight of the vacuum, Phys. Rept. **380** (2003) 235 [arXiv:hep-th/0212290]; *Copeland E. J., Sami M. and Tsujikawa S.* Dynamics of dark energy, Int. J. Mod. Phys. D **15** (2006) 1753 [arXiv:hep-th/0603057].
3. *Mukhanov V. F., Feldman H. A. and Brandenberger R. H.* Theory of cosmological perturbations, Phys. Rept. **215** (1992) 203; *Liddle A. R. and Lyth D. H.* The cold dark matter density perturbation, Phys. Rept. **231**

какие-то
ссылки на
arXiv даны в
[], какие-то
нет. это
верно?

- (1993) 1 [arXiv:astro-ph/9303019];
 Lyth D. H. and Riotto A. Particle physics models of inflation and the cosmological density perturbation, *Phys. Rept.* **314** (1999) 1 [arXiv:hep-ph/9807278].
4. de Oliveira-Costa A., Smoot G. F. and Starobinsky A. A. Constraining topology with the CMB, arXiv:astro-ph/9705125;
 Phillips N. G. and Kogut A. Constraints On The Topology Of The Universe From The WMAP First-Year Sky Maps *Astrophys. J.* **645**, 820 (2006) [arXiv:astro-ph/0404400].
 5. Gawiser E. and Silk J. The Cosmic Microwave Background Radiation, *Phys. Rept.* **333**, 245 (2000) [arXiv:astro-ph/0002044].
 6. Larson D. et al. Seven-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations: Power Spectra and WMAP-Derived Parameters, *Astrophys. J. Suppl.* **192** (2011) 16 [arXiv:1001.4635 [astro-ph.CO]].
 7. Komatsu E. et al. [WMAP Collaboration], Seven-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations: Cosmological Interpretation, *Astrophys. J. Suppl.* **192** (2011) 18 [arXiv:1001.4538 [astro-ph.CO]].
 8. Seljak U. et al. [SDSS Collaboration], Cosmological parameter analysis including SDSS Ly-alpha forest and galaxy bias: Constraints on the primordial spectrum of fluctuations, neutrino mass, and dark energy, *Phys. Rev. D* **71**, 103515 (2005) [arXiv:astro-ph/0407372].
 9. Komatsu E. et al. [WMAP Collaboration], Five-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations: Cosmological Interpretation, arXiv:0803.0547 [astro-ph].
 10. Rubakov V. A. Relaxation of the cosmological constant at inflation? *Phys. Rev. D* **61**, 061501 (2000) [arXiv:hep-ph/9911305];
 Steinhardt P. J. and Turok N. Why the cosmological constant is small and positive, *Science* **312**, 1180 (2006) [arXiv:astro-ph/0605173].
 11. Weinberg S. Anthropic Bound on the Cosmological Constant, *Phys. Rev. Lett.* **59**, 2607 (1987).
 12. Linde A. D. Inflation And Quantum Cosmology, in: *Three hundred years of gravitation*. Cambridge Univ. Press, Eds. Hawking S. W. and Israel W., 604–630 (1987).
 13. Tegmark M. et al. [SDSS Collaboration], The 3D power spectrum of galaxies from the SDSS, *Astrophys. J.* **606** (2004) 702 [arXiv:astro-ph/0310725].
 14. Reichardt C. L. et al. High resolution CMB power spectrum from the complete ACBAR data set, *Astrophys. J.* **694** (2009) 1200 [arXiv:0801.1491 [astro-ph]].
 15. Urrestilla J., Bevis N., Hindmarsh M., Kunz M. and Liddle A. R. Cosmic microwave anisotropies from BPS semilocal strings, *JCAP* **0807**, 010 (2008) [arXiv:0711.1842 [astro-ph]].
 16. Percival W. J., Cole S., Eisenstein D. J., Nichol R. C., Peacock J. A., Pope A. C. and Szalay A. S. Measuring the Baryon Acoustic Oscillation scale using the SDSS and 2dFGRS, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* **381** (2007) 1053 [arXiv:0705.3323 [astro-ph]].
 17. Eisenstein D. J. et al. [SDSS Collaboration], Detection of the Baryon Acoustic Peak in the Large-Scale Correlation Function of SDSS Luminous Red Galaxies, *Astrophys. J.* **633** (2005) 560 [arXiv:astro-ph/0501171].
 18. Challinor A. Anisotropies in the cosmic microwave background, *Lect. Notes Phys.* 2004. **653**. 71 [arXiv:astro-ph/0403344].
 19. Riess A. G. et al. [Supernova Search Team Collaboration], *Astron. J.* **116** (1998) 1009 [arXiv:astro-ph/9805201].

20. Perlmutter S. et al. [Supernova Cosmology Project Collaboration], *Astrophys. J.* **517** (1999) 565 [arXiv:astro-ph/9812133].
21. Starobinsky A. A. Spectrum of relict gravitational radiation and the early state of the universe, *JETP Lett.* **30** 682 (1979) [*Pisma Zh. Eksp. Teor. Fiz.* **30**, 719 (1979)] A new type of isotropic cosmological models without singularity, *Phys. Lett. B* **91**, 99 (1980);
 Guth A. H. The Inflationary Universe: A Possible Solution To The Horizon And Flatness Problems, *Phys. Rev. D* **23**, 347 (1981);
 Linde A. D. A New Inflationary Universe Scenario: A Possible Solution Of The Horizon, Flatness, Homogeneity, Isotropy And Primordial Monopole Problems, *Phys. Lett. B* **108**, (1982) 389; Chaotic Inflation, *Phys. Lett. B* **129** 177 (1983);
 Albrecht A. and Steinhardt P. J. Cosmology For Grand Unified Theories With Radiatively Induced Symmetry Breaking, *Phys. Rev. Lett.* **48**, 1220 (1982).
22. Mukhanov V. F. and Chibisov G. V. Quantum Fluctuation And Nonsingular Universe, *JETP Lett.* **33**, (1981) 532 [*Pisma Zh. Eksp. Teor. Fiz.* **33**, 549 (1981)];
 Hawking S. W. The Development Of Irregularities In A Single Bubble Inflationary Universe, *Phys. Lett. B* **115**, 295 (1982);
 Starobinsky A. A. Dynamics Of Phase Transition In The New Inflationary Universe Scenario And Generation Of Perturbations, *Phys. Lett. B* **117**, 175 (1982);
 Guth A. H. and Pi S. Y. Fluctuations In The New Inflationary Universe, *Phys. Rev. Lett.* **49**, 1110 (1982);
 Bardeen J. M., Steinhardt P. J. and Turner M. S. Spontaneous Creation Of Almost Scale — Free Density Perturbations In An Inflationary Universe, *Phys. Rev. D* **28**, 679 (1983).
23. Harrison E. R. Fluctuations at the threshold of classical cosmology, *Phys. Rev. D* **1**, 2726 (1970).
24. Zeldovich Ya. B. A Hypothesis, unifying the structure and the entropy of the universe, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* **160**, 1P (1972).
25. Antoniadis I., Mazur P. O. and Mottola E. Conformal invariance and cosmic background radiation, *Phys. Rev. Lett.* **79** (1997) 14 [arXiv:astro-ph/9611208].
26. Rubakov V. A. Harrison—Zeldovich spectrum from conformal invariance, *JCAP* **0909** (2009), 030; arXiv:0906.3693 [hep-th];
 Creminelli P., Nicolis A. and Trincherini E. Galilean Genesis: an alternative to inflation, *JCAP* **1011**, 021 (2010); arXiv:1007.0027 [hep-th];
 Hinterbichler K. and Khoury J. The Pseudo-Conformal Universe: Scale Invariance from Spontaneous Breaking of Conformal Symmetry, arXiv:1106.1428 [hep-th].
27. Watanabe M. A., Kanno S. and Soda J. Inflationary Universe with Anisotropic Hair, *Phys. Rev. Lett.* **102** (2009) 191302 [arXiv:0902.2833 [hep-th]];
 Dulaney T. R. and Gresham M. I. Primordial Power Spectra from Anisotropic Inflation, *Phys. Rev. D* **81** (2010) 103532 [arXiv:1001.2301];
 Gumrukcuoglu A. E., Himmetoglu B. and Peloso M. Scalar-Scalar, Scalar-Tensor, and Tensor-Tensor Correlators from Anisotropic Inflation, *Phys. Rev. D* **81** (2010) 063528 [arXiv:1001.4088 [astro-ph.CO]].
28. Libanov M. and Rubakov V. Cosmological density perturbations from conformal scalar field: infrared properties and statistical anisotropy, *JCAP* **1011** (2010) 045 [arXiv:1007.4949];
 Libanov M., Ramazanov S. and Rubakov V. Scalar perturbations in conformal rolling scenario with intermediate stage, *JCAP* **1106** (2011) 010 [arXiv:1102.1390 [hep-th]].

29. *Ackerman L., Carroll S. M. and Wise M. B.* Imprints of a Primordial Preferred Direction on the Microwave Background, *Phys. Rev. D* **75** (2007) 083502 [Erratum-ibid. *D* **80** (2009) 069901] [arXiv:astro-ph/0701357];
Pullen A. R. and Kamionkowski M. Cosmic Microwave Background Statistics for a Direction-Dependent Primordial Power Spectrum, *Phys. Rev. D* **76** (2007) 103529 [arXiv:0709.1144 [astro-ph]].
30. *Groeneboom N. E. and Eriksen H. K.* Bayesian analysis of sparse anisotropic universe models and application to the 5-yr WMAP data, *Astrophys. J.* **690** (2009) 1807 [arXiv:0807.2242 [astro-ph]];
Hanson D. and Lewis A. Estimators for CMB Statistical Anisotropy, *Phys. Rev. D* **80** (2009) 063004 [arXiv:0908.0963 [astro-ph.CO]];
Bennett C. L. et al. Seven-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations: Are There Cosmic Microwave Background Anomalies? *Astrophys. J. Suppl.* **192** (2011) 17 [arXiv:1001.4758 [astro-ph.CO]].

III

Наблюдательная радиокосмология

О. В. Верходанов

e-mail: vo@sao.ru;

Специальная астрофизическая обсерватория РАН,
Нижний Архыз, Карачаево-Черкесия, Россия

В аннотации
2 абзац –
прислан в
правке
12-10-10,
заменить им
прежнюю
аннотацию?

Дается обзор методов радиоастрономии и радиотелескопов, используемых при космологических исследованиях. В лекции рассказывается как о первых радиотелескопах, так и о реализуемых сейчас проектах. Кроме того, будет рассказано о направлениях исследований, проводимых на этих инструментах, а также о фундаментальных открытиях в радиокосмологии

Курс объединяет четыре лекции, посвященные радиоастрономическим инструментам и методам, фундаментальным открытиям, связанным с радиогалактиками и реликтовым излучением, а также две лабораторных работы, при выполнении которых нужно провести свои небольшие исследования.

1

Радиотелескопы в космологии

1. Введение

Это первая лекция из четырех (см. также [1–5]), посвященных методам и результатам наблюдательной радиокосмологии — науки, занимающейся решением ряда космологических задач радиоастрономическими методами. В ней мы коснемся и истории радиоастрономии, и методов, включающих как принципы работы радиотелескопа, так и анализ данных, а также проблем, исследуемых в этой области астрономии.

Среди основных фундаментальных открытий астрономии второй половины XX века профессиональные астрономы обязательно назовут радиогалактики, квазары, молекулярные линии в космосе, пульсары, реликтовое излучение. Эти объекты и явления связаны между собой тем, что они открыты и изучаются в отдельной области астрономии — радиоастрономии. По-видимому, без преувеличения можно сказать, что современная космологическая картина Мира во многом строится на наблюдательных данных, полученных с помощью радиоастрономических наблюдений, что и отметил в свое время Пиблс [6]. Радиоастрономические исследования в области космологии посвящены радиогалактикам и квазарам, их эволюционным свойствам, а также реликтовому излучению.

Еще в 1970-х гг. прошлого века Лонгейер [7] выделил три основных направления, в которых радионаблюдения дают существенный вклад в космологию: исследование фонового излучения на миллиметровых волнах, исследование свойств межгалактического газа и пространственного распределения и космологической эволюции внегалактических радиоисточников, в том числе радиогалактик. Для реализации этих проектов необходимо было провести наблюдения межгалактического газа и различных популяций радиоисточников, построить модели внегалактических источников и провести подсчеты источников. Кроме того, предлагалось построение и изучение соотношений «светимость — объем», «красное смещение — звездная величина», «угловой размер — красное смещение» и «угловой размер — плотность потока» для различных популяций радиоисточников. Основные исторические и современные проблемы в области наблюдательной радиокосмологии приведены в обзоре [8] и книге [9] и здесь будут рассмотрены некоторые из них. Любопытно отметить, как устанавливалась терминология в обла-

сти внегалактической радиоастрономии по названиям книг А. Г. Пахольчика: «Радиоастрофизика» [10], «Радиогалактики» [11] и не вышедшая, но заявленная книга «Радиокосмология».

Прежде чем, как обсуждать возможности радиотелескопов, перечислим сначала основные направления, в которых радиоастрономия дала и дает существенный вклад в космологию.

1.1. Тесты радиокосмологии

Здесь мы приведем основные тесты радиокосмологии, позволяющие выяснить параметры Вселенной. Их можно условно разделить на три группы, классифицировав по методам и предмету исследования: первая группа связана с изучением реликтового излучения, и ей мы посвятим третью и четвертую лекции [2, 3]; вторая группа объединяет тесты, где пробными объектами являются радиогалактики, ей будет посвящена вторая лекция [1]; и, наконец, есть третья группа тестов, связанных с пульсарами. Эти тесты мы описывать не будем и ограничимся лишь упоминанием об их существовании. Итак, основные тесты радиокосмологии:

- Реликтовое излучение:
 - спектр мощности;
 - статистические свойства сигнала (гауссовость).
- Радиогалактики:
 - зависимость «размер — красное смещение»;
 - зависимость «плотность потока — красное смещение»;
 - зависимость « $\log N — \log S$ » («число источников — плотность потока»);
 - гравитационное линзирование;
 - формирование крупномасштабной структуры;
 - скорости вращения галактик и поиск темной материи по данным HI;
 - возраст звездных систем.
- Пульсары:
 - двойные пульсары — излучение гравитационных волн;
 - пространственная сетка пульсаров — регистрация гравитационных волн.

Этот список можно расширить и дальше, добавив исследования вторичных эффектов, проявляющихся в ионосфере при взаимодействии тяжелых частиц в космических лучах; исследования «обычных» радиоисточников, загрязняющих космический реликтовый фон, и даже радарную радиоастрономию, позволяющую исследовать особенности гравитационного поля в Солнечной системе. И здесь будет кстати упомянуть программу Я. Б. Зельдовича — А. Д. Сахарова [12], целью которой было выяснение происхождения и изучение эволюции Вселенной всеми доступными средствами астрономии

и ядерной физики, для чего к исследованиям подключались разнообразные институты Академии наук СССР. Когда мы перейдем непосредственно к описанию радиотелескопов, то будем придерживаться именно этого подхода, стараясь выделить те направления исследований, которые дали или могут дать результаты при изучении космологических свойств Вселенной.

Отметим основные вехи радиоастрономических исследований, внесших существенный вклад в космологию, которые подробно будут рассмотрены в этой и следующих лекциях:

- 1) отождествление радиогалактик (1947–1951);
- 2) отождествление квазаров (1961);
- 3) подсчеты радиоисточников « $\log N - \log S$ » (1964–1997);
- 4) **открытие реликтового излучения** (1965, **1978**);
- 5) коррекция теории образования крупномасштабной структуры (Large Scale Structure — LSS) (1970–1980-е);
- 6) **апертурный синтез** (1967–1974);
- 7) **открытие пульсаров** (1967–1974);
- 8) кинематика галактик по данным нейтрального водорода (HI) на 21 см: данные о распределении темной материи;
- 9) **исследование двойного пульсара** (1974, **1993**);
- 10) **открытие флуктуаций реликтового излучения** (1992, **2006**);
- 11) определение космологических параметров (2003).

Здесь выделенным шрифтом показаны достижения, отмеченные Нобелевской премией (также и год присуждения). При получении этих результатов использовались совершенно разные инструменты, работавшие в разных диапазонах длин волн с различными угловым разрешением и чувствительностью. Но все эти инструменты подпадают под одно определение — это радиотелескопы.

2. Параметры радиотелескопов и некоторые методы анализа

Что такое радиотелескоп? Как и всякий телескоп, это астрономический инструмент для приема собственного излучения (в нашем случае — радиоизлучения) небесных объектов, который имеет два основных элемента: антенное устройство и радиометр. Конструкции антенн радиотелескопов отличаются большим разнообразием, что обусловлено очень широким диапазоном длин волн, используемых в радиоастрономии. Радиоастрономический диапазон на электромагнитной шкале длин волн простирается от миллиметровых до километровых волн. В условиях наблюдений на Земле он определяется окном прозрачности в атмосфере для радиоволн (рис. 1).

Основной характеристикой радиотелескопа является диаграмма направленности (ДН). ДН — это телесный угол, охватывающий область, из которой

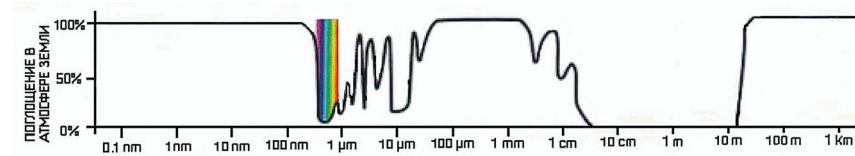


Рис. 1. (Цветную версию см. на вклейке, стр. 460) Окна прозрачности атмосферы в электромагнитном диапазоне. Рентгеновское и гамма-излучение доходит только до высот 30–40 км, основная часть УФ-диапазона поглощается озоновым слоем на высоте около 30 км. Первое узкое окно прозрачности пропускает видимый свет с примыкающими к нему УФ и ближним ИК, в котором у атмосферы есть несколько узких окон, обусловленных механизмами поглощения излучения молекулами воды и углекислого газа. Большая часть ИК-диапазона поглощается содержащимися в нижних слоях атмосферы водяным паром, углекислым газом и кислородом. Радиоастрономическое окно простирается от 1 см до 30 м. Более длинные радиоволны уже отражаются ионосферой

антенна принимает сигнал. В более корректном определении ДН описывает зависимость коэффициента усиления (коэффициента направленного действия) антенны от направления антенны в заданной плоскости. ДН радиотелескопа имеет главный и боковые лепестки, форма и амплитуда отклика в которых зависят от конфигурации радиотелескопа. Таким образом, антенна радиотелескопа фактически принимает сигнал в телесном угле 4π (рис. 2).



Рис. 2. Пример диаграммы направленности направленной антенны в полярной системе координат. Рисунок воспроизведен с сайта <http://radartutorial.eu>

Обычно диаграмму направленности нормируют, т. е. делят на максимальное значение отклика (в главном лепестке). По форме диаграммы направлен-

ности антенны подразделяются на узконаправленные и широконаправленные. Узконаправленные антенны имеют один ярко выраженный максимум, который и называют главным лепестком, и побочные максимумы (боковые лепестки), для уменьшения влияния которых применяют различные аппаратные и алгоритмические методы. У широконаправленных антенн размер главного лепестка равен 2π , по крайней мере, мере в одной плоскости. Они используются в радиовещании. Диаграмма направленности антенн обладает свойством взаимности, т. е. работает на передачу и прием аналогично. Диаграмму направленности радиотелескопа можно рассчитать, зная форму антенны. В радиоастрономии для определения ДН телескопа наблюдают точечные калибровочные радиоисточники. Диаграммы направленности характеризуются шириной главного лепестка на уровне 0,5 от ее максимального значения (сокращенно пишут HPBW — half power beam width). С этой величиной связан и один из основных параметров радиотелескопа — разрешающая способность — минимальное угловое расстояние между двумя объектами, на котором их возможно различить как отдельные источники (ср. критерий Рэлея). Этот параметр определяется дифракцией радиоволн на апертуре телескопа как

$$\theta_{\min} = \frac{\lambda}{D}, \quad (\text{III.1.1})$$

где λ — длина волны, D — диаметр апертуры. Чтобы улучшить разрешающую способность, нужно либо уменьшить длину волны, либо увеличить апертуру. При использовании малых длин волн повышаются требования к качеству поверхности зеркала.

2.1. Уравнение антенного сглаживания

Другим основным параметром радиотелескопа является чувствительность, которая определяется уровнем флуктуаций плотности потока S :

$$\Delta S = \frac{P}{A_{\text{eff}} \sqrt{\Delta f t}}, \quad (\text{III.1.2})$$

где P — мощность собственных шумов радиотелескопа, A_{eff} — эффективная площадь (собирающая поверхность) антенны, Δf — полоса частот, t — время накопления сигнала. Для повышения чувствительности радиотелескопов увеличивают их собирающую поверхность и применяют малошумящие приемники.

Как и оптический телескоп, радиотелескоп играет роль линейного оператора, воздействующего на функцию, описывающую объект исследования. Каждая точка в распределении радиояркости по исследуемому объекту изображается в фокусе радиотелескопа в виде дифракционного пятна или пятна рассеяния (подход описан в кн. Есепкиной и др. [13]). Используя только принцип суперпозиции этих пятен от различных точек объекта, можно за-

писать уравнение антенного сглаживания:

$$I(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} B(x - x', y - y') G(x', y') dx' dy', \quad (\text{III.1.3})$$

где $B(x, y)$ — распределение радиояркости по объекту, $G(x', y')$ — ДН радиотелескопа, $I(x, y)$ — наблюдаемое распределение мощности в фокальной плоскости радиотелескопа, создаваемое источником излучения. Чтобы быть полностью корректным, необходимо учесть нормировку на интеграл под аппаратной функцией. Этот интеграл равен 1 из условия термодинамического равновесия между антенной и средой в случае, когда яркостная температура постоянна в окружающем антенну пространстве. Кроме того, на выходе системы «антенна — радиометр» мы также регистрируем случайные колебания мощности $N(x, y)$, вызванные нестабильностью работы приемника, антенны и излучением Земли. Тогда реально наблюдаемое распределение яркости можно представить в таком виде:

$$I(x, y) = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} B(x - x', y - y') G(x', y') dx' dy'}{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} A(x', y') dx' dy'} + N(x, y), \quad (\text{III.1.4})$$

или в сокращенном виде:

$$I = B * A + N. \quad (\text{III.1.5})$$

Здесь I — результат наблюдений, B — реальное распределение яркости объекта, A — аппаратная функция, состоящая из системы «прибор + глаз», N — многокомпонентный шум, $N = N_{\text{sky}} * A + N_{\text{sys}}$, где N_{sky} — шум, связанный с прохождением сигнала сквозь галактический газ и земную атмосферу (сглаживается аппаратной функцией), N_{sys} — шум системы «телескоп + приемник + глаз». Символ «*» (звездочка) обозначает операцию свертки.

Примечание 1. Процедура свертки изображения с аппаратной функцией является процедурой сглаживания изображения, т. е. подавления вариаций потока на масштабах, меньших, чем собственный интервал (нестрого говоря, размер) аппаратной функции. Функции в подынтегральном выражении имеют аргументы противоположных знаков, или, говоря по-другому, при свертке функции «наползают» друг на друга, причем в области их пересечения происходит интегрирование. Значение этого интеграла есть текущая точка свертки на данном шаге сглаживания. Сказанное демонстрируется рис. 3. Нормировка на интеграл под аппаратной функцией позволяет нам сохранить реальную амплитуду сигнала. На рис. 4 приведены 2 примера, демонстрирующие преобразования функций при свертке.

2.2. Преобразование Фурье

Важным моментом в процессе анализа радиоастрономических данных является применение преобразования Фурье. Прямое преобразование (в дву-

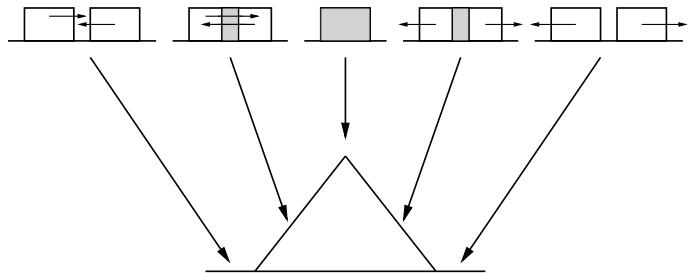


Рис. 3. Схема, поясняющая процесс свертки. Свертка двух одинаковых прямоугольных функций дает треугольную

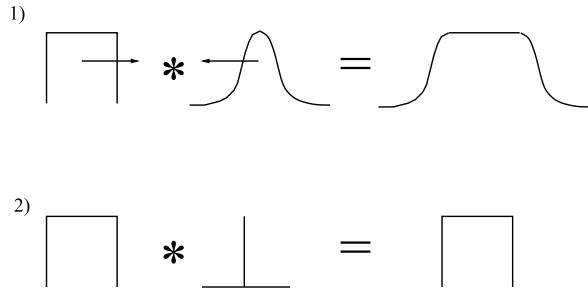


Рис. 4. Схема, демонстрирующая свертку функций различных типов: прямоугольника и гауссианы (1) и прямоугольника и δ -функции (2)

мерном случае) функции $I(x, y)$ это двумерный интеграл от функций комплексного переменного:

$$V(u, v) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} I(x, y) e^{2\pi i(ux+vy)} dx dy. \quad (\text{III.1.6})$$

Обратное преобразование Фурье от $V(u, v)$ выглядит похожим образом:

$$I(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} V(u, v) e^{-2\pi i(ux+vy)} du dv. \quad (\text{III.1.7})$$

Примечание 2. Теорема о свертке. Одно из главных свойств Фурье-преобразования описывается теоремой о свертке: Фурье-преобразование от свертки двух функций есть произведение Фурье-образов этих функций:

$$I = B * G \iff F(I) = F(B) \times F(G). \quad (\text{III.1.8})$$

На практике это дает значительное уменьшение количества операций при вычислении свертки, с одной стороны, и показывает возможность решения уравнения антенного сглаживания при отсутствии N , с другой стороны.

Применение Фурье-гармоник является центральным при анализе данных радиоинтерферометрии при синтезе изображений. При этом говорят об UV -плоскости или о плоскости пространственных частот, которая отражает чувствительность радиоастрономической системы на различных угловых масштабах. Обратное Фурье-преобразование от UV -плоскости дает радиоизображение наблюдаемого объекта.

2.3. Восстановление распределения радиояркости. Метод CLEAN

Существуют разнообразные методы восстановления распределения радиояркости, которые позволяют получить приближенное решение уравнения антенного сглаживания III.1.5. Напомним, что истинное решение найти не удастся из-за присутствия случайных шумов. Отметим некоторые из используемых методов:

- Фурье-обращение свертки;
- фильтр Винера;
- метод подбора моделей (аппроксимация набором дискретных компонентов обычно гауссовой формы);
- метод максимальной энтропии;
- метод чистки (CLEAN);
- симплексные методы;
- методы регуляризации Тихонова.

Обзор почти всех методов дается в сборнике докладов на конференции «Построение изображений в астрономии по функциям когерентности» («Image Formation From Coherence Functions in Astronomy») под ред. ван Схонвелда [14], которая имеется в русском переводе.

Здесь же приведем наиболее используемый в радиоастрономии метод CLEAN, предложенный Хёгбом [15]. (Högbom 1974). Самый желанный для астронома случай, когда аппаратная функция близка к δ -функции. Однако в реальности такого не бывает. Отсутствие пространственных частот или наличие дыр на UV -плоскости при синтезе радиоизображения (что обусловлено отсутствием баз в интерферометре) приводит к появлению боковых лепестков в диаграмме направленности радиотелескопа. При этом точечный источник дает на изображении, кроме основного отклика, еще несколько слабых, которые «загрязняют» основное изображение. Для получения «чистой» карты нужно избавляться от лепестков.

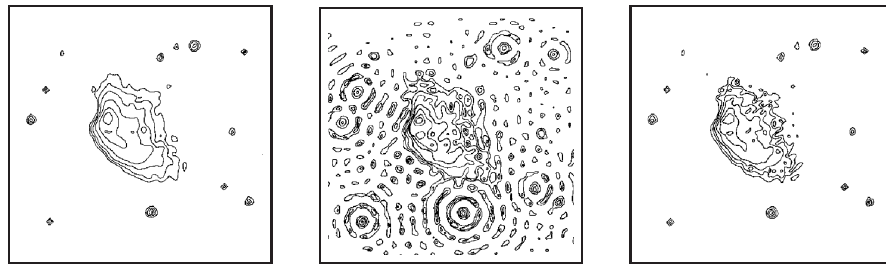


Рис. 5. Пример работы алгоритма чистки. На левом рисунке приводится модельное изображение, на среднем — грязная карта, на правом — изображение, восстановленное с помощью CLEAN. Рисунок воспроизведен из работы [16]

Задача выглядит следующим образом. Найти $M_i(x_i, y_i)$ такие, что

$$I_D(x, y) = \sum_i M_i A_D(x - x_i, y - y_i) + I_R(x, y), \quad (\text{III.1.9})$$

где $I_D(x, y)$ — грязная карта, $A_D(x - x_i, y - y_i)$ — аппаратная функция, $I_R(x, y)$ — оставшееся распределение яркости.

Процедура CLEAN, которую предложил Хёгбом, выглядит очень просто:

$$I'_D(x, y) = I_D(x, y) - q\mu_i A_D(x - x_i, y - y_i), \quad (\text{III.1.10})$$

где q — это так называемый коэффициент усиления, а максимумы μ_i с координатами (x_i, y_i) — это приближения $M_i(x_i, y_i)$. Процедура продолжается до тех пор, пока остаточный максимум сигнала не достигнет заданного уровня. Необходимо напомнить, что интенсивность источников должна превышать уровень шума не менее, чем в 5 раз. В результате работы этой процедуры определяются положения максимумов и их амплитуды, которые используются для получения изображения с отдельными пиками, заданными δ -функциями соответствующей амплитуды, и формирования чистой карты. Чистая карта получается путем свертки (сглаживания) полученного изображения с заданной диаграммой направленности, но уже без боковых лепестков (рис. 5).

Методика CLEAN в различных модификациях (для протяженных источников, на Фурье-плоскости и др.) активно используется в радиоастрономических пакетах (например, в AIPS) при обработке интерферометрических данных. Заметим, что в общем случае процедура математически некорректна, так как для нее не доказана единственность представления карты неба набором диаграмм направленности. Тем не менее, она успешно применяется при построении радиоизображений с середины 1970-х гг. и практически все современные радиокарты неба получены этим способом.

2.4. Теорема отсчетов

Еще одно важное свойство, используемое при анализе любых данных, сформулировано в теореме отсчетов (Котельникова) [13, 17, 18]: любая (с несущественными для нас ограничениями) непрерывная функция $f(x)$, спектр которой ограничен полосой частот от 0 до $F_{\text{гр.}}$, полностью определяется последовательностью своих значений, отсчитанных через интервалы $\Delta x = \frac{1}{2F_{\text{гр.}}}$.

Справедливо и обратное утверждение: если функция существует только в промежутке $(-x_0/2, x_0/2)$, т. е. ограничена в пространстве, то для полного определения ее спектра достаточно измерять компоненты спектра, отстоящие друг от друга на интервал частот $\Delta F = 1/x_0$.

Приведем пример использования теоремы в радиоастрономии [13]: «Пространственно-частотная характеристика антенн ограничена по частоте ($F_{\text{гр.}} = D/\lambda$, D — максимальный размер антенны), следовательно, измеряемые распределения яркости $I_a(x)$ должны иметь ограниченный спектр. Несущие информацию отсчеты в функции $I_a(x)$ расположены на интервалах, не меньших, чем $\Delta x = 1/(2F_{\text{гр.}}) = \lambda/(2D)$. Этот интервал определяет разрешающую способность радиотелескопа. Он получил название собственного интервала антенны.»

3. Классификация радиотелескопов

Когда мы говорим о радиотелескопе, мы подразумеваем большой класс астрономических инструментов разнообразной конструкции, проводящих наблюдения в большом диапазоне длин волн электромагнитного спектра. Типы антенн, радиометров и методов наблюдений значительно варьируются в зависимости от астрофизических задач. В книге «Радиотелескопы и радиометры» (Есепкина, Корольков, Парийский, 1973) предложено несколько типов классификации радиотелескопов:

I. По заполнению апертуры:

- 1) с заполненной апертурой (например, параболоиды вращения);
- 2) с незаполненной апертурой (например, интерферометры, антенны переменного профиля (АПП): РАТАН-600).

II. По типу приема сигнала:

- 1) рефлекторы, формирующие изображение непосредственно в фокусе (чаши, АПП, и т. д.);
- 2) рефракторы, передающие сигнал для дальнейшего преобразования (решетки, кресты, и т. д.).

III. По методам синтеза изображений:

- 1) последовательного синтеза;
- 2) параллельного синтеза.

3.1. Радиointерферометр

Радиотелескоп, состоящий из одной антенны, не может построить двумерное изображение радиоисточника за одно наблюдение, так как принимает сигнал в виде одномерного отклика. Необходимо либо проводить дополнительные наблюдения на других сечениях (с тем же разрешением), либо использовать еще одну (или более) антенну. Второй подход оказался более эффективным. Сейчас можно сказать, что многие направления современной астрофизики и космологии смогли развиваться только благодаря появлению в середине прошлого века нового типа астрономического телескопа — радиointерферометра. Первый интерферометр, работающий в радиодиапазоне, сконструировали в 1946 г. Мартин Райл и Дерек Вонберг. Он был аналогичен оптическому интерферометру Майкельсона. Райл и Вонберг использовали дипольные антенные решетки, принимающие сигнал на частоте 175 МГц (1,7 м). Расстояние между элементами интерферометра (база) менялось от 10 до 140 длин волн. Диаграмма направленности антенн устанавливалась по меридиану, и сканирование по прямому восхождению осуществлялось при вращении Земли. Позднее (в 1974 г.) Райл был удостоен Нобелевской премии по физике совместно с Энтони Хьюишем «за пионерские исследования в области радиофизики». Смысл радиointерферометрического (или апертурного) синтеза легко понять на примере работы двухэлементного интерферометра (рис. 6).

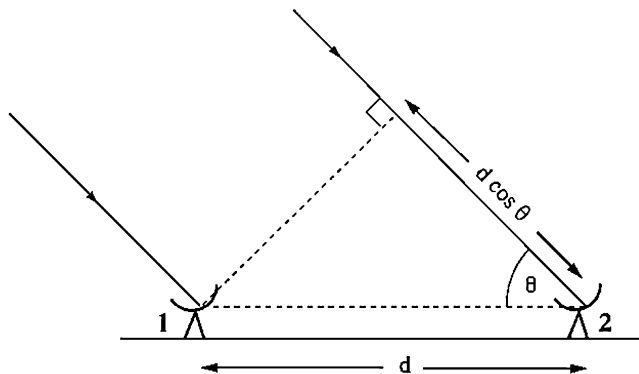


Рис. 6. Схема двухэлементного интерферометра с антеннами, разнесенными на расстояние d и принимающими радиоизлучение, падающее под углом θ

Для описания работы интерферометра и принимаемого антенной сигнала, применяют формализм на плоскости пространственных частот (u, v) , который можно получить из формализма пространственных координат (θ, φ)

с помощью преобразования Фурье. В этом случае имеем

$$\hat{T}_a(u, v) = \int \int_{-\infty}^{\infty} T_a(\theta, \varphi) e^{-i2\pi(\theta u + \varphi v)} d\theta d\varphi, \quad (\text{III.1.11})$$

где $T_a(\theta, \varphi)$ — распределение антенной температуры. Теперь предположим, что у нас есть две антенны, расстояние (базу) между которыми можно менять до некоторого предельного D_{\max} . Если эти две антенны навести на один объект, то на их приемниках появится напряжение $V_1(t)$ и $V_2(t)$ для одного и того же сигнала, но имеющего задержку на отрезок времени, затраченного на прохождение дополнительного расстояния, обусловленного расположением антенн. Взаимная корреляционная функция этих сигналов будет связана с антенной температурой как

$$K(u, v) = \frac{\overline{V_1 \cdot V_2^*}}{\overline{V_1} \cdot \overline{V_2^*}} = \frac{\iint T_a(\theta, \varphi) e^{-i2\pi(\theta u + \varphi v)} d\theta d\varphi}{\iint T_a d\theta d\varphi} = \frac{\hat{T}_a(u, v)}{P_0}, \quad (\text{III.1.12})$$

где знак «*» обозначает комплексное сопряжение.

Если θ_s — угловой размер источника, то по теореме отсчетов нам требуется конечный набор измерений на интерферометре с шагом ΔD при смене баз на длине волны λ , чтобы получить Фурье-образ изображения

$$\theta_s = \frac{1}{2\Delta u} = \frac{1}{2 \cdot (\Delta D/\lambda)}. \quad (\text{III.1.13})$$

Одно наблюдение на таком интерферометре позволяет получить одну точку на UV -плоскости. Для получения следующей точки нужно изменить базу либо перестановкой антенны, либо использовать изменение проекции источника на плоскость наблюдения за счет вращения Земли. Процесс заполнения UV -плоскости называется синтезом UV -плоскости или апертурным синтезом. Обратное Фурье-преобразование UV -плоскости восстанавливает изображение объекта $T_a(\theta, \varphi)$ в координатной плоскости. Чем полнее заполнена UV -плоскость, тем менее мощными будут боковые лепестки ДН. Анализ данных радиointерферометра и построение радиоизображений проводится на специализированном компьютере-корреляторе.

Следующим этапом в развитии радиointерферометрии стало применение радиointерферометра со сверхдлинной базой (РСДБ, или VLBI — very long baseline interferometer), впервые предложенного Л. И. Матвеевко, Н. С. Кардашевым и Г. Б. Шоломицким [19]. Для работы такого инструмента необходимо независимо регистрировать данные на каждой антенне интерферометра и затем совместно их обрабатывать, имитируя явление интерференции на компьютере. Такой подход позволяет разносить антенны на сколько угодно большие расстояния. Для радиointерферометра, элементы которого разнесены на различные континенты, разрешение составляет тысячные доли секунды дуги, что позволяет исследовать ядра галактик в области аккреционного диска. Пример заполнения UV -плоскости для Европейской системы VLBI показан на рис. 7.

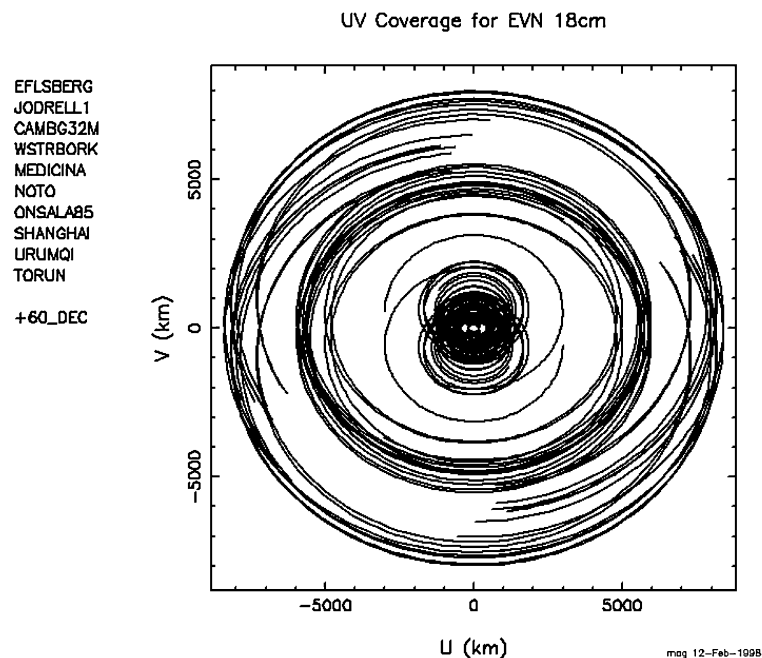


Рис. 7. Пример заполнения UV -плоскости для Европейской системы VLBI на длине волны 18 см. Каждый трек на рисунке соответствует изменению проекции базы двух телескопов за счет вращения Земли в течение 18 часов наблюдения. Воспроизведено с сайта <http://www.evlbi.org>

4. Радиотелескопы широкого назначения

Если мы зададимся вопросом, какие радиотелескопы полезны для исследований в области космологии, то правильный ответ будет — ВСЕ! Поскольку рассказать обо всех радиотелескопах (а их существует уже более 1000), результатах их работы, а также их потенциальных возможностях в рамках одной лекции не представляется целесообразным, мы пойдем другим путем. К сожалению, на этом пути мы пропустим радиотелескопы Австралии, Германии, Франции и России, кроме одного. Но отберем лишь те из них, которые, на наш взгляд, позволили получить наиболее передовые для своего времени результаты в области космологии. Это позволит нам окунуться в прошлое и заглянуть в недалекое будущее радиоастрономии.

4.1. Антенна Карла Янского

Начало радиоастрономии связано с исследованиями американского физика и радиоинженера Карла Янского (рис. 8), специалиста в области исследования радиопомех.



Рис. 8. Карл Янский (Karl Jansky). Фотография воспроизведена с сайта <http://nrao.edu>

Изучая на Холмделском полигоне фирмы «Белл» атмосферные радиопомехи на «коротких волнах» (диапазон длины волн 10–20 м) для трансатлантических радиотелефонных передач, Янский исследовал и отождествил несколько источников помех, связанных с близкими и далекими грозами, а также один источник неизвестного происхождения. Исследования проводились на антенне (рис. 9), построенной Карлом Янским для приема радиоволн на частоте 20,5 МГц (14,5 м) и смонтированной на поворотном круге, что позволяло вращать ее в любом направлении (ее называли «карусель Янского») и определять направление максимума сигнала. Проводя таким образом изучение распределения радиосигнала, Янский отождествил в апреле 1933 г. источник постоянного радишума с Млечным Путем.

В мае того же года он опубликовал в Нью-Йорк Таймс статью [20] (результаты были также опубликованы в Nature), в которой указывал, что «звездный шум» имел наибольшую интенсивность, когда антенна была направлена на центральную часть Млечного Пути. Работы Янского не заинтересовали ни радиоинженеров, ни астрономов, и он в 1938 г. прекратил исследования, связанные с космическим радиоизлучением. Фактически это открытие можно назвать первым радионаблюдением активности галактического ядра, демонстрирующей эволюционные свойства Галактики. Впоследствии Карл Янский продолжал заниматься изучением радиопомех и распространения радиоволн в земной атмосфере, а также разработкой микроволновой радиоаппаратуры.

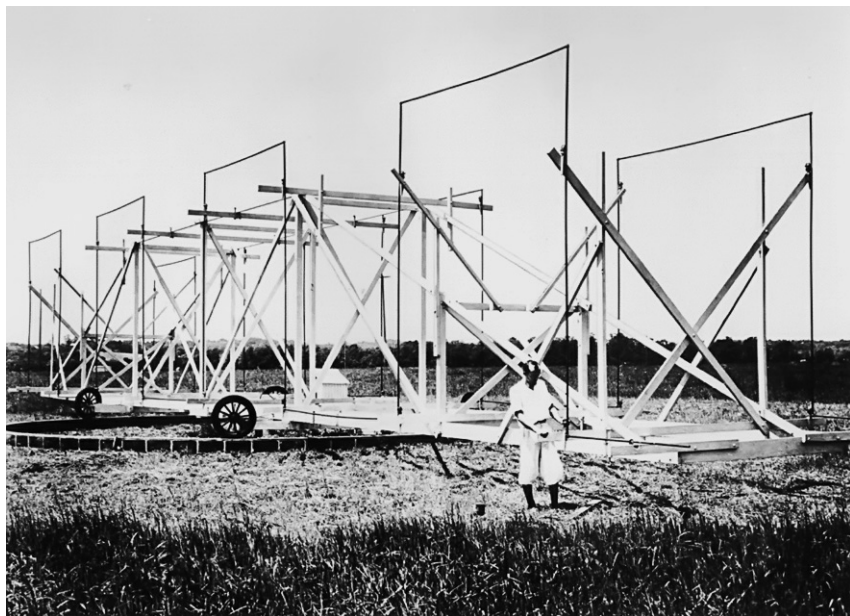


Рис. 9. Антенна фирмы «Белл», построенная Карлом Янским, с помощью которой он обнаружил излучение Млечного Пути на длине волны $\lambda=14$ м. Фотография воспроизведена с сайта <http://nrao.edu>

В его честь названа единица измерения спектральной плотности потока излучения — Янский ($1 \text{ Ян} = 10^{-26} \text{ Вт} \cdot \text{м}^{-2} \text{ Гц}^{-1}$), применяемая сейчас не только в радиоастрономии, но и во всем электромагнитном диапазоне длин волн для описания плотности потока.

4.2. Антенна Гроута Ребера

Другим ученым, стоявшим у основ радиоастрономии, стал Гроут Ребер (Grote Reber) (рис. 10). Он был радиолюбителем и работал на различных радиопроизводителей в Чикаго в период с 1933 г. по 1947 г. Заинтересовавшись открытым Карлом Янским радиоизлучением от Галактики и происхождением космических радиоволн, он обратился в поисках работы в «Белл лэбс», где в то время работал Янский, но из-за отсутствия свободных рабочих мест в период Великой Депрессии получил отказ. Тогда Ребер построил собственный радиотелескоп на заднем дворе своего дома в Уитоне. Первый в мире специализированный радиотелескоп представлял собой параболическое зеркало из металла диаметром 9,5 метров (рис. 11), измеряющее приходящий сигнал радиометром, расположенном в 8 метрах над зеркалом. Конструкция была установлена на наклонной стойке и не могла вращаться, тем не менее, ее можно было направить в любую точку неба. С помощью своего устройства

Гроут Ребер построил первую карту неба Северного полушария в радиодиапазоне (рис. 12), подтвердив открытие Карла Янского в 1938 г. [21].

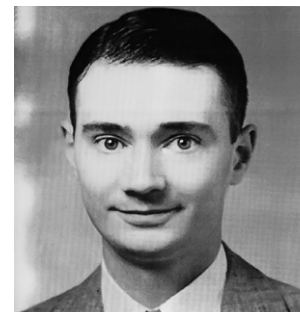


Рис. 10. Гроут Ребер (Grote Reber). Фотография воспроизведена с сайта <http://nrao.edu>



Рис. 11. Антенна Гроута Ребера. Фотография воспроизведена с сайта <http://nrao.edu>

Любопытно, что практически с первого момента профессиональных радиоастрономических наблюдений, радиоастрономия столкнулась с проблемой борьбы с фоновыми шумами. Ребер был вынужден проводить свои наблюдения по ночам из-за помех, производимых днем зажиганием в двигателях автомобилей.

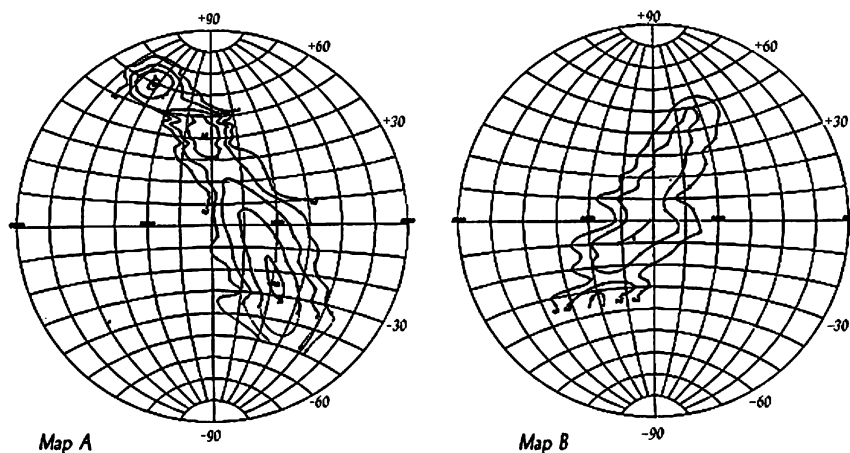


Рис. 12. Карта Северного неба, построенная Гроутом Ребером на частоте 161 МГц в 1944 г. [21] для двух полушарий неба, обозначенных «Мар А» и «Мар В». На карте «Мар А» в районе $+40^\circ$ виден радиоисточник Лебедь А

Ребер разработал несколько приемников, работающих на частотах 3300 МГц, 900 МГц и позднее — на 160 МГц (1,9 м). Именно на последнем и было повторно зарегистрировано излучение от Млечного Пути, о котором сообщил Карл Янский. Кроме того, Ребер открыл радиоизлучение от источников в созвездиях Кассиопея и Лебедь. В последнем случае, это было открытие первой мощной радиогалактики, как было показано спустя 10 лет.

4.3. Интерферометр Мартина Райла

Как уже упоминалось ранее, новая глава в истории радиоастрономии началась в середине 40-х гг. прошлого века, когда Мартин Райл (рис. 13) и Дерек Вонберг построили первый радиоинтерферометр. Применяя новый метод и улучшив интерферометр (рис. 14), доведя расстояние между антеннами до 440 м, Райл и др. получили координаты радиоисточника Лебедь А (Cygnus A) (рис. 15), достаточные для его отождествления.

С момента отождествления радиоисточника Лебедь А, проведенного Бааде и Минковским [23], можно начинать отсчет времени эпохи радиокосмологии. Отождествленный в 1951 г. с эллиптической галактикой 16-й звездной величины ($\alpha = 19^h 59^m 28^s,3$, $\delta = +40^\circ 44' 02''$, красное смещение $z = 0,057$) из богатого скопления галактик, радиоисточник Лебедь А стал классическим примером протяженной структуры радиогалактики, о чем мы поговорим во второй лекции.

Работы Мартина Райла по созданию радиоинтерферометров привели к появлению целой отрасли радиоастрономии. И теперь, когда произносится термин «интерферометр Райла», всегда необходимо пояснять, о котором из них идет речь.

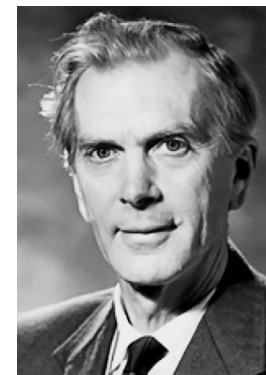


Рис. 13. Мартин Райл (Martin Ryle). Фотография воспроизведена с сайта <http://nobelprize.org>

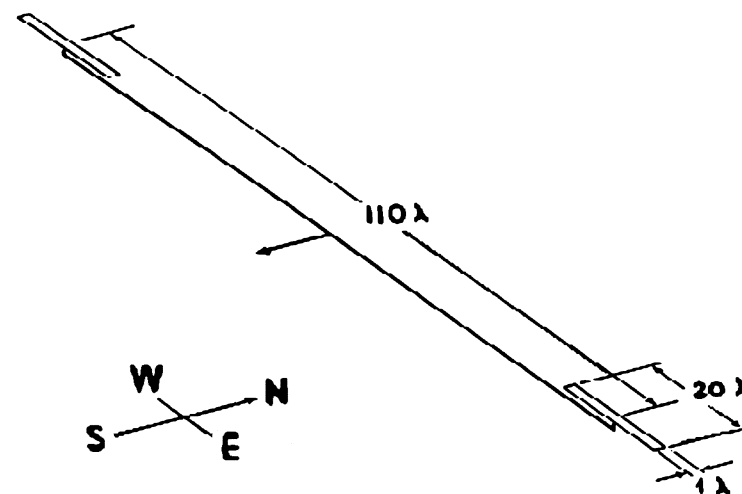


Рис. 14. Схема интерферометра Мартина Райла — двухэлементного длинного интерферометра Майкельсона (2-element Long Michelson Interferometer). Рисунок воспроизведен из работы [22]

Кембриджский интерферометр

Один из наиболее известных интерферометров Мартина Райла (и Энтони Хьюиша) — Кембриджский интерферометр [24]. Именно на этом телескопе был проведен знаменитый Третий кембриджский (3С) обзор [25]. Интерферометр состоял из 4-х фиксированных элементов и работал на частотах 81,5 МГц (2С-обзор) и 159 МГц (3С-обзор). Позднее к данным обзора

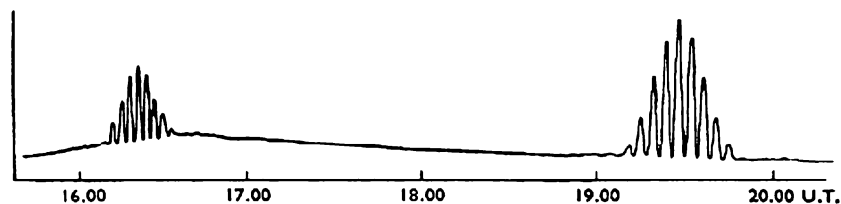


Рис. 15. Сечение интерференционной картинке с сигналом Лебеда ($\alpha = 16,20$) и Кассиопеи ($\alpha = 19,30$). Рисунок воспроизведен из работы [22]

были добавлены измерения на 178 МГц [26] и выпущен каталог 3CR. И наконец, в работе [27] были добавлены ранее не обнаруженные галактики в заданном диапазоне склонений и плотностей потоков. Новый каталог 3CRR включает все внегалактические радиоисточники (550 объектов) с плотностью потока $> 10,9$ Ян на частоте 178 МГц. Таким образом, в результате обзора была построена первая полная по плотности потока выборка радиогалактик и квазаров на склонении $\delta > 10^\circ$ с галактическими широтами $|b| > 10^\circ$. Каталог, полученный на Кембриджском интерферометре, стал основой нескольких направлений наблюдательной космологии, таких как исследование эволюционных свойств Вселенной и радиоисточников с помощью подсчетов радиоисточников «число объектов — плотность потока» (« $\log N - \log S$ »), а также поиск предельно далеких мощных радиоисточников. Среди них есть и первый открытый квазар 3C 273, отождествленный Мартином Шмидтом [28]. Атлас радиоисточников 3C-каталога доступен по web-адресу <http://www.jb.man.ac.uk/atlas>.

Одномильный радиотелескоп Мартина Райла

Исследования группы радиоастрономии Кембриджского университета на одномильном радиотелескопе начались в 1964 г. [29]. Интерферометр состоял из трех 120-тонных параболических зеркал диаметром 18 м (рис. 16). Два зеркала были закреплены, а третье можно было передвигать по рельсовым путям на расстояние 800 м (полмили). В то время это был самый передовой радиотелескоп с разрешением 80 сек. дуги на 408 МГц (75 см) и 20 сек. дуги на 1,4 ГГц (21 см). Интерферометр использовался для построения карт отдельных радиоисточников с синтезом изображения при вращении Земли, а также при проведении обзора неба, в результате которого был получен Пятый кембриджский (5C) каталог радиоисточников.

Любопытно отметить, что наблюдения отдельных радиоисточников на интерферометре с большим числом изменений базы, высокой чувствительностью и хорошим угловым разрешением потребовали создания и развития вычислительных методов, использующих преобразование Фурье, и привели к появлению нового поколения компьютеров, таких как Титан.

За создание радиотелескопов и связанные с ними открытия Мартину Райлу и Энтони Хьюшу в 1974 г. была присуждена Нобелевская премия



Рис. 16. Одно из зеркал одномильного радиотелескопа Кавендишской лаборатории. Рисунок воспроизведен с сайта <http://en.wikipedia.org>

с формулировкой «for their pioneering research in radio astrophysics: Ryle for his observations and inventions, in particular of the aperture synthesis technique, and Hewish for his decisive role in the discovery of pulsars» («за их пионерские исследования в радиоастрофизике Райлу: за результаты научных наблюдений и изобретения, в частности, метода апертурного синтеза, и Хьюишу: за его определяющую роль в открытии пульсаров»).

Радиотелескоп Энтони Хьюиша

В продолжение темы кембриджских телескопов (и нобелевских результатов) нельзя не сказать о четырехакровом (16000 м²) радиотелескопе — решетке для изучения межпланетных мерцаний (IPS — Interplanetary Scintillation Array) (рис. 17).

Телескоп работал на частоте 81,5 МГц (3,7 м) и состоял из 4096 диполей в фазированной решетке. 14-лучевой прием позволял картографировать Северное небо за один день. Телескоп был создан Энтони Хьюишем для измерения высокочастотных флуктуаций излучения радиоисточников и мониторинга межпланетных мерцаний. На этом инструменте в 1967 г. аспирант Хьюша Джоселин Белл (Jocelyn Bell) обнаружила излучение пульсаров. Впо-



Рис. 17. Четырехакровый радиотелескоп. Слева: на фоне телескопа Антони Хьюиш (на заднем фоне одноименный телескоп). Справа: на фоне телескопа Джоселин Белл. Рисунки воспроизведены с сайта <http://mrao.cac.ac.uk>

следствии телескоп был увеличен в размерах до девяти акров и использовался для прогноза межпланетной погоды и мониторинга солнечного ветра.

Интерферометр им. Мартина Райла

Телескоп им. Мартина Райла, или телескоп Райла (Ryle Telescope), назван в честь основного проектировщика. Ранее был известен как 5-километровый телескоп и создан как 8-элементный E—W (East—West) интерферометр (рис. 18). Основная задача инструмента — картографирование отдельных радиоисточников с угловым разрешением, сравнимым с разрешением больших оптических телескопов.



Рис. 18. Телескоп Райла. Рисунок воспроизведен с сайта <http://mrao.cac.ac.uk>

В течение своей жизни телескоп проводил наблюдения на многих частотах (2,7 ГГц, 5 ГГц, 15 ГГц и 31 ГГц) и был первым радиоинтерферометром, построившим карты радиогалактик и квазаров с субсекундным разрешением. Интерферометр состоял из восьми 13-метровых антенн с монтировкой Кассегрена, которые были расположены по линии Восток—Запад. Четыре из них закреплены в положениях с интервалами в 1,2 км, а четыре подвижны и перемещаются по 1,2-километровому рельсовому пути, увеличивая диапазон дополнительных баз от 18 м до 4,8 км. При наблюдениях с высоким разрешением подвижные антенны позволяют равномерно покрыть диапазон баз до 4,8 км, а для слабоконтрастных астрономических наблюдений, таких как эффект Зельдовича—Сюняева, собрать телескоп в компактную конфигурацию с максимальной базой 100 м. Телескоп Райла, первоначально предназначенный для картографирования радиогалактик и квазаров, постоянно модернизировали, следуя росту интереса к космологическим задачам: исследованию космического микроволнового фона, изучения его «затемнения» скоплениями галактик (эффект Зельдовича—Сюняева) и измерению постоянной Хаббла. Кроме того, интерферометр использовался как вспомогательный инструмент при чистке от радиоисточников в задачах изучения СМВ, поставленных на других телескопах (CAT, VSA).



Рис. 19. Интерферометр AMI (Arcminute Microkelvin Imager). Рисунок воспроизведен с сайта <http://mrao.cac.ac.uk>

Сейчас у телескопа Райла изменена конфигурация, и он включен в другой интерферометр AMI (Arcminute Microkelvin Imager) — телескоп для получения минутных микроградусных изображений (рис. 19).

4.4. Радиотелескоп РАТАН-600

Радиотелескоп РАТАН-600 (отв. ученый — ак. Ю. Н. Парийский), построен и введен в полное использование в 1977 г. в Специальной аст-

рофизической обсерватории. Однако первый сектор — Северный — увидел первый свет в 1974 г. РАТАН-600 (Радиоастрономический телескоп Академии наук) представляет из себя антенну переменного профиля (АПП), состоящую из отдельных элементов, но работающую как единое зеркало. Инструмент занесен в книгу рекордов Гиннеса как самый крупный телескоп мира рефлекторного типа. РАТАН-600 — второй телескоп типа АПП. Первый — Большой пулковский радиотелескоп (БПР) — находится на территории Пулковской обсерватории.

Как радиотелескоп рефлекторного типа РАТАН-600 имеет, в частности, такие достоинства: широкий диапазон волн и возможность использовать широкие полосы приема. Чтобы разрешить противоречие между типом телескопа и размером, главное зеркало радиотелескопа по идее проф. С. Э. Хайкина выполнено в виде кольца диаметром $2R = 576$ м, расчлененного на отдельные элементы с размером $2 \times 11,4$ м. Кольцо состоит из 895 таких элементов. Каждый элемент практически плоский¹⁾, имеет точную отражающую поверхность ($\sigma \sim 0,1$ мм), расположен на механизме с тремя степенями свободы и может быть установлен в заданное положение по всем координатам с высокой точностью. Благодаря подвижности элементов, из них может быть составлена фокусирующая поверхность (в общем случае эллиптический конус), которая превращает падающую плоскую волну в цилиндрическую и направляет сходящийся пучок вдоль поверхности земли на вторичное зеркало. Радиотелескоп РАТАН-600 имеет перескопическую (а именно, переотражающую излучение) конструкцию. Он содержит главное зеркало и вторичные зеркала, перемещающиеся по радиальным (проложенным через 30°) и дуговым рельсовым путям. Вторичные зеркала в зависимости от задач имеют разную конструкцию и оснащены кабинами с различными комплектами приемной аппаратуры. В южной части круга расположено плоское зеркало $400 \times 8,5$ м, благодаря которому южный сектор РАТАНа может работать по трехзеркальной схеме.

РАТАН-600 планировался и используется как целевой телескоп и для космологических исследований, и для исследования Галактики, Солнца и планет. Практически с первых дней работы РАТАН-600 включился в космологические проекты. Среди основных направлений исследований и результатов в этой области отметим начатые еще на БПР и продолжающиеся на РАТАНе:

- исследования микроволнового фона, приведшие к экспериментальному понижению границы уровня флуктуаций реликтового излучения $\Delta T/T$ от 10^{-3} до 10^{-5} ;
- построение статистики « $\log N - \log S$ » для радиоисточников в сантиметровом и дециметровом диапазонах длин волн по данным обзора «Холод»;
- обнаружение присутствия горячего газа в скоплении Кома;

¹⁾ В действительности каждый элемент — цилиндр с вертикальной образующей и глубиной около 2 мм (радиус кривизны $1,14R$). Такая цилиндризация сделана для уменьшения ошибок поверхности при работе на волнах за пределами проектного диапазона (короче 8 мм).



Рис. 20. Радиотелескоп РАТАН-600 (слева) и конический облучатель (справа).
Рисунок воспроизведен с сайта <http://www.sao.ru>

- исследование радиогалактик и обнаружение второй по дальности радиогалактики RC 0311+0507 с красным смещением $z = 4,514$;
- оценки поведения спектрального индекса синхротронного излучения и вклада радиоисточников в излучение микроволнового фона на минутных угловых масштабах в проекте «Космологический ген Вселенной»; реализация проекта требует создания нового поколения матричных радиометров, позволяющих максимально выигрышно работать в условиях атмосферы Земли на РАТАН-600 (рис. 21).

Часть публикаций и описание экспериментов можно найти по ссылкам [30–36].

4.5. Радиоинтерферометр VLA (Very Large Array)

Радиоинтерферометр VLA (Very Large Array — очень большая решетка) Национальной радиоастрономической обсерватории США состоит из 27 антенн диаметром 25 м каждая. До недавнего времени являлся рекордсменом среди телескопов по упоминанию в научной литературе²⁾, пока не появились данные телескопа WMAP³⁾.

²⁾ Поиск по абстрактам статей в системе ADS дает около $AR = 9000$ ссылок на VLA и около $CR = 46\,000$ ссылок на эти ссылки за $T = 30$ лет работы телескопа. Тогда, если ввести индекс эффективной известности (ИЭИ), имеем $CR/(AR+T)^2/T = 46\,000/(9000+30)^2/30 = 1,9e-5$ на конец 2011 г.

³⁾ Работы по данным WMAP имеют около 3000 ссылок в абстрактах ADS и 105000 ссылок на эти ссылки за 10 лет, ИЭИ= $1,2e-3$ на конец 2011 г.

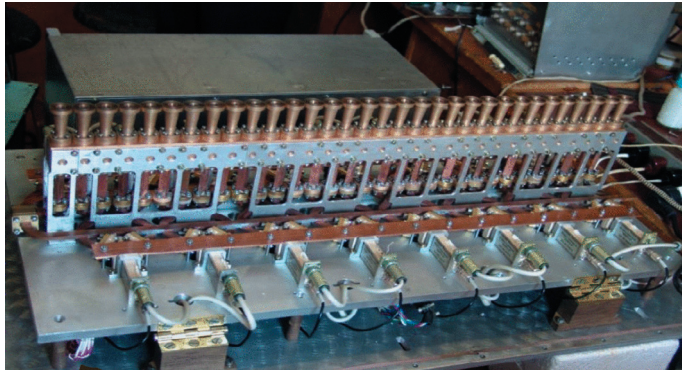


Рис. 21. Матричная система радиометров MAPC-3 на частоте 30 ГГц. Рисунок воспроизведен с сайта <http://www.sao.ru/hq/lrk/index.html>



Рис. 22. Радиоинтерферометр VLA. Общий вид на VLA (справа). Отдельные антенны (слева). Рисунок воспроизведен с сайта <http://www.vla.nrao.edu>

Официальная история VLA началась в августе 1972 г. с одобрения проекта VLA Конгрессом США. Строительство стартовало в штате Нью-Мексико полгода спустя. Первая антенна была установлена в сентябре 1975 г., а открытие инструмента, обошедшегося в \$78,5 млн, состоялось в 1980 г. Интерферометр сконфигурирован в виде буквы Y (рис. 22), что позволяет эффективно заполнять UV-плоскость, используя вращение Земли. Длина максимальной базы 36 км.

Предельное разрешение телескопа 0,05 сек. дуги на длине волны 7 мм. VLA работает в четырех основных конфигурациях, обозначаемых английскими буквами от A (для самого большого разноса антенн) до D (самая компактная конфигурация, при которой антенны собраны внутри диамет-

ра 600 м), а также в промежуточных. Наблюдения проходят на частотах от 74 МГц до 50 ГГц (от 4 м до 7 мм). Интерферометр является многоцелевым инструментом, занимающимся исследованиями радиогалактик, квазаров, пульсаров, остатками сверхновых, гамма-всплесками, радиозвездами, Солнцем и планетами, мазерами, черными дырами, молекулярными облаками.

На VLA были проведены знаменитые обзоры неба, внесшие значительный вклад в наблюдательную космологию: NVSS (New VLA Sky Survey) [37] и FIRST (Faint Images of Radio Sky at Twenty cm) [38].

Обзор NVSS был проведен с большой антенной решеткой (VLA) на частоте 1,4 ГГц в период с 1993 г. по 1996 г. и покрыл все Северное небо выше склонения $\delta = -40^\circ$ ($33\,884^\circ$, или 82 % небесной сферы). Каталог содержит $1,8 \times 10^6$ источников, и, согласно описанию, является полным на 99 % до интегральных плотностей потоков $S_{1,4\text{ ГГц}} = 3,5$ мЯн, и полным на 50 % до плотностей потоков 2,5 мЯн. Обзор проводился в D-конфигурации радиотелескопа VLA, и размер по половинной мощности синтезированной диаграммы направленности, определяющей разрешение, составил около 45 сек. дуги.

Обзор FIRST также проводился на телескопе VLA на частоте 1,4 ГГц, но в B-конфигурации. Он покрывает Северную и частично Южную Галактические шапки и имеет разрешение порядка 5 угловых секунд. Согласно авторам, полнота обзора на уровне 2,5 мЯн составляет 95 %, а на уровне 1 мЯн — 80 %. Каталог содержит 771 076 источников и покрывает 8565° (7954 на Северном полюсе и 661 на Южном), что составляет 21 % небесной сферы.

Среди основных космологических задач, решенных в результате этих обзоров, а также других проектов на VLA, отметим:

- построение статистики « $\log N - \log S$ » на разных частотах вплоть до плотностей потоков 500 нЯн;
- обнаружение кластеризации источников;
- обнаружение дипольной компоненты в распределении амплитуд источников;
- картографирование источников Северного неба и исследование структуры объектов в популяциях на различных красных смещениях;
- проведение космологического теста «стандартная линейка» по данным о структуре и размерах радиоисточников и определение космологических параметров;
- поиск и исследование гравитационных линз и определение космологических параметров;
- поиск и исследование далеких активных галактических ядер; исследование эволюционных свойств Вселенной в различные космологические эпохи;
- изучение гамма-всплесков.



Рис. 23. Радиотелескоп Аресибо. Общий вид (слева). Подвижный облучатель (справа). Рисунок воспроизведен с сайта <http://www.naic.edu>

Проект VLA развивается в проект расширенного VLA (EVLA — Expanded Very Large Array), что включает улучшение чувствительности от 5 до 20 раз до 1 мкЯн на частотах от 2 до 40 ГГц. Угловое разрешение до $200/\nu$ в миллисек. дуги, где ν — частота в ГГц. Возможно добавление 8 антенн с разнесом до 300 км при наличии финансирования.

Кроме того, VLA может работать вместе с VLBA (Very Long Baseline Array), куда входит еще 10 антенн, разнесенных на 8,6 тыс. км от Гаваев до Виргинских островов. Также VLA может участвовать и в совместных проектах с VLBI (Very Long Baseline Interferometer). Сверхвысокое разрешение позволяет получить информацию для проведения теста «стандартная линейка» с использованием размера аккреционного диска у сверхмассивных черных дыр известных масс.

4.6. Радиотелескоп в Аресибо

Радиотелескоп обсерватории Аресибо Национального центра астрономии и исследования ионосферы (NAIC — the National Astronomy and Ionosphere Center), расположенный недалеко от города Аресибо в Пуэрто Рико, является крупнейшим в мире цельно-зеркальным телескопом. Диаметр зеркала, имеющего сферическую форму, — 305 м (рис. 23). Телескоп сооружен в провале карстовой породы и состоит из 38 778 алюминиевых панелей размером (1×2 м), поддерживаемых стальной сеткой.

Приемник расположен на 900-тонной платформе, подвешенной на высоте 150 м в воздухе над зеркалом с помощью 18-ти тросов,двигающихся от трех фиксированных опор, одна из которых высотой 110 м, а две других 80 м. У платформы 93-метровое азимутальное плечо, на котором смонтированы вторичный и третичный отражатели. Такая конструкция позволяет наблюдать на телескопе любую область неба внутри 40-градусного конуса видимости вокруг зенита (в диапазоне склонений $-1^\circ \leq \delta \leq 38^\circ$).

Телескоп имеет приемники на частотах 47, 327, 430 и 800 МГц, а также 610 (снят и не используется). Имеются линейки спектроанализаторов, например, ALFA: от 1,225 до 1,525 ГГц, а также целый набор от 1,15 до 10,2 ГГц (детали см. на http://www.naic.edu/science/generalinfo_set.htm).

Основные направления исследований связаны с радиоастрономией, изучением атмосферы (в том числе с применением лидара) и радарными измерениями свойств объектов Солнечной системы. Кроме того, телескоп участвует в проекте SETI. Отметим отдельно работы, давшие вклад в космологию:

- открытие в 1974 г. двойного пульсара PSR B1913+16 Халсом и Тейлором [39] и подтверждение излучения этой системой гравитационных волн; работа отмечена Нобелевской премией 1993 г. с формулировкой «for the discovery of a new type of pulsar, a discovery that has opened up new possibilities for the study of gravitation» («за открытие нового типа пульсаров, давшее новые возможности в изучении гравитации»);
- открытие первого миллисекундного пульсара PSR B1937+21; сетка подобных пульсаров может быть использована для поиска гравитационных волн;
- спектроскопия ближней Вселенной, результаты которой, в частности, помогают исследовать распределение темной материи в галактиках по кривым вращения.

4.7. Вестерборкский радиотелескоп

Вестерборкский радиоинтерферометр сооружен около деревни Вестерборк на севере Нидерландов. Он состоит из 14 антенн диаметром 25 м, расположенных по линии Восток—Запад с максимальной базой 27 км (рис. 24).



Рис. 24. Антенны Вестерборкского радиоинтерферометра. Рисунок воспроизведен с сайта <http://www.astron.nl>

Действующий частотный диапазон наблюдений — от 120 МГц до 8,3 ГГц. На этом телескопе проведен известный обзор WENSS (The Westerbork Northern Sky Survey; Rengelink et al., 1997) на частоте 325 МГц с минимальной

плотностью потока 18 мЯн на уровне 5σ . Обзор помог составить список объектов с круглыми радиоспектрами — кандидатов в далекие радиогалактики. Примером отобранного таким образом объекта является радиогалактика — рекордсмен по красному смещению, имеющая $z = 5,19$ и спектральный индекс $\alpha = -1,63$ [41].

Другими важными космологическими задачами на WSRT (Westerbork Synthesis Radio Telescope) стали исследования статистики радиоисточников « $\log N - \log S$ » на низких частотах и поиск протоскоплений вокруг далеких радиогалактик.

4.8. Телескоп в Грин Бэнке

Можно сказать, что парабола в Грин Бэнке (рис. 25) диаметром 90,44 м вошел в историю внегалактической радиоастрономии несколькими обзорами, сыгравшими важную роль в исследовании эволюции радиоисточников и их статистики, связанной с функцией светимости.



Рис. 25. 90,44-метровый радиотелескоп в Грин Бэнке (слева). Вид зеркала после 15 ноября 1988 г. (справа). Рисунок воспроизведен с сайта <http://www.gb.nrao.edu>

Наиболее известный обзор Северного неба на радиотелескопе в Грин Бэнке — обзор на частоте 4,85 ГГц [42], в результате которого получен каталог радиоисточников GB6 с плотностью потока >18 мЯн, содержащий 75 тыс. объектов. Обзор с данной чувствительностью показал, что в распределении на сфере сгущение радиоисточников не наблюдается, что говорит о том, что большинство объектов каталога являются далекими ($z > 0,5$). По данным каталога были построены и исследованы функции светимости и диаграммы « $\log N - \log S$ ». После проведения обзора из-за активного использования телескопа его соединения и конструкция не выдержали и привели к разрушению инструмента 15 ноября 1988 г. (рис. 25).

Признав большую значимость полученных результатов на 90,44-метровом телескопе, Конгресс США открыл финансирование на строительство нового телескопа, увидевшего первый свет в 2000 г. (рис. 26). Новый телескоп им. Роберта Берда (Robert C. Byrd Green Bank Telescope) имеет размер 100 м на 110 м и представляет собой несимметричный параболический



Рис. 26. 100-метровый телескоп в Грин Бэнке. Рисунок воспроизведен с сайта <http://www.gb.nrao.edu>

отражатель с активной поверхностью, позволяющий корректировать искажения конструкции, вызванные притяжением Земли, и имеющий точность в среднеквадратичном отклонении лучше 76,2 мкм. Диапазон частот нового телескопа — 0,1–116 ГГц.

Перед тем как перейти к специализированным радиотелескопам, изучающим космический микроволновый фон, отметим, что мы не коснулись описания многих известных радиоастрономических инструментов, построенных в Австралии, Германии и других странах, на которых проводились внегалактические и космологические исследования. Но и по описанным выше телескопам можно представить себе и конструкцию, и методы исследований, и основную тематику телескопов (оставшихся за рамками описаний), определяемых механизмами излучения небесных объектов и методами его регистрации.

5. Радиотелескопы для исследования реликтового излучения

Начало эпохи «точной космологии» связывается с исследованием космического микроволнового фона. Реликтовый фон несет уникальную информацию, позволяющую восстановить все основные космологические параметры с точностью, практически недостижимой в других экспериментах. По этой причине специализированные радиотелескопы и болометры массово получали финансирование в конце прошлого и начале этого века. Сколько экспериментов по исследованию реликтового излучения уже проведено?

Более 100! Описания и ссылки на результаты основных экспериментов можно найти по web-адресу <http://lambda.gsfc.nasa.gov/product/expt>. Так же, как мы поступили с большинством радиотелескопов (рассмотрев лишь единицы из тысячи), мы поступим и со специализированными инструментами для изучения реликтового фона.

5.1. Антенна Пензиаса и Вильсона

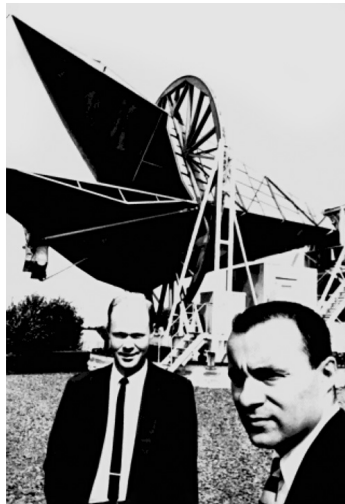


Рис. 27. Роберт Вильсон (слева) и Арно Пензиас (справа) на фоне рупорной антенны. Рисунок воспроизведен с сайта <http://bell-labs.com>

История открытия реликтового излучения драматична. Отметим четыре момента, связанные с наблюдениями (подробнее см. в Лекции 3 [2]). (1) Еще в 1941 г. МакКеллар [43] обратил внимание, что при наблюдаемой населенности вращательного уровня молекулы циана (CN) $J=1$ в межзвездной среде для перехода с нижнего уровня $J=0$ (линия поглощения) требуется присутствие излучения с температурой (для случая черного тела) 2,3 К. (2) В 1955 г. Т. А. Шмаонов под руководством С. Э. Хайкина, проводя в ГАО (Главная астрономическая обсерватория РАН, Пулково) измерения температуры фонового излучения на волне 3,2 см, получил значение температуры, равное 4 К, не зависящее от зенитного расстояния z вплоть до $z = 30^\circ$ и постоянной по времени [44]. Хотя точность измерения была невелика, эта температура оказалась на 2 К выше возможной эффективной температуры тропосферы. Объяснение этому явлению в то время найдено не было. (3) В 1964 г. А. Г. Дорошкевич и И. Д. Новиков в предположении правильности теории горячей вселенной рассчитали спектр электромагнитного излучения с учетом эволюции галактик, красного смещения и ожидаемой температуры реликтового

фона и показали наличие наблюдательного окна в спектре, где температура чернотельного микроволнового фона выше мешающих компонент, а также указали тип рупорной антенны, на которой можно его наблюдать. Статья в Докладах АН СССР [45] в тот момент осталась незамеченной. (4) Независимо в этом же году американские исследователи «Бэл Лабс» Арно Пензиас (Arno Penzias) и Роберт Вильсон (Robert Wilson) изучали радиоотклик от аэростатов с помощью сверхчувствительной 6-метровой рупорной антенны (Holmdell horn antenna; рис. 27) с охлаждаемым жидким гелием (4°K) приемником. Рупорная антенна (рис. 27) имела длину 15 м и алюминиевую 6-метровую апертуру. Антенна была снабжена 10-метровым вращательным колесом для установки высоты наблюдения. В наблюдательной кабине был установлен приемник, созданный по схеме Дике, для наблюдений на частоте 4,08 ГГц.

Борясь с шумами, исследователи обнаружили необъяснимое превышение шумового фона, равное 3,5 К, о чем они доложили, в частности, в Массачусетском Технологическом институте на семинаре у Бернарда Берка (Bernard Burke). Ранее на этом же семинаре был сделан доклад группой Роберта Дике и Джэймса Пиблса о возможной температуре микроволнового фонового излучения. Благодаря этому семинарскому пересечению, Бернард Берк познакомил докладчиков и таким образом удалось интерпретировать превышение шумового фона как остаточного излучения с момента рекомбинации в теории горячей вселенной. Соответствующие работы вышли в одном номере *Astrophysical Journal* друг за другом [46, 47].

В 1978 г. авторам открытия А. Пензиасу и Р. Вильсону была присуждена Нобелевская премия (точнее ее половина, а первая половина — Петру Капице за открытия в области низкотемпературной физики) с формулировкой «for their discovery of cosmic microwave background radiation» («за открытие микроволнового реликтового излучения»).

5.2. COBE

Не останавливаясь на теории формирования крупномасштабной структуры и возникающих неоднородностей, а также соответствующих наблюдательных эффектов, отметим, что в 1978 г. в группе Зельдовича [48] были рассчитаны возможные наблюдаемые эффекты, «отпечатанные» как флуктуации в распределении реликтового излучения (Cosmic Microwave Background — CMB).

Специально для поиска этих флуктуаций была запущена космическая миссия NASA (с орбитой 900 км) — Исследователь космического фона (Cosmic Background Explorer — COBE) с дифференциальным микроволновым радиометром с высокой точностью ($\Delta T/T \sim 10^{-5}$). Проведенный эксперимент подтвердил существование анизотропии CMB [49], карту анизотропии на полной небесной сфере.

На COBE (рис. 28) были установлены три прибора: дифференциальный микроволновой радиометр (Differential Microwave Radiometer — DMR) для

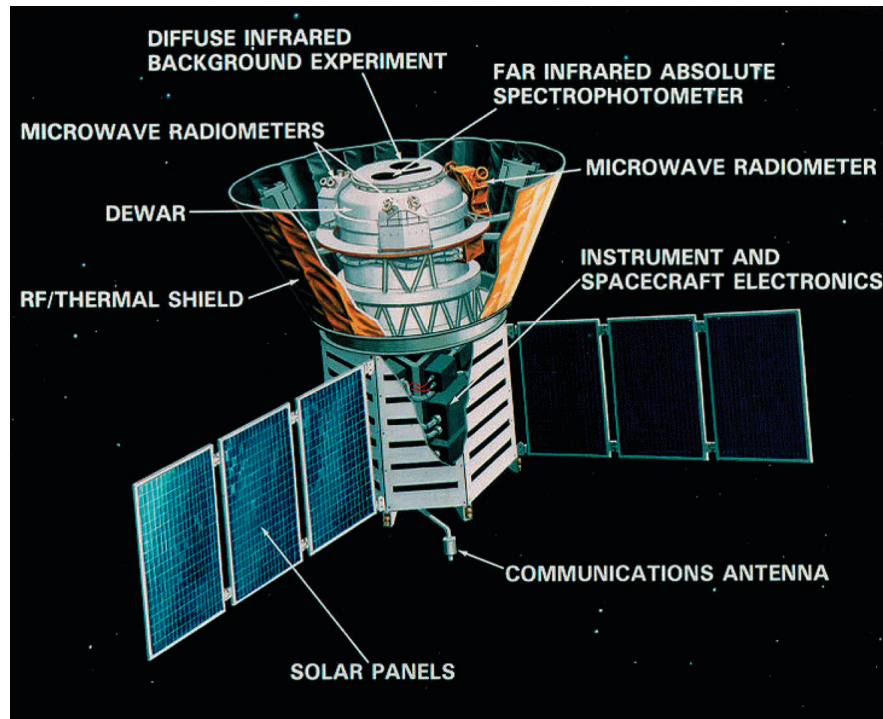


Рис. 28. Спутник COBE с установленными на нем приборами. Рисунок воспроизведен с сайта <http://lamda.gsfc.nasa.gov>

поиска флуктуаций СМВ, руководитель — Джорж Смут (George Smoot); спектрофотометр в далеком инфракрасном диапазоне (Far-IR Absolute Spectrophotometer — FIRAS) для исследования планковского (чернотельного) спектра СМВ в диапазоне 0,1–10 мм, руководитель — Джон Матер (John Mather); болометр для исследования диффузного инфракрасного фона (Diffuse IR Background Experiment — DIRBE) — для изучения излучения пыли в диапазоне 1,25–240 мкм, руководитель Майк Хаузер (Mike Hauser). Для построения карты анизотропии СМВ использовались радиометры на трех частотах 31,5, 53 и 90 ГГц, позволившие провести разделение компонент сигнала и наилучшим на тот момент образом выделить сигнал реликтового фона.

За серьезные космологические результаты: определение чернотельности спектра излучения СМВ и построение карты анизотропии реликтового фона (рис. 29) в 2006 г. Джон Матер и Джорж Смут были награждены Нобелевской премией по физике с формулировкой «for their discovery of the blackbody form and anisotropy of the cosmic microwave background radiation» (за их открытие чернотельной структуры энергетического спектра и анизотропии космического микроволнового фонового излучения).

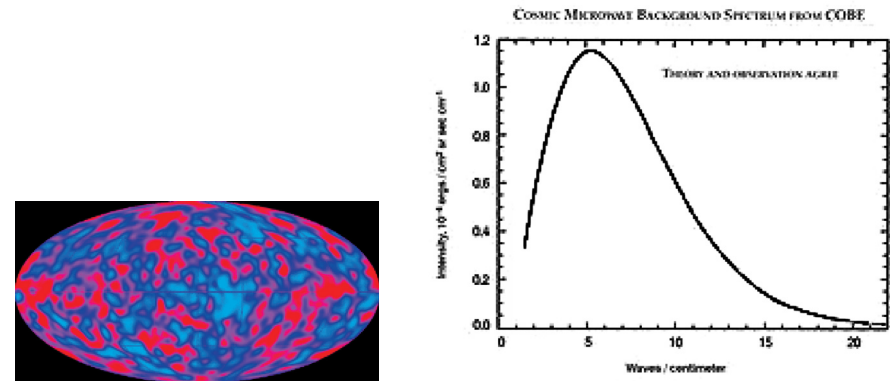


Рис. 29. Слева: карта флуктуаций СМВ по данным COBE DMR. Справа: чернотельный спектр излучения СМВ по данным COBE FIRAS. Рисунок воспроизведен с сайта <http://lamda.gsfc.nasa.gov>

5.3. DASI

Интерферометр на градусных угловых масштабах (Degree Angular Scale Interferometer — DASI) представляет собой 13-элементный интерферометр (рис. 30), созданный для анизотропии температуры и поляризации СМВ в большом диапазоне угловых масштабов с высокой чувствительностью и установленный Чикагским университетом на станции Амундсена—Скотта на Южном полюсе. В инструменте использованы охлаждаемые усилители НЕМР, работающие в частотном диапазоне 26–36 ГГц.

Кроме подтверждения и измерения флуктуаций СМВ на высоких гармониках (мультиполи $\ell > 500$), DASI доказал существование E-моды поляризации СМВ [50], и измерил поляризационный кросс-спектр (рис. 31).

5.4. CBI

Инструмент для построения изображений космического фона (Cosmic Background Imager — CBI) 13-элементный интерферометр (как и DASI) с параболическими антеннами диаметром 0,9 м на 6-метровой платформе (рис. 32) был установлен международной коллаборацией университетов (объединяющей Калифорнийский технологический институт, Канадский институт теоретической астрофизики, университет Чикаго, НРАО, институт радиоастрономии Макса Планка, Оксфордский и Манчестерский университеты, университет Чили) на высоте 5080 м в обсерватории Чажнантор (Chajnantor Observatory) возле Сан Педро де Атакама в Чилийских Андах. Интерферометр начал наблюдения в 1999 г. и работал до 2008 г. (с улучшенными характеристиками с 2006 г., в том числе увеличенным диаметром антенн до 1,4 м). Полоса частот — 26–36 ГГц. Измерял три моды поляризации I, Q, U.

Задача CBI — наблюдения нескольких участков неба (рис. 33) в микроволновом диапазоне для построения углового спектра мощности на масшта-



Рис. 30. Команда исследователей проекта на фоне интерферометра DASI. Рисунок воспроизведен с сайта <http://astro.uchicago.edu/dasi/>

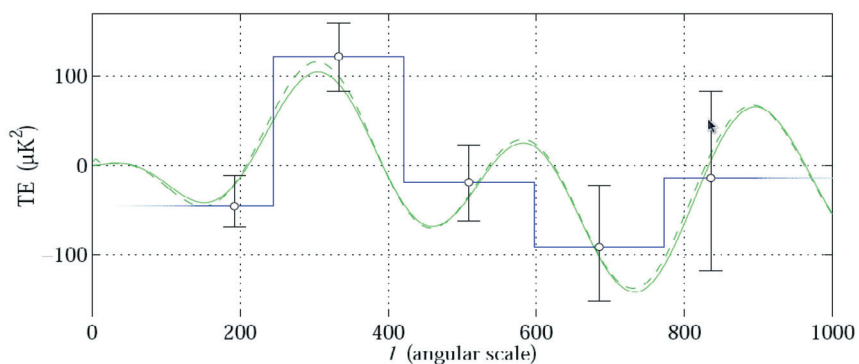


Рис. 31. Поляризационный кросс-спектр (TE) по данным DASI. Рисунок воспроизведен с сайта <http://astro.uchicago.edu/dasi/>

бах от 5 мин. дуги до 1° (диапазон мультиполей $300 < \ell < 3000$). CBI надежно определил второй, третий и четвертый пики спектра мощности (рис. 34) [51].



Рис. 32. Итерферометр CBI. Рисунок воспроизведен с сайта <http://www.astro.caltech.edu/~tjp/CBI>

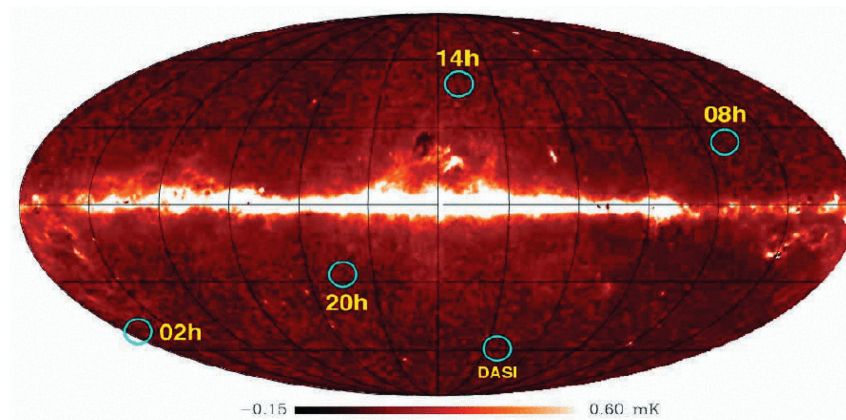


Рис. 33. Зоны наблюдения итерферометра CBI. Рисунок воспроизведен с сайта <http://www.astro.caltech.edu/~tjp/CBI>

5.5. BOOMERanG

Среди аэростатных экспериментов, таких как BOOMERanG, MAXIMA, Archeops и др., первый — BOOMERanG (Balloon Observations Of Millimetric

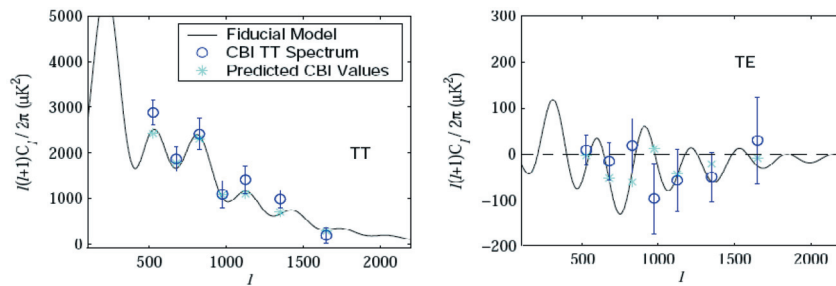


Рис. 34. Корреляционные спектры мощности анизотропии температуры TT (слева) и E-моды поляризации с температурой TE (справа) по данным интерферометра CBI. Рисунки воспроизведены с сайта <http://www.astro.caltech.edu/~tjp/CBI>

Extragalactic Radiation ANd Geophysics — аэростатные наблюдения миллиметрового внегалактического излучения и для геофизики), с нашей точки зрения, является наиболее эффективным при учете мешающих фоновых компонент. Наблюдения BOOMERanG проводились на высоте 37 км над Антарктидой около 12 дней (с декабря 1998 г. по январь 1999 г.) и в 2003 г. Полет аэростата (рис. 35) поддерживался стабильным полярным вихревым ветром вокруг Южного полюса, действие которого и дало название эксперименту. При наблюдениях использовались 1,2-метровое зеркало и 16-рупоров приемников на фокальной плоскости для регистрации в трех частотных полосах: 145, 245 и 345 ГГц [52]. При полете 2003 г. в BOOMERanG был установлен прототип поляризационного приемника Planck HFI на частоте 143 ГГц.



Рис. 35. Аэростат и телескоп эксперимента BOOMERanG. Рисунок воспроизведен с сайта http://www.astro.caltech.edu/~lgg/boomerang/boomerang_front.htm

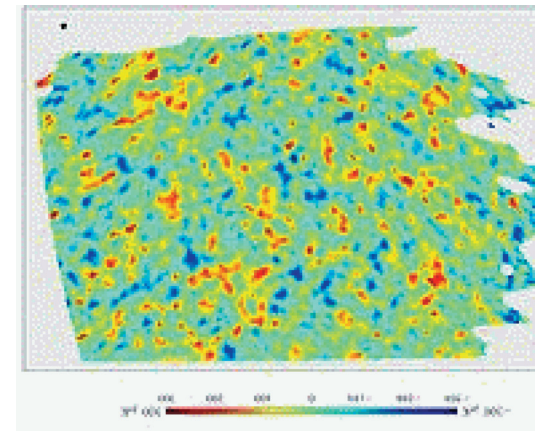


Рис. 36. (Цветную версию см. на вклейке, стр. 460) Карта CMB по данным эксперимента BOOMERanG. Рисунок воспроизведен с сайта http://www.astro.caltech.edu/~lgg/boomerang/boomerang_front.htm

Среди основных результатов эксперимента — подтверждение существования темной энергии и плоской геометрии Вселенной, построение карты (рис. 36), а также измерение поляризации CMB (E-мода) по данным поляризационных наблюдений второго запуска.

6. WMAP

Запуск космическим агентством NASA миссии WMAP (Wilkinson Microwave Anisotropy Probe — зонд им. Уилкинсона для исследования микроволновой анизотропии), анализ ее данных и результатов, а также предоставление архива в общее пользование позволили перевести экспериментальные (и теоретические) космологические исследования в область действительно точных наук. Хотя анализу данных и результатам WMAP будут посвящены две лекции, в данном обзоре мы не можем обойти вниманием этот эксперимент.

Миссия WMAP (рис. 37) разработана для определения геометрии, состава и эволюционных свойств Вселенной путем картографирования с разрешением 13 угловых минут космического микроволнового фонового излучения. Орбита спутника (обращение вокруг точки Лагранжа L2 в системе Солнце—Земля), стратегия наблюдений и дизайн зонда выбраны так, чтобы получить некоррелированный пиксельный шум, минимальные систематические ошибки, аккуратную калибровку. Наблюдения в миссии WMAP проводились с 2001 г. по 2010 г. в пяти частотных полосах: 23 (K), 33 (Ka), 41 (Q), 61 (V), и 94 ГГц (W), причем в полосах K и Ka использовались 2 радиометра, Q и V—4, W — 8. Данные представлены и открыты для сообщества за 1-й, 3-й,

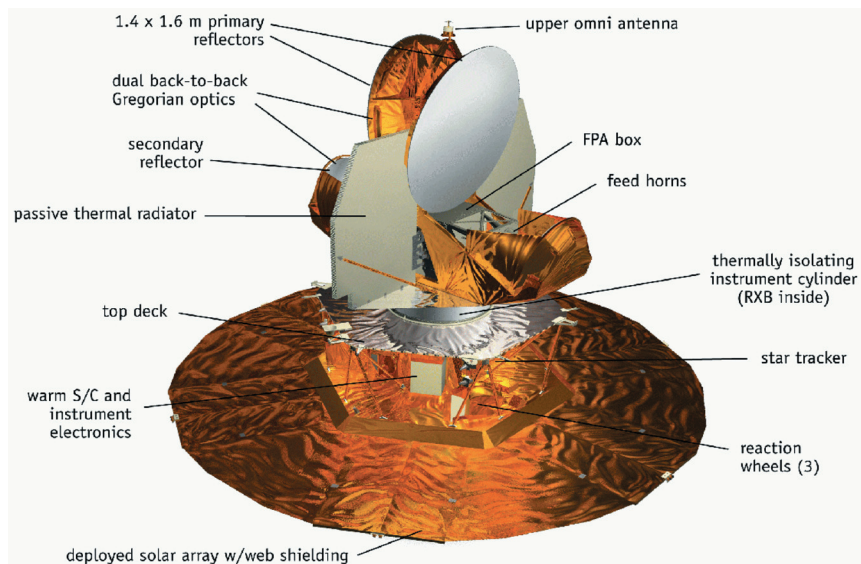


Рис. 37. Зонд WMAP. Рисунок воспроизведен с сайта <http://lambda.gsfc.nasa.gov>

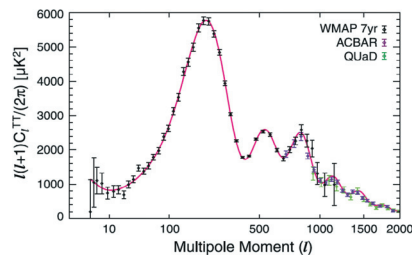
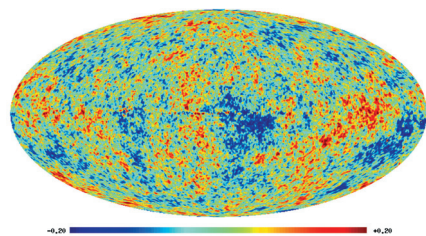


Рис. 38. (Цветную версию см. на вклейке, стр. 461) Слева: карта СМВ по данным WMAP 7-го года. Справа: угловой спектр мощности СМВ по данным WMAP 7-го года. Рисунок воспроизведен с сайта <http://lambda.gsfc.nasa.gov>

5-й и 7-й гг. наблюдений. По результатам анализа данных подготовлена карта анизотропии с разрешением $\ell \leq 100$ (рис. 38), построен угловой спектр мощности СМВ с $1 \leq \ell \leq 600$ для анизотропии температуры и поляризации. Независимо определены все основные космологические параметры с высокой точностью, недостижимой в других экспериментах [53].

7. Миссия Planck

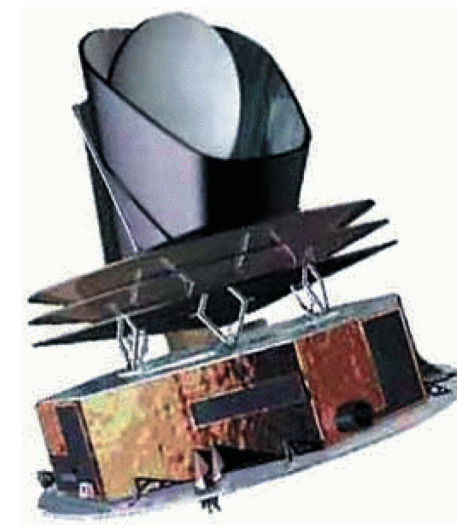


Рис. 39. Зонд Planck. Рисунок воспроизведен с сайта <http://www.rssd.esa.int/Planck/>

Миссия Planck Европейского космического агентства при участии NASA (через JPL), стартовавшая 14-го мая 2009, предназначена для исследования анизотропии температуры и поляризации СМВ в широком диапазоне длин волн (от мм до далекого ИК-диапазона) с очень высокими точностью и чувствительностью. Первоначально миссия называлась COBRAS/SAMBA и после улучшения проекта в 1996 г. была переименована в Planck в честь немецкого физика Макса Планка. Измерения проводятся из точки Лагранжа L2, также как и в миссии WMAP. Запланированная продолжительность миссии 2 года 7 месяцев и 12 дней. Конструкция содержит два внеосевых параболических зеркала: первичное имеет размер $1,9 \times 1,5$ м и вторичное — $1,1 \times 1,0$ м. На зонде (рис. 39) работают два инструмента: низкочастотный (Low Frequency Instrument — LFI) с полосами на 30, 44, 70 ГГц и высокочастотный (High Frequency Instrument — HFI) с полосами на 100, 143, 217, 353, 545, 857 ГГц. LFI использует транзисторы с высокой электронной мобильностью. HFI использует 48 болометрических детекторов, созданных в JPL–Калтехе, для регистрации фотонов. Planck имеет преимущества перед WMAP по ряду параметров:

- более высокое разрешение (в 3 раза), что позволит измерить угловой спектр мощности до больших ℓ ,
- более высокая чувствительность (в 10 раз),

- 9 частотных полос, которые позволят улучшить модель фоновых компонент.

Представление космологических результатов миссии предполагается в конце 2012 г., а открытие архива наблюдений для астрономического сообщества — в январе 2013 г. Среди научных целей — измерение полной интенсивности и поляризации (в том числе и В-моды, определяемой тензорными возмущениями плотности), получение каталога скоплений галактик с помощью данных об эффекте Зельдовича—Сюняева, наблюдение гравитационного линзирования СМВ, а также наблюдения ярких галактических ядер, межзвездной среды, магнитного поля Галактики и объектов Солнечной системы [54]. Ожидается, что Planck улучшит точность определения космологических параметров, покажет особенности ионизационной истории Вселенной, даст информацию о динамике инфляционной эпохи и фундаментальной физике до инфляции.

8. Новые радиотелескопы

Несмотря на то, что общая картина Мира (Λ CDM инфляционная космологическая модель) сейчас выглядит надежно установленной, остаются «детали», которые требуют проведения дополнительных исследований и, в принципе, могут кардинально изменить наши представления, как это уже не раз случалось. Поэтому развитые страны продолжают финансирование крупных экспериментальных проектов фундаментальной науки, которые шаг за шагом приближают построение единой физической теории.

Как показывает история, строительство новых радиотелескопов является одним из наиболее перспективных вложений с точки зрения потенциала открытий. В этом плане можно оценить перспективы телескопа для науки по его параметрам, если использовать аналог закона Мура (Moore's law), применяемого для компьютеров, к радиотелескопам. По закону Мура электроника со временем становится дешевле, что позволяет строить телескопы большего размера (а, значит, и лучшей чувствительности). На рис. 40 показан рост чувствительности радиотелескопов с годами. Видно, что точки хорошо ложатся на кривую, которую можно рассматривать как «главную последовательность» для радиотелескопов. И при строительстве новых инструментов, если на них предполагается совершать новые открытия, эту зависимость необходимо учитывать еще при проектировании.

Ниже отметим четыре радиотелескопа, к которым сейчас приковано общественное внимание.

8.1. ALMA

ALMA (the Atacama Large Millimeter/submillimeter Array — Атакамская большая миллиметровая/субмиллиметровая решетка) является одним из крупнейших наземных астрономических проектов наступившего десятилетия и бу-

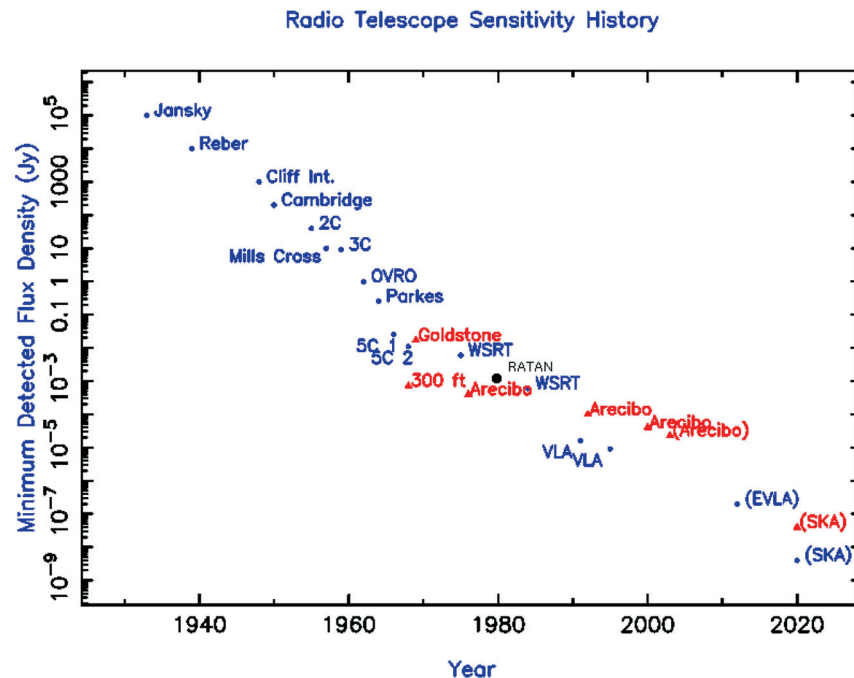


Рис. 40. Рост чувствительности радиотелескопов с годами. Рисунок воспроизведен из работы [55] с добавленной точкой для РАТАН-600. На рисунке показана чувствительность радиотелескопов, определяемая по слабейшим радиоисточникам, которые наблюдаются на телескопах

дет основным инструментом при наблюдениях в мм/субмм диапазоне (рис. 41). Интерферометр располагается на плато Чахнантор на высоте 5000 м.

Проект поддерживается крупнейшими национальными обсерваториями: ESO, NRAO, NOAJ, Канады и Тайваня. По завершении строительства ALMA будет представлять из себя гигантскую антенную решетку, объединяющую пятьдесят 12-метровых зеркал, которые могут быть сконфигурированы в телескоп с базой 16 км. В компактном виде (рис. 41) интерферометр 7-метровых и 12-метровых антенн помещается внутри круга диаметром 250 м. Рабочий диапазон длин волн 0,3–9,6 мм. Максимальное разрешение — 10 микросек. дуги. Как неполный телескоп, ALMA заработал в 2011 г. На первый сбор наблюдательных заявок было собрано порядка 1000 предложений от различных групп астрономов. Среди космологических задач отметим глубокий «прокол» в миллиметровом диапазоне, для которого на небе выбрана площадка ALMA (ALMA deep field), для исследования космологической эволюции галактик в мм/субмм диапазоне и эпохи звездообразования в различных галактиках, видимых в молекулярных линиях.



Рис. 41. ALMA. Сверху: антенны ALMA. Снизу: компактная конфигурация ALMA. Рисунки воспроизведены с сайта <http://www.almaobservatory.org>

8.2. LOFAR

Проект LOFAR (Low Frequency Array — низкочастотная решетка) реализуется голландским астрономическим исследовательским фондом ASTRON (<http://www.lofar.org>). Планируется, что LOFAR будет состоять из $\sim 10\,000$ маленьких антенн (рис. 42), распределенных на 44 станциях на северо-востоке Нидерландов и в прилегающих районах Германии. Интерферометр будет работать на самых низких частотах, доступных для наблюдений с Земли: в диапазоне между 10 и 240 МГц. Планируется расширение базы от исходных 100 км до областей Великобритании, Франции, Швеции, Польши и Италии, в перспективе максимальная база в Европе — до 1500 км. Эффективная площадь $\sim 1\text{ км}^2$.

Среди основных задач строящегося телескопа: изучение эпохи реионизации ($6 < z < 10$ по данным HI), массивных галактик на красных смещениях $1,5 < z < 7$, гало радиогалактик и скоплений, внегалактических магнитных полей, умирающие радиогалактики, исследование энерговыделения радиогалактик, взаимосвязь радио и рентгеновского диапазонов, космические лучи в диапазоне энергий $10^6\text{--}10^{11}$ ГэВ, поляризация на длинных волнах и др.



Рис. 42. LOFAR. Слева: центральное ядро интерферометра. В центре: низкочастотные антенны. Справа: высокочастотные антенны. Рисунки воспроизведены с сайта <http://www.lofar.org>

8.3. SKA

Проект SKA (Square Kilometer Array — решетка площадью 1 км^2 и стоимостью порядка \$2 млрд) предполагает объединение трех систем антенн: низкочастотных (дипольные антенны с приемниками на 70–200 МГц), среднечастотных (200–500 МГц) с базой 180 км и решетку 12-метровых зеркал с приемниками на 0,5–10 ГГц с базой 3000 км.

Чувствительность в диапазоне от 70 до 300 МГц 400 мкЯн/мин . Разрешение до 0,1 сек. дуги. Выбор места для строительства интерферометра завершен — на последнем этапе отобраны сразу два места: в Австралии

(с включением Новой Зеландии) и Южной Африке (с островами в Индийском океане). Строительство планируется в 2016–2024 гг.

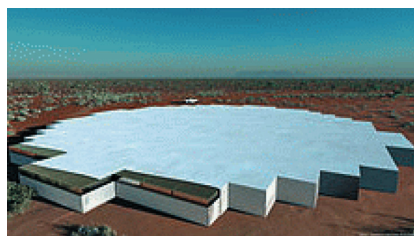
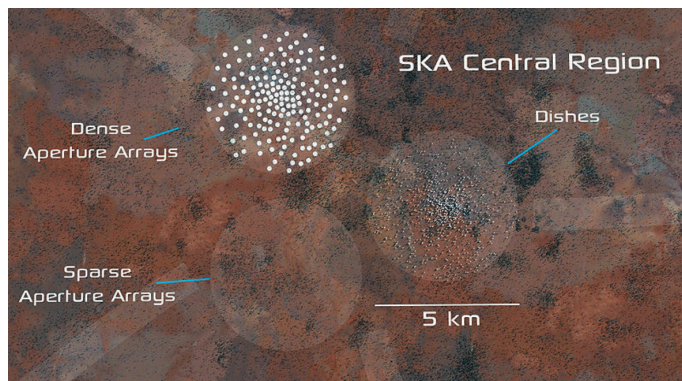


Рис. 43. SKA. Слева: центральное ядро интерферометра. В центре: антенны для низкочастотных наблюдений. Справа: антенны для средних частот. Рисунки воспроизведены с сайта <http://www.skatelescope.org>

Среди космологических задач отметим исследование гравитации по данным наблюдений пульсаров; исследование крупномасштабной структуры, эволюции галактик и темной энергии; зондирование темной эпохи.

8.4. Радиоастрон

Успешно запущенный в 2011 г. российский спутник «Радиоастрон» (АКЦ ФИАН) (рис. 44) на вытянутую околоземную орбиту с апогеем 340 000 км. Рабочие длины волн 1,2; 6,2; 18 и 92 см. Ширина главного лепестка на соответствующих длинах волн: 540, 106, 37 и 10 миллисек. дуги, ожидаемая чувствительность: 10; 1,3; 1,4 и 3,2 мЯн.

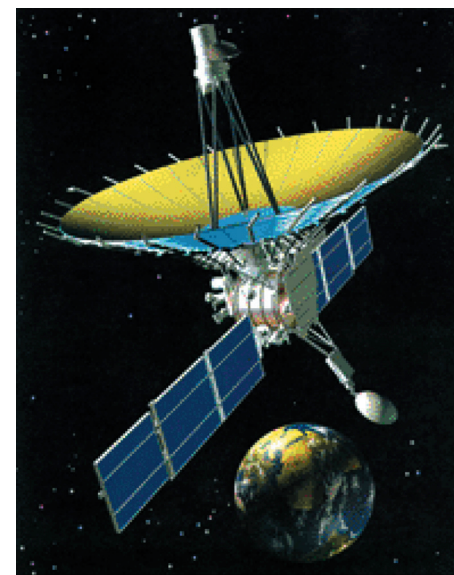


Рис. 44. SKA. Спутник «Радиоастрон». Рисунок воспроизведен с сайта <http://www.asc-lebedev.ru>

Одна из задач миссии — исследование сверхмассивных черных дыр, окружающих их аккреционных дисков и применение к таким компактным объектам теста «стандартная линейка».

9. Резюме

В заключение можно сказать, что с развитием электроники, включающей и компьютеры, и широкополосные передающие сети, и регистрирующую аппаратуру, а также благодаря появлению новых методов анализа

данных в наблюдательной радиоастрономии, практически каждое десятилетие происходит открытие, которое значительно меняет наше представление о Вселенной. Не исключено, что до запуска новых проектов, мы еще даже не имеем представления о тех явлениях, которые могут быть открыты на новых инструментах и выявят скрытые космологические параметры. Последние, в принципе, могут изменить и описание картины Мира, как это случилось с темной энергией. Так что все только начинается!

Благодарности. Автор признателен Фонду некоммерческих программ Дмитрия Зимины «Династия» за поддержку исследований по радиокосмологии. Автор также признателен Н. В. Верховдановой за коррекцию стиля текста.

Литература

1. *Верходанов О. В.* Лекция 2. Космология с радиогалактиками. Стр. 250.
2. *Верходанов О. В.* Лекция 3. Реликтовое излучение: как измерить космологические параметры. Стр. 293.
3. *Верходанов О. В.* Лекция 4. Негауссовость микроволнового фона: новая физика и старые проблемы. Стр. 327.
4. Лабораторная работа 1. Построение углового спектра мощности реликтового излучения. Стр. 369.
5. Лабораторная работа 2. Селекция кандидатов в далекие радиогалактики. Стр. 381.
6. *Peebles P. J. E.* Principles of physical cosmology. Princeton Ser. in Physics (NJ: Princeton University Press, 1993).
7. *Longair M. S.* Radio astronomy and cosmology, in *Observational cosmology*, Advanced Course, 8th, Saas-Fee, (Switzerland, April 10–15, 1978) Lectures, 127.
8. *Verkhodanov O. V., Parijskij Yu. N.* Bull. Spec. Astrophys. Obs. **55**, 66 (2003).
9. *Верходанов О. В., Парийский Ю. Н.* Радиогалактики и космология (М.: Физматлит, 2009).
10. *Пахольчик А. Г.* Радиоастрофизика (М.: Мир, 1973).
11. *Пахольчик А. Г.* Радиогалактики (М.: Мир, 1980).
12. *Сахаров А. Д. и др.* Перспективы развития фундаментальные исследований по проблеме «Космомикрофизика» в СССР (Нижний Архыз, САО РАН, 1988).
13. *Есепкина Н. А., Корольков Д. В., Парийский Ю. Н.* Радиотелескопы и радиометры (М.: Наука, 1973).
14. *ван Схонвелд (C. van Schooneveld)* 1978. Editor of «Image Formation Coherence Functions in Astronomy». Proc. IAU Coll. 49, held at Groningen, the Netherlands, 10–12 August. Пер. с англ. под ред. Л. И. Матвеевко. 1982.
15. *Högbom J. A.* Astron. Astrophys. Suppl. Ser. **15**, 417 (1974).
16. *Steer D. G., Dewdney P. E., Ito M. R.* Astron. Astrophys. **137**, 159 (1984).
17. *Whittaker E. T.* Proc. Roy. Soc. Edinburgh, **35**, 181 (1915).
18. *Котельников В. А.*, в сб. «Проблемы помехоустойчивой радиосвязи» (Госэнергоиздат, 1947).
19. *Матвеевко Л. И., Кардашев Н. С., Шоломицкий Г. Б.* Изв. ВУЗов **8**, 651 (1965).
20. *Jansky K. J.* «The discovery was widely publicized», New York Times, May 5, (1933); *Jansky K. G.*, Nature **132**, 66 (1933).
21. *Reber G.* ApJ **100**, 279 (1944).
22. *Ryle M., Smith F. G., Elsmore B.* MNRAS **110**, 508 (1950).
23. *Baade W., Minkowski R.* ApJ **119**, 206 (1954).
24. *Ryle M., Hewish A.* Mem. R. Astron. Soc. **67**, 97 (1955).
25. *Edge D. O. et al.* Mem. Roy. Astron. Soc. **68**, 37 (1959).
26. *Bennett A. S.* MNRAS **125**, 75 (1962).
27. *Laing R. A., Riley J. M., Longair M. S.* MNRAS **204**, 151 (1983).
28. *Schmidt M.* Nature **197**, 1040 (1963).
29. *Паул М.* УФН **98**, 383 (1969).
30. *Парийский Ю. Н.* АЖ **49**, 1322 (1972).
31. *Парийский Ю. Н.* АЖ **50**, 673 (1973).
32. *Парийский Ю. Н., Петров З. Е., Черков Л. Н.* АЖ **3**, 483 (1977).
33. *Берлин А. Б. и др.* Письма в АЖ **7**, 290 (1981).
34. *Парийский Ю. Н., Корольков Д. В.* «Эксперимент „Холод“. Первый глубокий обзор неба с помощью радиотелескопа РАТАН-600». В сб. «Итоги науки и техники». Астрономия. **31** (Москва, ВИНТИ, 73–197, 1986).
35. *Parijskij Yu. N. et al.* 2011, Astrophys. Bull., **66**, 424.
36. *Копылов А. И. и др.* Письма в АЖ **32**, 483 (2006), astro-ph/0705.2971.
37. *Condon J. J. et al.* AJ **115**, 1693 (1998).
38. *White R. L., Becker R. H., Helfand D. J., Gregg M. D.* ApJ **475**, 479 (1997).
39. *Hulse R. A., Taylor J. H.*, ApJ **195L**, 51 (1975).
40. *Rengelink R. B. et al.* Astron. Astrophys. Suppl. Ser. **124**, 259 (1997).
41. *van Breugel W. J. M. et al.*, ApJ **518**, 61 (1999), astro-ph/9904272.
42. *Gregory P. C., Scott W. K., Douglas K., Condon J. J.* ApJS **103**, 427 (1996).
43. *McKellar A., Kan-Mitchell J., Conti P. S.* Publ. Dominion Astrophys. Obs. (Victoria, BC) **7** (6), 251 (1941).
44. *Шмаонов Т. А.*, Приборы и Техн. Эксп. **1**, 83 (1957).
45. *Дорошкевич А. Г., Новиков И. Д.* Доклады АН СССР, **154**, 809 (1964).
46. *Dicke R. H. et al.*, 1965, ApJ **142**, 414 (1965).
47. *Penzias A. A., Wilson R. W.*, ApJ **142**, 419 (1965).
48. *Doroshkevich A. G., Zel'dovich Ya. B., Syunyaev R. A.* 1977, In *Longair M. S. and Einasto, J.* The large scale structure of the universe; Proc. Symp., Tallinn, Estonian SSR: *Dordrecht D. Reidel Publ. Co.*, p. 393.
49. *Smoot G. F. et al.* ApJL, **396**, L1 (1992).
50. *Kovac J. M. et al.* Nature, **420**, 772 (2002).
51. *Readhead A. C. S. et al.* Science **306**, 836 (2004).
52. *de Bernardis P. et al.* ApJ **564**, 559 (2002).
53. *Komatsu E. et al.* ApJS **192**, 18 (2011).
54. *Tauber J. A. et al.* Astron. Astrophys. **520A**, 1 (2010).
55. *Wilkinson P. N. et al.* New Astronomy Rev. **48**, 1551 (2004).

2

Космология с радиогалактиками

В лекции рассказывается об исследовании эволюционных и динамических свойств Вселенной с помощью радиогалактик. Описываются основные тесты, применяемые для определения космологических параметров на основе физических и статистических свойств этих объектов.

1. Введение

Во второй лекции по радиокосмологии мы поговорим о радиогалактиках, а также том, как, используя наши знания о природе этих объектов, можно сделать выводы о Вселенной в целом. Большую часть информации, приведенной в этой лекции, можно найти в книге «Радиогалактики и космология» [1] а также по ссылкам, приведенным в конце текста.

В современной литературе описывается ряд космологических тестов, связанных со свойствами радиогалактик и позволяющих оценивать космологические параметры по наблюдаемым физическим характеристикам объектов. В первой лекции «Радиотелескопы в космологии» [2], мы привели список тестов, в которых есть блок, ориентированный на исследования радиогалактик. В нем перечислены следующие пункты:

- зависимость «размер — красное смещение»;
- зависимость «плотность потока — красное смещение»;
- зависимость « $\log N$ — $\log S$ » («число источников — плотность потока»);
- гравитационное линзирование;
- формирование крупномасштабной структуры;
- скорости вращения галактик и поиск темной материи по данным нейтрального водорода;
- возраст звездных систем.

Этим тестам и посвящена данная лекция.

Чтобы разобраться с ограничениями при применении предлагаемых методов, рассмотрим сначала физические и статистические свойства радиогалактик.

2. Феноменология

Начнем с определения, что же мы подразумеваем под термином «радиогалактика». Как известно, все галактики обладают радиоизлучением различной мощности. Исторически в радиоастрономии принято считать радиогалактиками объекты предельно высокой радиосветимости. Однако с появлением чувствительных радиообзоров и после проведения массового оптического отождествления радиоисточников оказалось, что можно уточнить смысл этого термина. Радиоизлучение галактики может быть связано с процессами, происходящими в ядре галактики, со струями из центрального объекта, с остатками сверхновых, с облаками нейтрального водорода, и, кроме того, с молекулярными линиями.

Мы будем называть радиогалактиками такие галактики, у которых (1) радиосветимость сравнима с оптической и (2) радиоизлучение связано с активностью ядра. Эти объекты, как правило, являются самыми мощными (не вспыхечными) источниками излучения из известных (за исключением самой Вселенной), что позволяет проводить изучение радиогалактик (РГ) на больших красных смещениях ($z > 1$). Заметим, что светимость РГ может достигать 10^{48} эрг/с (например, у источника PKS 0637–752 [3]). Для сравнения, светимость видимой Вселенной — 10^{56} эрг/с. Именно существование радиогалактик высокой светимости привело к необходимости привлечения гипотезы о существовании сверхмассивных черных дыр. Мощность радиогалактик позволяет исследовать их на любых расстояниях в Метагалактике и использовать как «пробные частицы» для исследования физических условий и динамики Вселенной.

2.1. Первые открытые радиогалактики

Для того, чтобы представить себе свойства радиогалактик, рассмотрим самые первые из открытых объектов этого типа, определивших их как новый класс источников излучения.

Лебедь А, или Cygnus A (рис. 1) — самый мощный внегалактический источник радиоизлучения, расположенный в созвездии Лебедя. Отождествлен в 1951 г. с эллиптической галактикой 16-й звездной величины (экваториальные координаты: $\alpha = 19^h 59^m 28^s.3$, $\delta = +40^\circ 44' 02''$, красное смещение $z = 0,057$, светимость $P = 3 \times 10^{44}$ эрг/с), входящей в состав богатого скопления галактик. Газово-пылевой слой в центре галактики обуславливает характерное раздвоение ее оптического изображения.

К настоящему времени оптическими методами обнаружено излучение сильно-ионизованной плазмы в области ядра галактики. Галактика вращается вокруг оси, лежащей в картинной плоскости и направленной вдоль прямой, соединяющей два ярких компактных компонента радиоизлучения. Угловое расстояние между яркими областями компонент двойной структуры около $2'$ (приблизительно 120 кпк). Верхний предел скорости разлета компонент равен 0,02 скорости света. В ядре галактики обнаружен компактный

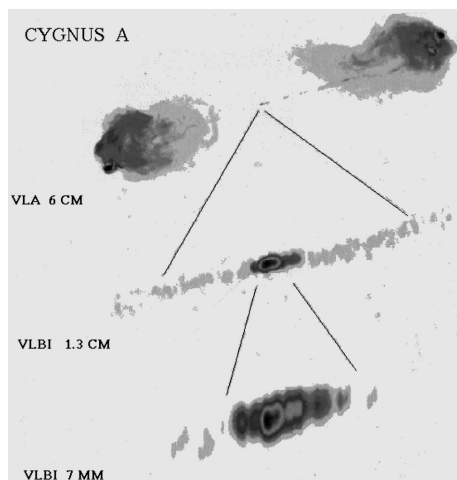


Рис. 1. Радиоизображение источника Лебедь А, полученное на VLA. Показана структура на секундных, миллисекундных и субмиллисекундных масштабах на радиоинтерферометрах VLA и VLBI. Рисунок воспроизведен из ежегодного отчета JIVE за 1997 г.

радиоисточник с плоским радиоспектром. Полная радиосветимость доминирующей в радиоизлучении двойной структуры — порядка 3×10^{44} эрг/с и сравнима с радиосветимостью двойных структур многих квазаров.

Типичность Лебеда А привлекла внимание многих групп. Основные классические исследования были проведены группой Райла на крупных интерферометрах. В результате были выявлены «горячие пятна» в компонентах, которые привели исследователей к модели «Dantist Drill» — «бор-машине со сверлом» [4], исходящим из родительской галактики и утыкающимся в горячие пятна компонент. Эта модель 1965 г. по существу сохранена и сегодня.

Центавр А (Centaurus A, NGC 5128) — радиоисточник в созвездии Центавра ($\alpha = 13^h 25^m 27^s.6$, $\delta = -43^\circ 01' 09''$, $z = 0,001825$, $P \sim 10^{42}$ эрг/с), ближайшая к нам радиогалактика (расстояние до нее около 4 Мпк). Галактика имеет сфероидальную форму (рис. 2), разделенную поглощающим свет звезд газовой-пылевым диском, наблюдаемым практически с ребра. Центавр А содержит протяженный радиоисточник, который представляет собой старую, сильно расширившуюся структуру. Общая протяженность источника вдоль большой оси около 500 кпк. Кроме протяженной компоненты в центральной области (в пределах оптического изображения галактики), имеется двойная радиоструктура с расстоянием между компонентами около 12 кпк. В самом центре галактики (в ее ядре) находится очень компактный радиоисточник, интенсивность излучения которого резко растет с уменьшением длины волны в сантиметровом и миллиметровом диапазонах. Радиосветимость протяжен-

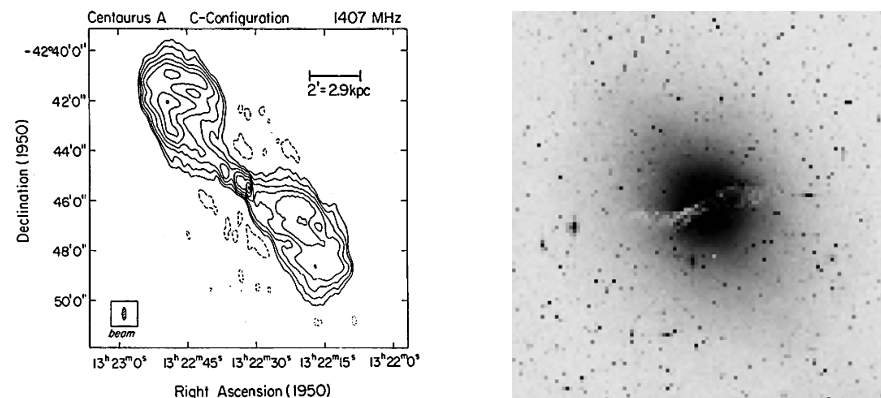


Рис. 2. Слева: радиоизображение источника Центавр А на длине волны 21 см [5]. Справа: оптическое изображение родительской галактики по данным оцифрованного Паломарского атласа (Digitized Sky Survey — DSS), размер оптического изображения $31 \times 31''$

ного радиоисточника — около 10^{42} эрг/с, а заключенная в нем энергия — около 10^{59} эрг.

Дева А (Virgo A, NGC 4486, M 87) (рис. 3, 3) — радиоисточник сравнительно небольшой радиосветимости ($\sim 10^{42}$ эрг/сек), принадлежащий массивной Е-галактике ($\alpha = 12^h 30^m 49^s.4$, $\delta = +12^\circ 23' 28''$, $z = 0,00436$) типа cD в центре скопления галактик в созвездии Девы на расстоянии около 18 Мпк. У центра (ядра) галактики наблюдается односторонний выброс вещества («джет»), излучение которого имеет синхротронную природу. Выброс имеет длину около $20''$ дуги (порядка 1,5 кпк). Он разбивается на отдельные сгустки (узлы) и излучает не только в радио, но и в оптическом диапазоне.

Радиоисточник **Печь А** (Fornax A, NGC 1316) (рис. 5) ($\alpha = 03^h 22^m 41^s.7$, $\delta = -37^\circ 12' 30''$, $z = 0,005871$), находящийся на периферии бедного скопления галактик, состоит из двух больших компонент, имеющих сложную структуру размером около 200 кпк каждая, подпитываемых джетами. Причина выделения энергии в центре NGC 1316 — слияние (мерджинг), а точнее «поедание» небольших соседних галактик. Ударные волны и остатки поглощенных галактик создают кольцеподобную структуру и другие особенности в окружающем веществе. Спиральная галактика на севере может быть следящей жертвой такого галактического «каннибализма».

2.2. Классификация радиогалактик

Следующий важный момент — классификация радиогалактик. Можно выделить два подхода в классификации внегалактических радиоисточников: (1) по виду непрерывного радиоспектра и (2) по радиоструктуре (морфологическая классификация, подобная ботанической).

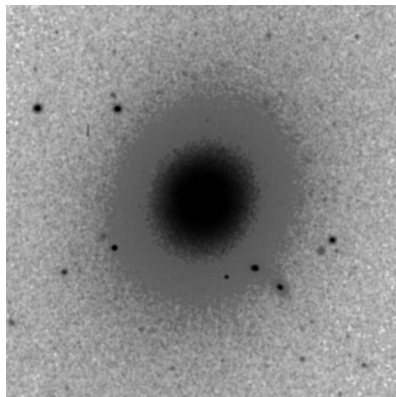


Рис. 3. Оптическое изображение радиогалактики Дева А по данным DSS

Радиоспектры

Радиоспектр источника отражает механизм радиоизлучения и, соответственно, природу самого объекта. Среди основных механизмов непрерывного излучения в радиодиапазоне можно выделить два: тепловое радиоизлучение ионизованных облаков и синхротронное излучение релятивистских электронов, движущихся в магнитных полях. Тепловое радиоизлучение межзвездных облаков обусловлено свободно-свободными переходами в основном в водородной плазме. Такие переходы совершаются при прохождении электронов в поле ионов. Первые испытывают ускорение и, следовательно, излучают. А источником излучения является тепловая энергия электронов.

Нетепловое (синхротронное) излучение наблюдается у внегалактических радиоисточников, в остатках вспышек сверхновых и как фоновое излучение нашей Галактики. Детальную теорию в применении к астрофизическим объектам можно найти в книгах Гинзбурга и Сыроватского [7], Пахольчика [8] Келлермана [9, 10]. Синхротронное излучение наблюдается у электронов, движущихся с релятивистскими скоростями в магнитном поле по спиральной траектории, наматывающейся на силовую линию поля. Распределение энергии электронов с показателем γ , соответствующее степенному закону

$$N(E)dE = KE^{-\gamma}dE,$$

приводит к излучению со спектром степенного вида $S \sim \nu^\alpha$, где S — плотность потока, ν — частота, а спектральный индекс α связан с показателем γ соотношением

$$\alpha = -(\gamma - 1)/2.$$

Отметим, что приближение $S \sim \nu^\alpha$ справедливо лишь при $\gamma \leq 1$. При синхротронном излучении плотность потока падает с ростом частоты.

Существует несколько похожих классификационных типов непрерывных радиоспектров, основанных на работе [11]. Спектры большинства ра-

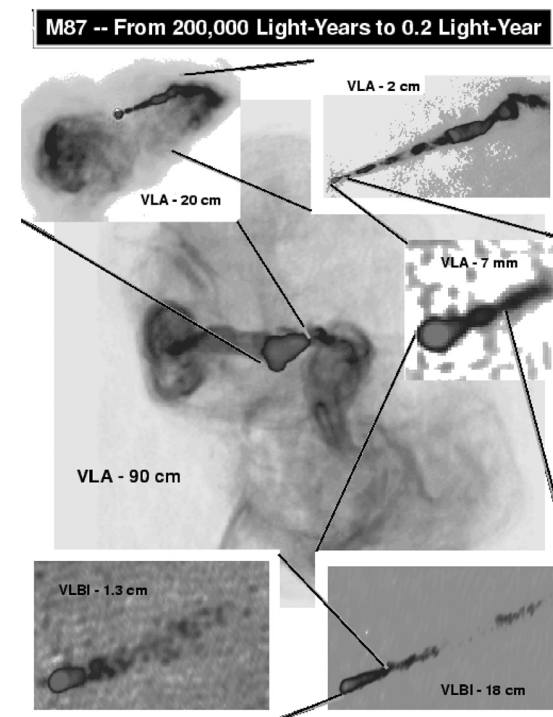


Рис. 4. Радиоизображения источника Дева А с различным разрешением. Радиоизображение на длине волны 90 см позволяет увидеть структуру «пузырей», в которых зарегистрировано рентгеновское излучение. Яркие «перья», излучаемые из внутренних компонент, показывают, что гало является «живым» и подпитывается энергией из центральной черной дыры. Изображения с лучшим разрешением (на 2 см разрешение 2 кпк) позволяют увидеть структуру джета, соединяющего яркое ядро и горячее пятно. На изображении, полученном на 18 см с помощью VLBI системы, длина видимого джета составляет 17 пк, на 1,3 см — 2,5 пк. Размер неразрешенных деталей в точке начала джета составляет 0,1 пк (1/3 св. года), что в 100 раз больше размера черной дыры, питающей эту систему. Рисунок воспроизведен с домашней страницы Национальной радиоастрономической обсерватории США (<http://www.nrao.edu>)

диоисточников могут быть представлены стандартным степенным законом. Эта зависимость в логарифмическом масштабе ($x = \log \nu$, $y = \log S$) описывается прямой линией $y = A + \alpha x$, где ν — частота, и A — некоторый коэффициент. В случае синхротронного механизма излучения спектр будет спадающий. Если спектр возрастает, то он называется инверсионным. Спектр может отличаться от прямой по причине либо различных механизмов поглощения, либо из-за сложной структуры источника, когда разные компоненты дают разный вклад в спектр, либо из-за путаницы с другими

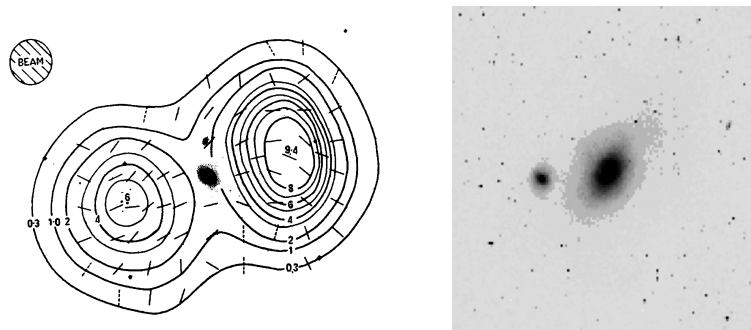


Рис. 5. Слева: радиоизофоты источника Печь А на длине волны 11,3 см по данным Гарднера и Прайса из работы Моффета [6]. Штрихами показано направление вектора поляризации нетеплового континуального радиоизлучения. Справа: Оптическое изображение радиогалактики Печь А по данным DSS

источниками, проявившимися в наблюдениях на других длинах волн. Кроме того, наклон спектра может меняться со временем, как это происходит у переменных радиоисточников. На рис. 6 приведены различные формы непрерывных радиоспектров для некоторых объектов.

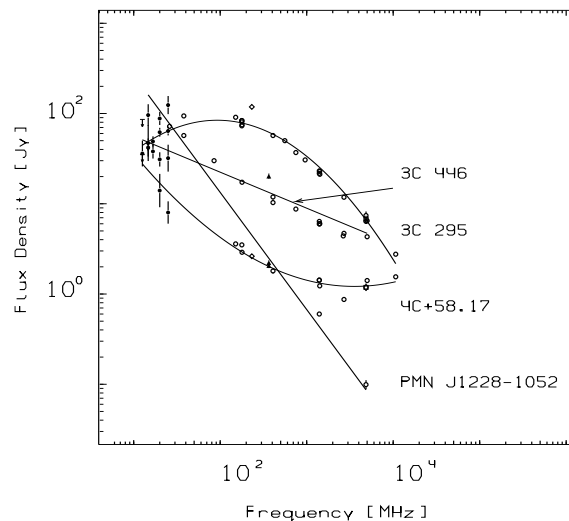


Рис. 6. Пример спектров радиоисточников: 3C 446 — пологий, PMN J1228–1052 — ультракрутой, 4C + 58,17 — вогнутый, 3C 295 — выпуклый

При исследовании радиогалактик существенным моментом является крутизна спектра радиоисточника, определяемая по спектральному индексу.

Спектральный индекс вообще определяется по наклону касательной к непрерывному радиоспектру на заданной частоте в логарифмической шкале. В большинстве работ его определяют либо по данным линейной аппроксимации спектра, либо по двум широко разнесенным частотным измерениям (например, по данным измерений на длинах волн 6 и 21 см или 21 и 85 см). Такой способ хотя и не является абсолютно верным, но дает представительную картину явления. В случае линейной аппроксимации спектр считается крутым, если спектральный индекс $\alpha < -0,5$ и ультракрутым при $\alpha < -1,0$. Спектр считается плоским в случае, когда $0 > \alpha > -0,5$ ($S \sim \nu^\alpha$).

С самого начала внегалактической радиоастрономии изучение статистических свойств спектральных индексов занимало важное место в исследованиях. Так, было обнаружено, что для радиоисточников низкочастотных обзоров спектры более слабых радиоисточников в среднем круче, чем у сильных радиоисточников [12–15]. Увеличение среднего значения спектральных индексов радиоисточников с уменьшением их потоков связывалось с увеличением среди них числа радиоисточников с более крутым спектром. На наличие корреляции между спектральными индексами радиоисточников и их потоками указывалось и ранее [16, 17].

Другая статистическая корреляция, близкая зависимости «спектральный индекс — радиосветимость», дается соотношением «спектральный индекс — красное смещение». Это соотношение является одним из ключевых при поиске и исследовании далеких радиогалактик, к чему мы еще вернемся ниже. Как было обнаружено, средний спектр для внегалактических источников круче, чем для галактических, в то время как для неотожествленных источников он еще круче. Похожие идеи в дальнейшем были развиты в работах Блюментала и Майли [18] и Тайленса и др. [19]. Они стали важным селекционным фактором выделения далеких радиогалактик у ряда групп [20–29].

Проверьте
подпись к
рис. 7 в связи
с ч/б гаммой.

Морфологическая классификация радиогалактик

При изучении распределения радиояркости у галактик можно выделить различные морфологические особенности:

- ядро — компактная структура, неразрешимая на масштабах размером $< 0,5''$, совпадает с ядром в оптике, имеет плоский или сложный радиоспектр;
- протяженные структуры (radio lobes) — протяженные области радиоизлучения, в основном, с крутым радиоспектром, могут иметь релятивистское уярчение/ослабление;
- джеты (струи) — тонкие и конусообразные структуры, связывающие ядро с внешними областями;
- горячие пятна (hot spots) — максимумы интенсивности, расположенные во внешних пределах протяженных структур радиоисточников;
- узлы — области уярчения в джетах;
- гало — протяженная область радиоизлучения (радиококон), окружающая радиогалактику (например, как у радиогалактики Дева А).

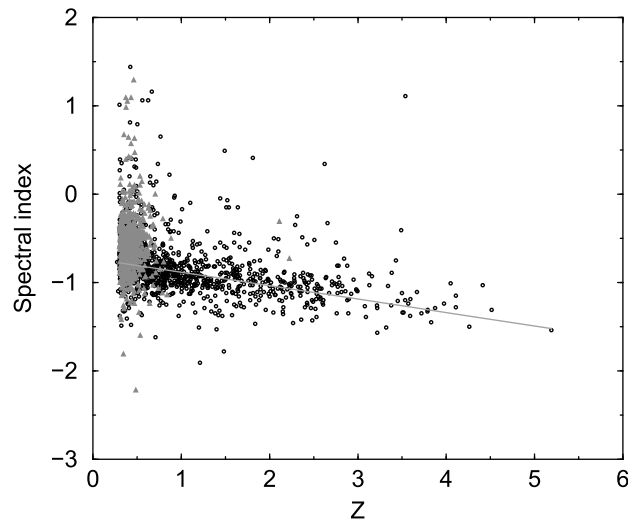


Рис. 7. Зависимость $\alpha(z)$ («спектральный индекс — красное смещение») для выборки 2442 далеких ($z > 0,3$) радиогалактик [30]

Кроме приведенных морфологических особенностей, есть и другие, такие как перья, хвосты, мосты.

Используя особенности структуры и распределения радиояркости для 57 объектов каталога 3CR, Фанарев и Райли [31] ввели классификацию протяженных радиоисточников, разбив их на два класса. Первый тип радиогалактик (FR I) имеет распределение радиояркости, спадающее к краям источника (рис. 8), второй тип (FR II) имеет распределение, концентрирующееся преимущественно в боковых компонентах с горячими пятнами. Говоря более строго, разделение на два класса происходит с использованием параметра R_{FR} — отношения расстояния между областями наибольшей поверхностной яркости на противоположных концах галактики или квазара к полной протяженности источника до слабейшей изофоты на карте. Источники с $R_{FR} < 0,5$ были отнесены Фанаревым и Райли к первому классу, а источники с $R_{FR} > 0,5$ — ко второму классу. Было также обнаружено, что почти все источники со светимостью

$$L(178 \text{ МГц}) \leq 2 \times 10^{25} h_{100}^{-2} \text{ Вт Гц}^{-1} \text{ ср}^{-1}$$

относились к первому классу, в то время как более яркие источники относились ко второму классу. Граница по светимости между ними не всегда строгая и существуют перекрытия в светимости объектов, отобранных как FR I и FR II на основании их структуры.

Источники типа FR I часто (но не всегда) отождествляются с яркими большими галактиками (E, D или cD), которые имеют более плоские

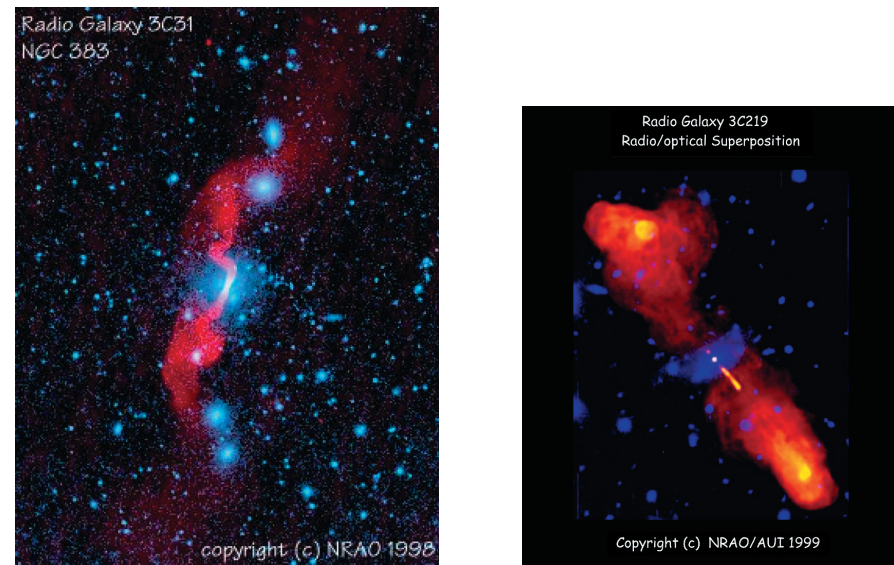


Рис. 8. Слева: изображение радиогалактики 3C 31, относящейся к классу FR I. Справа: изображение радиогалактики 3C 219, относящейся к классу FR II. Рисунки воспроизведены с сайта <http://www.cv.nrao.edu/~abridle/images.htm>

профили в радиальном распределении яркости, чем средняя эллиптическая галактика. Эти объекты часто располагаются в богатых скоплениях с рентгеновским газом. Если галактика движется через скопление, то газ может сноситься назад и изменять радиоструктуру лобовым давлением, что объясняет причины появления источников с узкоугольным или широкоугольным хвостом среди объектов этого класса.

Источники типа FR II в основном отождествляются с гигантскими эллиптическими галактиками. Средняя абсолютная величина $\langle M_R \rangle = -21,8$ ($H_0 = 100 \text{ км сек}^{-1} \text{ Мпк}^{-1}$) несколько ярче значения M_* в функции светимости галактик Шехтера [32], на которой численная плотность галактик начинает показывать экспоненциальный спад. Благодаря большим различиям в природе родительских галактик и окружения источников типа FR I и FR II, их вполне можно было бы рассматривать как различные типы объектов, не связанные друг с другом одной эволюционной последовательностью. Однако это заключение не подтверждается при рассмотрении бивариационной классификации, основанной на диаграмме «радиомощность — звездная величина».

Классификация радиогалактик по Фанареву и Райли зависит от радиосветимости: большинство галактик ярче, чем $2 \times 10^{25} h_{100}^{-2} \text{ Вт Гц}^{-1} \text{ ср}^{-1}$ на 178 МГц, являются источниками типа FR II, в то время как источники с меньшей светимостью принадлежат классу FR I. Разделение между дву-

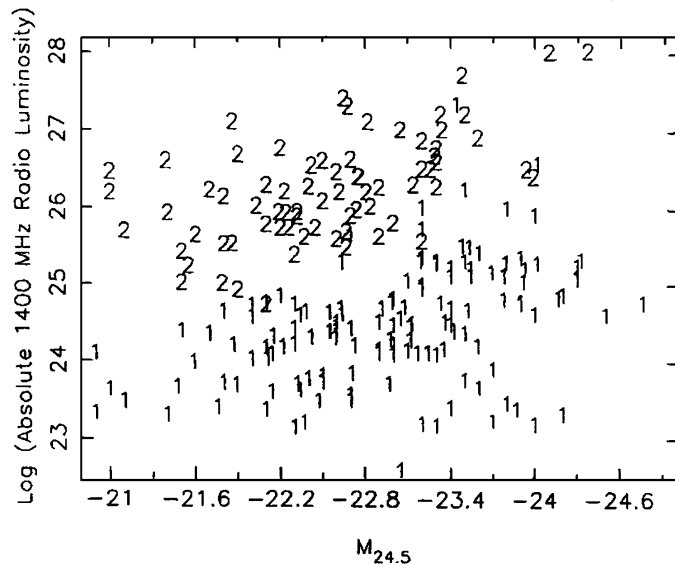


Рис. 9. Бивариационная классификация радиогалактик, предложенная Оуэном и Ледлоу [33]. По осям отложены абсолютная звездная величина в фильтре R (в системе величин $M_{24.5}$) и радиосветимость на частоте 1400 МГц

мя классами становится очевиднее, если рассматривать распределение этих объектов в зависимости от двух параметров: радиосветимости и от оптической абсолютной звездной величины. Как видно из рис. 9, оба типа галактик распределены в широком диапазоне значений оптической светимости. Более яркие радиогалактики имеют тенденцию попадать в область FR II галактик, хотя разделение между множествами по оси радиосветимости не строгое. Тем не менее, ясно наблюдается диагональное разделение типов, которое показывает, что радиосветимость на границе между классами растет вместе с оптической светимостью. Если двумерное распределение точек спроектировать на ось радиосветимостей, оба типа галактик остаются разделенными, хотя и с небольшим перекрытием на границе. Граница имеет наклон — это говорит о том, что разные классы объектов «знают» о существовании друг друга. И указывает на то, что классы связаны, т. е. могут принадлежать одной эволюционной последовательности.

3. Космология

Перед тем, как перейти к космологическим тестам, отметим два момента. (1) В эпоху точного измерения флуктуаций реликтового излучения, и, следовательно, точных значений космологических параметров [34], возникает вопрос, нужно ли проводить новые проверки космологической модели,

когда космология решена. Здесь полезно напомнить, что детали модели (например, связанные с эпохой реионизации или формированием карликовых галактик-спутников) требуют дополнительных исследований. (2) Даже когда мы знаем космологическую модель, может оказаться, что существуют пропущенные параметры, определяемые по независимым измерениям, как это случилось с плотностью темной энергии в конце прошлого века. Поэтому мы говорим, что установленная космологическая модель должна быть *согласованной*. Именно здесь помогут независимые космологические тесты.

Принятая сейчас стандартная космологическая модель базируется на нескольких фундаментальных фактах:

- химический состав Вселенной: $\sim 75\%$ H, $\sim 25\%$ He, + 0,01% (Li + все остальное);
- существует реликтовое излучение и его флуктуации;
- имеется крупномасштабная структура Вселенной;
- Вселенная расширяется, ускоряясь.

Все эти факты описываются в рамках космологической модели Λ CDM с доминированием темной энергии (Λ -член) и холодной темной материи (Cold Dark Matter — CDM). При этом возможны расширения модели, задаваемые дополнительными параметрами [34]. Таким образом, современные тесты призваны проверить стандартную Λ CDM-космологическую модель на согласованность с независимыми наблюдательными данными.

3.1. Радиогалактики как космологические реперы

Для исследования свойств Вселенной в различные эпохи целесообразно использовать объекты с одинаковыми (или предсказуемыми) свойствами на различных красных смещениях. Одни из наиболее подходящих типов объектов — радиогалактики. Как отмечал Джим Кондон в 1990-х гг., практически все далекие радиогалактики уже зарегистрированы в обзоре GB6 (6 см, 18 мЯн) [35]. И это вполне объяснимо. Особенность возникновения мощных радиогалактик связана с быстрым формированием сверхмассивных черных дыр (СМЧД), обеспечивающих зажигание яркого источника в результате мерджинга. Причем наличие СМЧД с массами $> 10^8 M_{\odot}$ на $z \sim 6$ и прямой (но нелинейной) связи между массой ЧД и светимостью радиогалактики предоставляет возможность наблюдать такие галактики на существующих земных телескопах.

Области мерджинга, как правило, находятся в сформировавшихся или формирующихся скоплениях галактик, и таким образом по положению далеких радиогалактик определяются узлы крупномасштабной структуры на больших z . То есть радиогалактики могут использоваться как реперные точки в различные космологические эпохи. Самая далекая известная радиогалактика имеет красное смещение $z = 5,19$ [36]. И по оценкам авторов имеет центральную ЧД массой порядка $\sim 10^9 M_{\odot}$. Кроме того, у нее имеется звездное население, соответствующее эллиптической галактике. Отметим, что галактики как звездные системы достаточно уверенно обнаружены уже

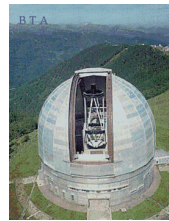


Рис. 10. Крупные телескопы, участвующие в наблюдениях по программе «Большое Трио». Слева: радиотелескоп РАТАН-600 (САО РАН). В центре: радиотелескоп VLA (НРАО, США). Справа: оптический 6-метровый телескоп БТА (САО РАН). Рисунки воспроизведены с сайтов обсерваторий: <http://www.sao.ru> и <http://www.nrao.edu>

на $z = 8,55$, когда возраст Вселенной составлял 600 млн лет. Например, галактика UDFy-38135539, правда, только с одной отождествленной линией, из работы [37].

3.2. Программа «Большое Трио»

Существует несколько программ селекции далеких радиогалактик для исследования эволюционных свойств как самих объектов, так и Вселенной в целом. Здесь можно упомянуть работы [20–23, 26, 36].

В Специальной астрофизической обсерватории также проводятся исследования по поиску и изучению далеких радиогалактик, объединенные общим названием программа «Большое Трио» [24, 25, 27–29, 38, 39]. Цель программы — исследование радиогалактик, обнаруженных в обзоре «Холод», проведенном на РАТАН-600 [40]. Название программы отражает основные телескопы, с помощью которых проводилось исследование объектов: РАТАН-600, VLA (НРАО, США), БТА САО РАН (рис. 10).

Основные этапы программы «Большое Трио»:

- 1) селекция радиисточников обзора Холод на РАТАН-600 (>10 мЯн, 7,6 см);
- 2) селекция источников с крутыми спектрами по многоволновым измерениям с использованием низкочастотного (365 МГц) каталога Техасского обзора [41];

- 3) селекция по радиоморфологии с помощью VLA: отбор объектов типа FR II как молодых, но уже сформировавшихся галактик;
- 4) отождествление на Паломарском атласе неба (позднее и по другим обзорам: DSS 2, SDSS);
- 5) отождествление, BVRI-фотометрия на 6-метровом телескопе БТА;
- 6) спектроскопия на БТА;
- 7) определение физических характеристик (расстояния, размеры, энергия релятивистских частиц и магнитного поля, ожидаемый поток рентгеновского излучения с учетом комптоновского рассеяния реликтовых фотонов на космических лучах в радиокомпонентах, распределение по красному смещению и по цветовому возрасту звездного населения, оценка момента формирования родительской галактики, оценка массы сверхмассивной черной дыры в их центре, оценка темпов роста ЧД и т. п.).

Одним из самых серьезных результатов программы «Большое Трио» стало обнаружение радиогалактики на красном смещении $z = 4,514$ [29], когда возраст Вселенной составлял 1,3 гигаlet (рис. 11 и 12). Конечно, открытие таких далеких объектов — это результат, с одной стороны, планомерных поисков и тщательной селекции кандидатов, а с другой стороны, несомненной удачи, поскольку исходная выборка радиисточников не особенно велика. Эта радиогалактика является второй по дальности и первой/второй среди очень далеких ($z > 4$) по радиомощности.

Среди важных результатов программы «Большое Трио», кроме открытия радиогалактики на $z = 4,514$, отметим еще несколько [1]:

- 1) по данным наблюдений на РАТАН-600 построены радиоспектры объектов и 10 % (104 источника) из них оказались крутыми; с помощью радиоинтерферометра VLA построены изображения радиисточников с секундным или с субсекундным разрешением;
- 2) проведены оптические отождествления радиисточников с крутыми спектрами с объектами Паломарского атласа неба и глубоких снимков 6-метрового телескопа САО РАН; для пяти десятков объектов (в основном, ярче 22^m) измерены красные смещения;
- 3) подготовлен атлас оптических и радиоизображений радиогалактик и квазаров RC-каталога;
- 4) по фотометрическим данным и синтетическим моделям спектров оценены возрасты звездных систем и z их образования;
- 5) с использованием дополнительных фотометрических данных на малых красных смещениях ($z < 1$) для эллиптических галактик и на больших красных смещениях ($z > 1$) для радиогалактик других каталогов построена зависимость «возраст объекта — красное смещение» $t(z)$, с помощью которой оценены космологические параметры H_0 и Ω_Λ .

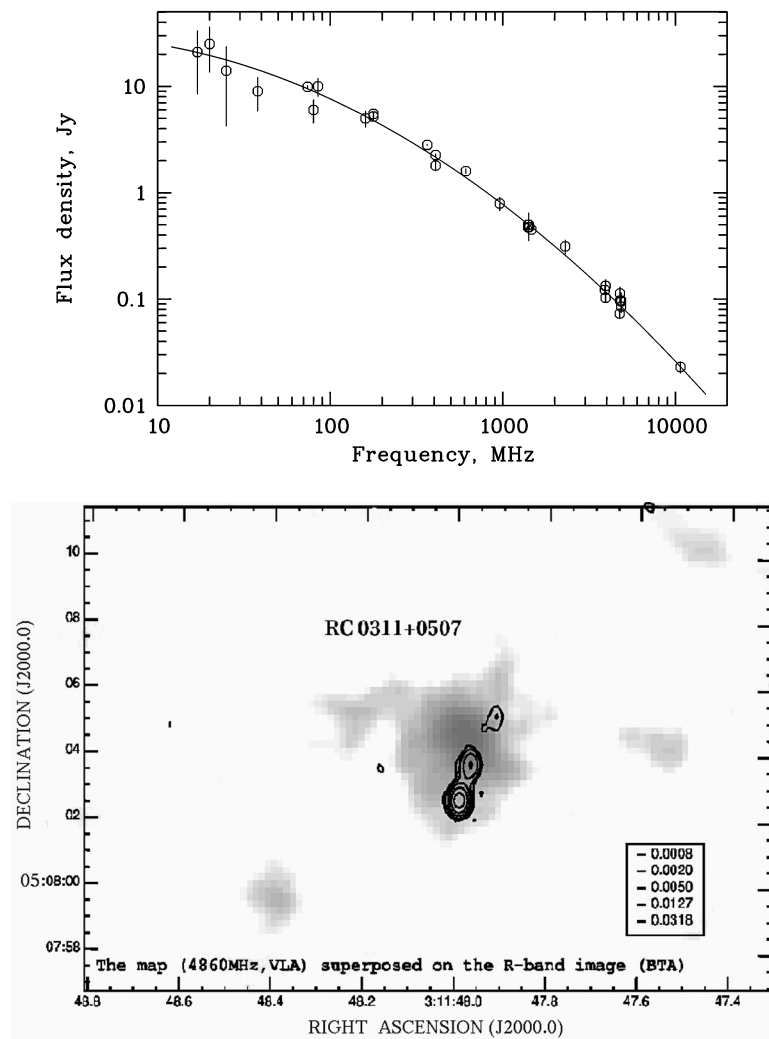


Рис. 11. Сверху: радиоспектр RC J0311+0507 по данным, накопленным к 2005 г. Спектральный индекс равен 1,31 в диапазоне частот 365–4850 МГц. Уплотнение спектра к низким частотам указывает на компактность компонент радиосточника. Снизу: наложение полученного на VLA в 1985 г. на частоте 4860 МГц изофотного изображения радиосточника RC J0311+0507 на изображение родительской галактики в фильтре *R* по данным БТА 1995 г. Рисунок воспроизведен из работы [29]

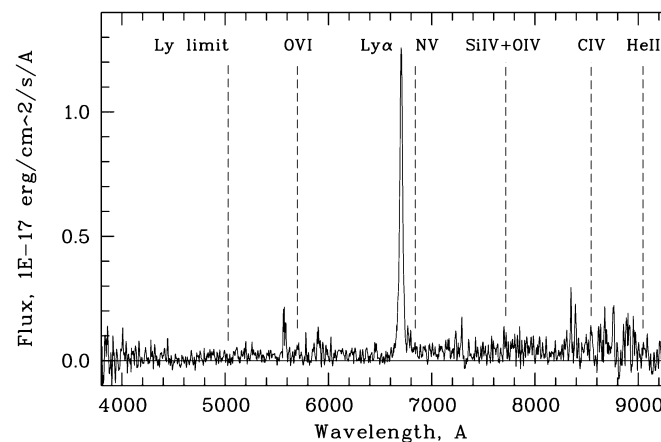


Рис. 12. Оптический спектр родительской галактики радиосточника RC J0311+0507. В центре — узкая и мощная линия, которая отождествляется с Ly α 1216 A. Пунктирными линиями показаны ожидаемые положения типичных для далеких радиогалактик эмиссионных линий. Другие детали спектра — остаточный эффект сильных линий атмосферного происхождения после вычитания спектра ночного неба. Рисунок воспроизведен из работы [29]

3.3. Космологические тесты

Стандартная линейка

Размер источника в зависимости от красного смещения является одним из наиболее часто используемых тестов в области наблюдательной космологии. Если мы знаем физический размер объекта, то зависимость углового размера $d_A(z)$ такого объекта, наблюдаемого на различных красных смещениях, характеризует динамику расширения Вселенной. У радиогалактик, являющихся эволюционирующими радиоисточниками, в качестве стандартной линейки можно использовать две предельных величины: (1) размер ядра радиогалактики, определяемый в конечном итоге размером или массой сверхмассивной черной дыры, или (2) максимальный размер, определяемый скоростью и временем разлета струй из ядра галактики.

Комбинируя данные различных экспериментов, можно с относительно высокой точностью определить космологическую модель. По такому пути пошли авторы работы [42], объединив данные об угловых масштабах миллисекундных радиоисточников, теоретически характеризующих размер ядра, пятен флуктуаций реликтового излучения (размер горизонта на $z = 1100$ для пятен на $\ell = 220$), а также данные о светимости сверхновых, пересчитанной в соответствующий угловой масштаб шкалы радиоисточников (рис. 13). Это можно сделать, используя зависимость $H(z)$.

Полученная диаграмма позволяет проводить совместные оценки космологических параметров, получаемых при анализе данных принципиально независимых экспериментов. Выборка радиоисточников содержит 613 объектов, отобранных в базе данных NED (NASA Extragalactic Database) как имеющие миллисекундные размеры и известное красное смещение. Используя построенную диаграмму, можно совместно решить уравнения для расстояния $d_A(z)$:

$$d_A(z) = \frac{1}{1+z} \frac{c}{H_0} \int_{t(z)}^{t_0} \frac{dt}{x(t)}$$

и для данных реликтового излучения. В результате авторы получают следующие оценки значений параметров: плотность материи $\Omega_m = 0,303_{+0,025}^{-0,022}$, плотность темной энергии $\Omega_\Lambda = 0,694_{+0,030}^{-0,033}$, параметр кривизны $K = 0,013_{+0,012}^{-0,012}$. Отметим интересный момент, заключающийся в плавной стыковке масштабов. В этом имеется некоторый символический смысл объединения разных подходов радиокосмологии в одной диаграмме.

В случае использования некомбинированных данных, можно говорить лишь о непротиворечивости (согласованности) модели с наблюдениями. Так, например, Гурвиц и другие [43], используя стандартное соотношение для зависимости «угловой размер θ — красное смещение z радиоисточника», оценивали параметр замедления q_0 в модели вселенной с замедляющимся расширением. Авторы исследовали соотношение для однородной и изотропной модели ($q_0 > 0$) с космологической постоянной $\Lambda = 0$. По данным

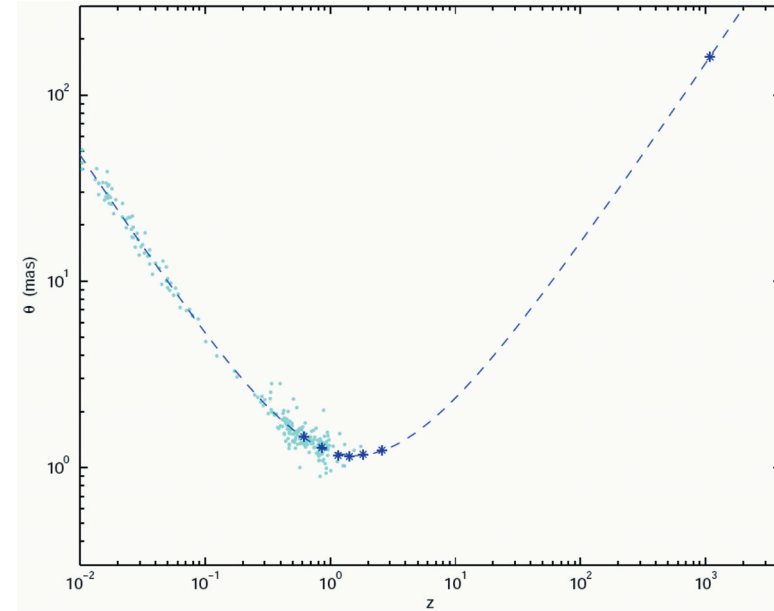


Рис. 13. Диаграмма «угловой размер — красное смещение». Каждая светлая звездочка — бин (шаг осреднения), содержащий 77 миллисекундных (сек. дуги) радиоисточников. Каждая светлая точка обозначает сверхновую, подмененную соответствующим радиоисточником. Верхняя звезда справа на графике показывает акустический горизонт. Рисунок воспроизведен из работы [42]

выборки, содержащей 330 объектов с красным смещением $0,011 \leq z \leq 4,72$, было получено значение параметра замедления $q_0 = -a\ddot{a}/\dot{a}$, где масштабный фактор $a(t)$ определяется как $r(t) = a(t)r(t_0)$, и t_0 — настоящий момент времени (т. е. $a(t_0) = 1$):

$$r(z) \equiv D(z) = \frac{q_0 z + (q_0 - 1)(\sqrt{1 + 2q_0 z}) - 1}{q_0^2(1 + z)^2}.$$

Также имеем

$$\theta \equiv l_m D^{-1}(z) \propto lhL^\beta (1 + z)^n D^{-1}(z),$$

с четырьмя свободными параметрами: линейным масштабным фактором lh , параметром замедления q_0 и двумя параметрами β и n , имеющими отношение к физике компактных радиоизлучающих областей (n объединяет зависимость линейного размера от космологической эволюции и от частоты излучения и также увеличение размера из-за эффектов распространения в среде). Кроме того, введены метрический размер l_m , расстояние D , светимость источника L . В результате решения системы получаемая оценка параметра $q_0 = 0,21 \pm 0,30$.

Позднее Чен и Ратра [44] для тех же данных использовали модели вселивной, одна из которых включает два параметра: плотность Ω_0 и плотность темной энергии Ω_Λ ; другая описывается скалярным полем темной энергии, которое определяется зависимым от времени Λ -членом. Авторы минимизировали сумму квадратов невязок для 12 интервалов (бинов) красных смещений, используемых Гурвицем и др. [43]:

$$\chi^2(l, P) = \sum_{i=1}^{12} \left[\frac{\theta(l, P, z_i) - \theta_{obs}(z_i)}{\sigma_{z_i}} \right]^2,$$

где $\theta_{obs}(z_i)$ и σ_{z_i} — наблюдаемые угловые размеры и ошибки для 12 бинов, l — физическая длина, P — набор космологических параметров (например, Ω_0 и Ω_Λ). Авторы показали, что используемые данные по размерам источников согласуются с результатами оценок параметров Ω_0 и Ω_Λ из соотношения «величина — красное смещение» для сверхновых типа Ia [45, 46].

Метод оценки параметров по данным радиогалактик, предложенный Хойлом в 1959 г., получил свое развитие в Пенсильванском университете в группе Р. Дэйли (Ruth Daly). В новом подходе используется скорость распространения струи радиогалактики и, соответственно, скорость увеличения размеров радиоисточника [47]. Авторы построили выборку из 70 радиогалактик. Основная идея метода базируется на том, что размер может быть оценен, с одной стороны, как средний размер $\langle D \rangle$ полной популяции мощных протяженных радиогалактик на данном красном смещении, с другой стороны, как средний размер D_* данного источника на данном красном смещении, достигаемый при расширении объекта за время t_* . Если полное время, в течение которого источник выбрасывает джеты с мощностью L_j , есть t_* , то средний размер этого источника будет $D_* = v_L t_*$ в предположении, что скорость расширения источника v_L приблизительно постоянна в течение всей его жизни. Скорость v_L оценивается с помощью синхротронного и обратного комптоновского механизмов излучения. Предполагается, что t_* уменьшается с ростом красного смещения, а отношение $\langle D \rangle / D_*$ зависит от космологических параметров Ω_m и Ω_Λ (детали см. в работе [48]). С 90 %-й достоверностью авторы показывают, что $\Omega_m < 0,5$ и квинтэссенция $-2,6 < w < -0,25$. Использование параметра $r(z)$, безразмерного координатного расстояния, определяемого как $r(z)(1+z) = D_L = H_0 d_L$, где d_L — фотометрическое расстояние, может также восстановить динамику расширения Вселенной [49], когда комптоновское охлаждение на фотонах микроволнового фона мало:

$$-q(z) \equiv \ddot{a}a/\dot{a}^2 = 1 + (1+z)(dr/dz)^{-1} d^2 r / dz^2.$$

Параметр $r(z)$ теоретически связан соотношениями (Daly, 2002): $R_* \equiv \langle D \rangle / D_*$, $D_* \propto r^{-6\beta/7+8/7}(k_1 r^{-4/7} + k_2)^{1-\beta/3}$, где k_1 и k_2 — наблюдаемые характеристики [48]. Наблюдаемая протяженность радиоисточника не входит в определение D_* , но входит в определение $\langle D \rangle$. Используя фотометрическое расстоя-

ние, можно скомбинировать данные для сверхновых тип Ia и радиогалактик FR II на одной диаграмме (рис. 14).

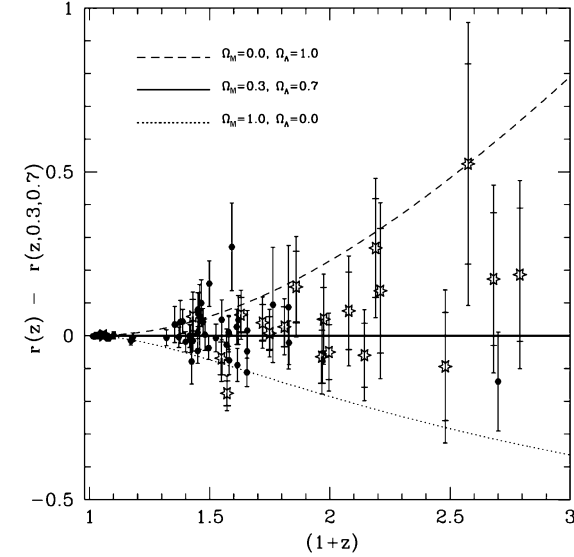


Рис. 14. Невязки между безразмерным координатным расстоянием $r(z)$, построенным с использованием наблюдательных данных, и теоретически ожидаемым во Вселенной с $\Omega_m = 0,3$ и $\Omega_\Lambda = 0,7$, в зависимости от $(1+z)$. Рисунок воспроизведен из работы [49]. Радиогалактики показаны звездами, сверхновые — черными кружками

В этих исследованиях разработана комплексная методика учета многочисленных возможных систематических эффектов и предложена программа расширения ее на большие массивы данных. Для больших красных смещений эта методика не применима в связи с мощным влиянием СМВ-фона на протяженные компоненты FR II-структур. Можно надеяться, что будет развит альтернативный метод для объектов, где доминируют потери на реликтовом фоне. Отметим, что все методы оценки параметров из соотношения $\theta - z$ имеют проблемы, связанные с эволюционными эффектами.

Большое разнообразие форм радиоисточников для масштабов порядка килопарсека затрудняет точное измерение параметров. Для масштабов порядка парсека необходимо иметь представление о механизме радиоизлучения, определяющем реальный размер активного ядра. Тем не менее, существует набор стандартных параметров, поддающихся измерению и описывающих центральную машину, таких как масса центральной черной дыры, скорость аккреции, угловой момент и величина магнитного поля. Это позво-

ляют надеяться, что предлагаемые подходы оценки космологической модели могут работать.

Стандартная свеча

Проблемы применения стандартной свечи близки к описанным в начале предыдущего раздела, посвященному тесту «Стандартная линейка». Радиоисточники эволюционируют, и довольно сложно установить, на каком этапе находится исследуемая радиогалактика. Радиосветимость объекта зависит и от массы центральной ЧД, и от темпа аккреции, и от типа мерджинга, и от времени жизни радиоисточника. В принципе, зная функцию светимости радиогалактик, с учетом эдингтоновского предела можно было бы оценить число объектов с максимально возможной мощностью на заданном красном смещении. Тогда, отобрав в заданных интервалах z объекты с максимальной радиосветимостью, можно было бы построить шкалу расстояний. Проблема лишь «за малым»: желательно иметь полную выборку радиогалактик на небе и знать функцию светимости. В этой категории тестов радиогалактики сильно проигрывают сверхновым Ia. Однако они представляют интерес в другом цвете. Не «замыкаясь» на радиосветимости, рассмотрим светимость радиогалактик в оптическом диапазоне.

Как мы уже говорили выше, мощные радиогалактики отождествляются с гигантскими эллиптическими галактиками. Такие объекты имеют сравнительно однородное, пассивно эволюционирующее звездное население, которое довольно легко описывается эволюционными треками. Кроме того, если гигантские эллиптические (gE) галактики, являясь центральными галактиками скоплений, возникали приблизительно в одну космологическую эпоху, то они должны иметь схожую историю звездообразования и таким образом являться стандартом в постреинизационный период эволюции Вселенной. В качестве основного зонда в ранние эпохи ($z > 1$) для поиска gE-галактик как раз и используются радиогалактики. Основным тестом здесь является тест «инфракрасная звездная величина — красное смещение» (диаграмма Хаббла для K-величины « $K-z$ »). В применении к радиогалактикам он чувствителен как к эволюции их звездного населения, так и к выбору космологической модели [50]. Для малых и умеренных красных смещений ($z < 1,5$) результаты отождествлений показывают, что родительскими галактиками для мощных радиоисточников являются массивные эллиптические галактики [51]. Звездные величины в ближнем ИК-диапазоне показывают, что, используя радиогалактики, можно до больших красных смещений (вплоть до $z = 5$) проследить формирование наиболее массивных звездных систем [52, 53]. Сильная корреляция K-величины с красным смещением была обнаружена еще для выборки радиогалактик каталога 3CRR [54]. Позднее Уиллотт и др. [55], исследовав в ближнем ИК-диапазоне выборку 49 радиогалактик из каталога 7C и добавив объекты каталогов 6C и 3CRR, построили диаграмму Хаббла в ближнем ИК (соотношение $K-z$) для 205 радиогалактик в диапазоне красных смещений $0,05 < z < 4,4$, подтвердив и уточнив наблюдаемую

зависимость. Авторы аппроксимировали данные измерений полиномом второго порядка и получили зависимость

$$K = 17,37 + 4,53 \log_{10} z - 0,31(\log_{10} z)^2,$$

которая поддерживает модель пассивно эволюционирующей галактики с мгновенным звездообразованием, сформировавшейся на красном смещении $z_f \approx 10$ и имеющую светимость порядка $3L_*$ в современную эпоху. Среднеквадратичное отклонение от аппроксимирующей кривой — 0,58 величины вплоть до красных смещений $z = 3$. Таким образом, диаграмма «K-величина — красное смещение» (см. рис. 15), свидетельствует в поддержку отождествления внегалактических радиоисточников с эллиптическими галактиками.

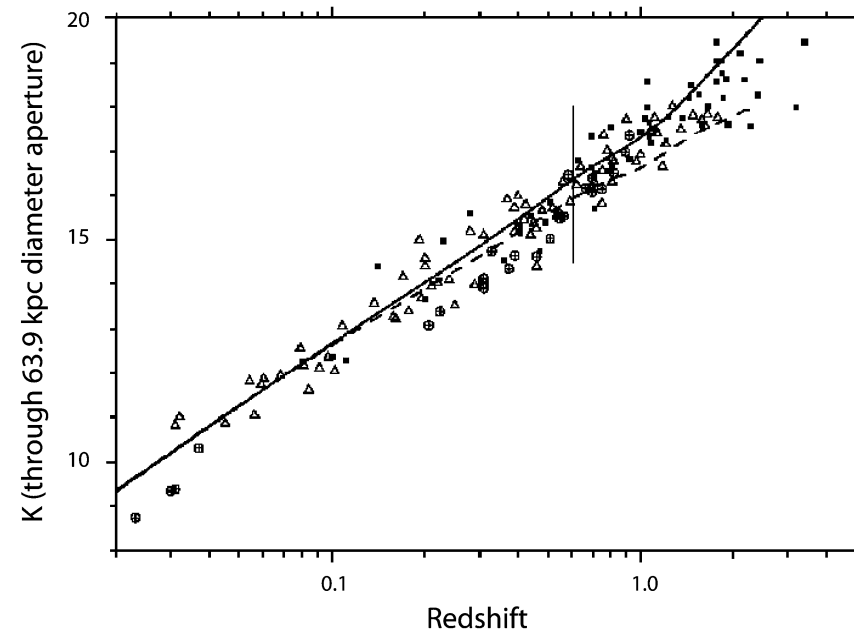


Рис. 15. Диаграмма Хаббла для K-величины для радиоисточников каталога 3CR. Сплошная и штриховая линии показывают эволюционные треки для неэволюционирующего и пассивно эволюционирующего звездного населения соответственно. Рисунок воспроизведен из работы Беста и Лонгейера [56]

Природа корреляции в соотношении $K-z$ определяется тем, что светимость звездной компоненты радиогалактик значительно больше, чем не звездной, и соответствует пассивно эволюционирующей популяции эллиптических галактик, сформировавшийся при $z > 5$.

Высокая корреляция $K-z$ может быть использована и для проверки космологических моделей, и для моделей эволюции звездного населения.

Выбрав космологическую модель и применяя диаграмму « $K - z$ », авторы [50] сравнивали предсказанную в модели светимость с реально наблюдаемой. Соответствующая поправка ΔK , задаваемая как функция плотностей Ω_m и Ω_Λ , в комбинации с H_0 используется для оценки правдоподобия выбора параметров. Авторы отмечают, что наблюдаемому соотношению соответствует плоская вселенная (модель Эйнштейна—де Ситтера), а эпоха звездообразования должна лежать в диапазоне красных смещений $5 \leq z \leq 20$.

Подсчет радиисточников

Классическим тестом на эволюцию активных галактических ядер и плотности вещества во Вселенной является подсчет радиисточников, описываемый так называемой кривой « $\log N - \log S$ » — «логарифм числа источников — логарифм плотности потока», в радиообзорах неба. С понижением плотности потока радиисточников, число регистрируемых объектов в площадке увеличивается. В евклидовой модели вселенной, когда объекты распределены однородно и пространство является плоским, число объектов должно расти пропорционально объему, и тогда подсчет более слабых источников соответствует выбору большего пространственного объема. Учет космологического расширения и кривизны пространства вносит поправки в распределение « $\log N - \log S$ ».

В 1966 г. Лонгейр [57], исследуя статистику источников, построил модель их функции светимости и уже в то время предсказал ее обрыв на $z = 4$. Его исследование легло в основу создания современных эволюционных моделей радиисточников. Лонгейр также отметил, что по данным каталога 4С радиисточники имеют изотропное распределение вплоть до $z = 4$.

В настоящее время для описания подсчетов источников используют дифференциальную кривую « $\log N - \log S$ » (рис. 16), определяемую как $n(S)$, где $n(S)dS$ — число радиисточников в диапазоне плотностей потоков от S до $S + dS$ на заданной длине волны. Ее обычно нормируют на коэффициент $S^{5/2}$, пропорциональный дифференциальному числу источников в евклидовой модели [58]:

$$S^{5/2}n(S)dS = \frac{1}{4\pi} \int_0^\infty S^{5/2}\eta(S, z)dzdS,$$

где $\eta(S, z)dSdz$ — полное число источников с плотностями потоков от S до $S + dS$ в диапазоне красных смещений от z до $z + dz$, определяемое как

$$\eta(S, z) = \frac{cA^2(1+z)^\alpha \rho(L, z)}{H_0(1+\Omega_0 z)^{1/2}},$$

где $\rho(L, z)$ — функция светимости радиисточников, $A = 4\pi D^2$ — площадь сферы вокруг источника, содержащей наблюдателя, $\Omega_0 = 2q_0$ — параметр плотности. Пример нормированной дифференциальной кривой подсчетов

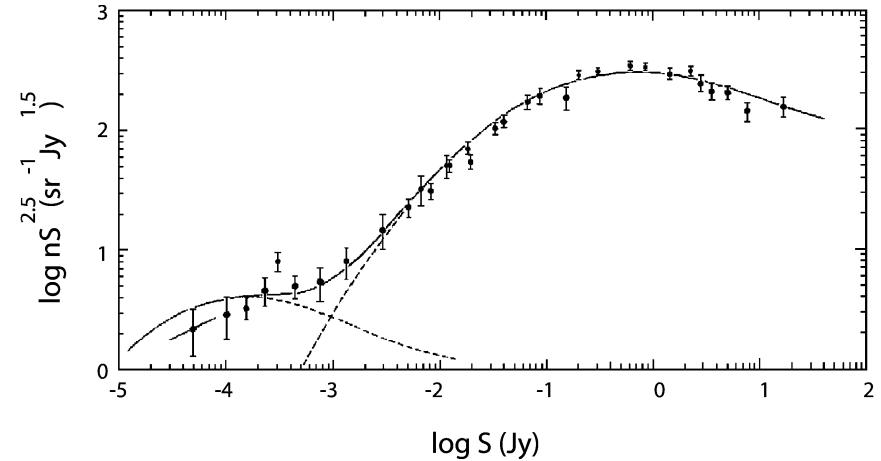


Рис. 16. Нормированная кривая подсчетов радиисточников на частоте 1,4 ГГц. Сплошная кривая представляет наилучшую модельную зависимость с $\Omega_0 = 1$ (плоская вселенная) из работы [58]. Штриховые линии показывают вклад радиисточников, имеющих функцию светимости спиральных и эллиптических галактик. По абсциссе дана плотность потока в Янских, по ординате — логарифм дифференциального подсчета источников, умноженного на $S^{2.5}$ ($\text{sr}^{-1} \text{Ян}^{1.5}$). Если бы Вселенная была статической, зависимость была бы представлена горизонтальной прямой линией. Это означает, что число источников растет с увеличением исследуемого объема пространства пропорционально плотности потока в степени $-3/2$. Для ближайших ярких источников наблюдаемая зависимость напоминает ожидаемую в стационарной вселенной. Затем число источников начинает быстро увеличиваться, а потом падает. Избыток числа источников объясняется эволюцией, а именно более высоким темпом их образования в ранние эпохи на красных смещениях около $2,5 < z < 4$. Рисунок воспроизведен из работы [58]

источников с плотностями потоков S в пределах $30 \mu\text{Ян} \leq S < 60 \text{ Ян}$ на частоте 1,4 ГГц показан на рис. 16.

Зависимость « $\log N - \log S$ » демонстрирует эволюционные особенности радиисточников различных популяций. Область плотностей потоков радиисточников со сравнительно большими красными смещениями лежит в диапазоне от 10 до 100 мЯн для 1400 МГц. Более мощные радиисточники в основном являются квазарами и радиогалактиками на умеренных и не очень больших красных смещениях ($z < 0,5$). Более слабые радиисточники (с плотностью потока $< 1 \text{ мЯн}$) связаны с близкими спиральными галактиками со звездообразованием. Вид распределения « $\log N - \log S$ » подтверждает эволюцию числа радиисточников. Форма кривой описывается функцией, зависящей от параметров H_0 и Ω_0 , и таким образом может являться тестом на выбранную модель вселенной в случае, если хорошо известны эволюционные эффекты популяций радиисточников, дающих вклад в распределение.

Используя эволюционные модели радиисточников различного типа, можно разложить зависимость « $\log N - \log S$ » на распределения соответствующих субпопуляций (рис. 17). Джексон и Уолл [59] провели моделирование функций светимости и выделили семь субпопуляций источников, продемонстрировав их распределение на дифференциальной зависимости « $\log N - \log S$ » на частоте 5 ГГц (рис. 17).

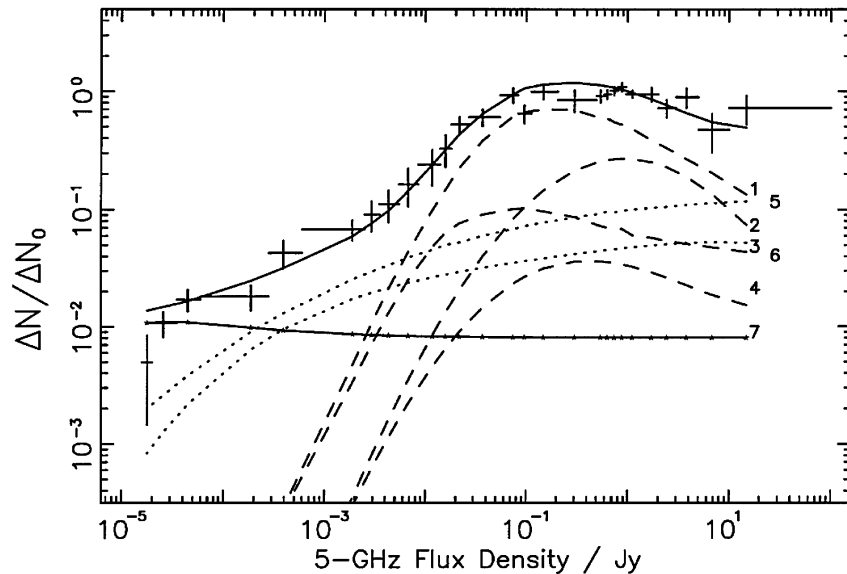


Рис. 17. Дифференциальная кривая подсчетов источников на частоте 5 ГГц. Модель учитывает вклад семи субпопуляций источников: (1) радиогалактики (РГ) и квазары в сильно возбужденном состоянии с крутым радиоспектром (РС), тип FR II; (2) квазары с плоским РС, тип FR II; (3) РГ в слабо возбужденном состоянии с крутым РС, тип FR II; (4) объекты типа BL Lac с плоским РС, тип FR II; (5) РГ FR I с крутым РС; (6) объекты типа BL Lac с плоским РС, тип FR I; (7) галактики малой мощности со вспышкой звездообразования с крутым РС. Подсчеты нормированы к $N_0 = 60(S_5 \text{ ГГц})^{-1.5} \text{ ср}^{-1}$. Рисунок воспроизведен из работы [59]

Отметим, что близкие источники, например галактики малой мощности со вспышкой звездообразования, имеют распределение по плотности потока, соответствующее евклидовой модели, которая описывает локальную вселенную.

Скучивание

Радиогалактики, видимые на больших красных смещениях ($z \sim 4$) и наблюдающиеся в скоплениях галактик, могут быть использованы как инструмент исследования крупномасштабной структуры (Large Scale Structure —

LSS). Несмотря на ослабление оптического излучение поглощающей пылью, эти объекты доступны наблюдениям из-за мощного радиоизлучения и, таким образом, являются эффективным средством поиска далеких сверхскоплений и скоплений галактик и космографии дальней Вселенной (рис. 18).

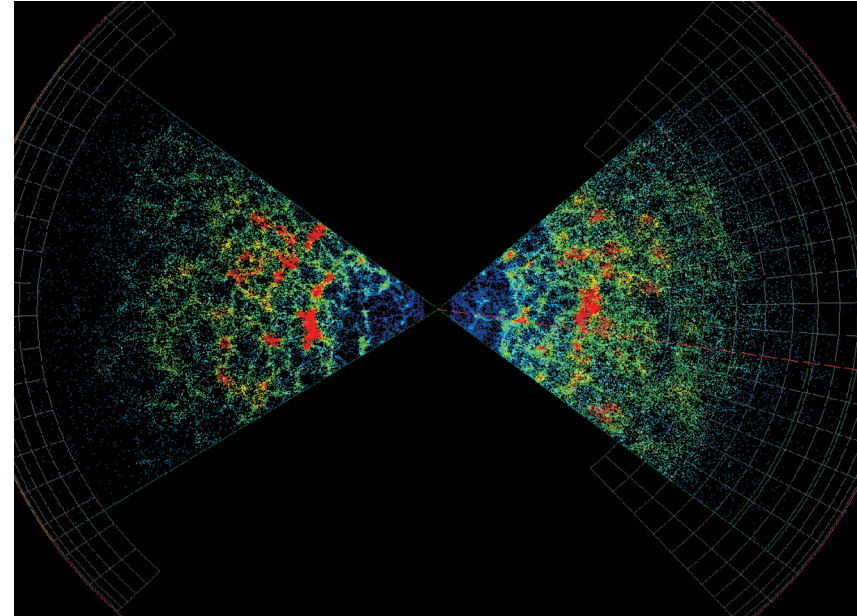


Рис. 18. (Цветную версию см. на вклейке, стр. 461) Крупномасштабная структура Вселенной по данным обзора 2dFGRS. Рисунок воспроизведен с сайта <http://astro.dur.ac.uk>

До появления глубоких радиообзоров больших областей неба радиоастрономам не удавалось обнаружить в распределении радиисточников отражение крупномасштабной структуры. Этому мешал большой разброс красных смещений радиисточников в исследуемых областях при проекции пространственного распределения на сферу. Однако с появлением обзоров VLA, таких как FIRST (Faint Images of the Radio Sky at Twenty centimeters — «слабые изображения радионеба на двадцати сантиметрах» [60]) и NVSS (NRAO VLA Sky Survey — «обзор неба на телескопе НРАО VLA — Very Large Array» [61]), имеющих высокую чувствительность (до 1 и 2,5 мЯн соответственно), удалось обнаружить и исследовать скучивание радиисточников.

Для определения параметров скучивания используется угловая корреляционная функция $w(\theta)$, которая сравнивает наблюдаемое (скупенное) распределение со случайным (нескупенным) на той же площади, измеряя число пар объектов, разнесенных на угол θ . Если $DD(\theta)$ — число пар галактик,

находящихся на угловом расстоянии друг от друга в диапазоне от θ до $\theta + \delta\theta$, а $RR(\theta)$ — число случайных пар с углами разделения в том же диапазоне, то угловая корреляционная функция определяется как

$$w(\theta) = \frac{DD(\theta)}{RR(\theta)} - 1.$$

С другой стороны, пространственная корреляционная функция $\xi(r)$, описываемая степенным законом с наклоном γ и корреляционной длиной r_0 , определяется как [65]

$$\xi(r) = \left(\frac{r}{r_0}\right)^{-\gamma} (1+z)^{-3-\epsilon},$$

где значение индекса кластеризации $\epsilon = 0$ означает сгущение в координатах наблюдателя, $\epsilon = \gamma - 3$ — сгущение в сопутствующих координатах, $\epsilon = \gamma - 1$ описывает рост сгущения в линейной теории [62].

Проекция функции $\xi(r)$ на небесную сферу описывается угловой корреляционной функцией [62]:

$$w(\theta) = a\theta^{1-\gamma}.$$

При проекции на сферу происходит интегрирование по распределению числа радиоисточников по красным смещениям $N(z)$ [63], а z для большинства объектов NVSS и FIRST неизвестно. При выборе значения ϵ , формы распределения $N(z)$ [59, 64] и типа космологической модели (например, $\Omega_0=1$) можно оценить корреляционную длину — параметр r_0 [65]. А наклон функции $w(\theta)$ непосредственно дает параметр γ . До определенных плотностей потоков и угловых размеров, где не сказываются систематические эффекты, удастся исследовать угловую корреляционную функцию [65, 66]. По данным обоих радиобзоров (NVSS и FIRST), обнаружено, что $w(\theta) \propto \theta^{-0,8}$, что дает, в свою очередь, $\gamma \approx 1,8$. Это значение соответствует аналогичным исследованиям в оптическом диапазоне. Общий вид угловой корреляционной функции для каталога NVSS показан на рис. 19.

Из рисунка видно, что вкладом в функцию $w(\theta)$ радиогалактиками размером θ пренебречь нельзя вплоть до углов $\theta < \approx 0.1$, так как на угловых масштабах $\theta \leq 0.1$ угловая корреляционная функция эффективно измеряет распределение размеров радиогалактик, которое и доминирует при определении числа близких пар. На больших масштабах наблюдается эффект сгущения, описываемый степенным законом $w(\theta) = A\theta^{-\alpha}$, где амплитуда сгущения $A \approx 1 \times 10^{-3}$ и коэффициент наклона $\alpha = 0,8$. Блэйк и Уолл [65, 66] отмечают, что эти параметры совпадают для обзоров NVSS и FIRST, не зависят от порога плотности потока и соответствуют пространственной длине сгущения $r_0 \sim 6h^{-1}$ Мпк.

Отметим, что эффект сгущения радиоисточников, обнаруженный в радиодиапазоне, есть отражение исследованной в оптике крупномасштабной структуры и определяется слабыми ($S_{1,4 \text{ ГГц}} \leq 20$ мЯн) и близкими ($z \leq 0,1$)

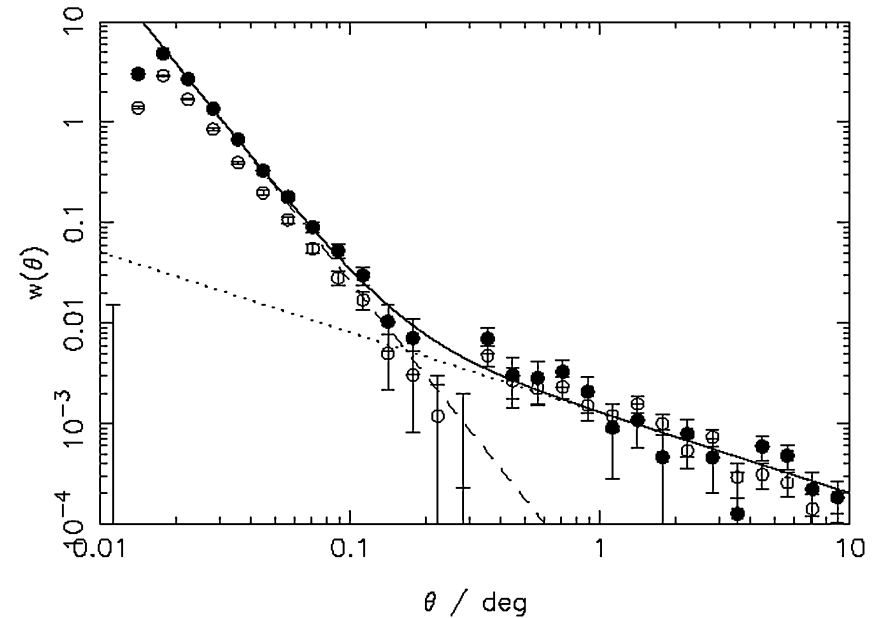


Рис. 19. Результаты измерения угловой корреляционной функции для радиоисточников обзора NVSS с нижними порогами плотностей потоков 20 мЯн (сплошные кружки) и 10 мЯн (полые окружности). Линиями показаны аппроксимирующие кривые разных частей функции $w(\theta)$. Амплитуда $w(\theta)$ на малых углах является результатом вклада многокомпонентных источников и уменьшается с нижним порогом плотности потока вследствие увеличения поверхностной плотности. Параметры составляющей кривой $w(\theta)$ на больших углах θ не зависят от порога плотности потока. Рисунок воспроизведен из работы [66]

объектами. В этом смысле тест на кластеризацию радиогалактик вторичен по отношению к оптическим исследованиям, но он ответил на вопросы, связанные с долгим необнаружением эффекта в радионаблюдениях. Особенности сгущения радиогалактик позволили определить ряд космологических параметров таких, как линейный байес спектра мощности $b_0 = 1,89 \pm 0,27$ и пространственный масштаб сгущения $r_0 \sim 6h^{-1}$ Мпк. Заметим, что тест на сгущение является и тестом на эволюцию, так как использует распределение радиоисточников в зависимости от красного смещения.

Гравитационное линзирование

Открытие предсказанных Эйнштейном гравитационных линз дало мощный толчок методике измерения космологических параметров и поиска далеких объектов. А радиогалактики были одними из первых объектов, которые применялись в качестве зондов при поиске гравитационных линз. Это свя-

зано и с тем, что родительские галактики являются, в основном, самыми массивными галактиками скоплений, а также с тем, что радиогалактики находятся в скоплениях галактик — объектов, наиболее сильно искривляющих пространство. Одним из наиболее примечательных событий радиоастрономии явилось открытие первого эйнштейновского кольца (рис. 20) при исследовании на радиотелескопе VLA радиогалактик MIT-обзора [67].

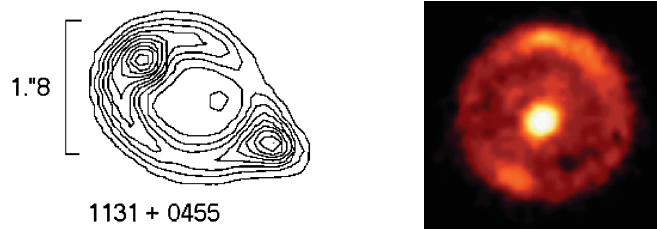


Рис. 20. Гравитационные линзы типа «эйнштейновское кольцо» в радиодиапазоне. Слева: радиисточник MG 1131+0456. Рисунок построен по данным обзора MIT—VLA [67], любезно предоставленным А. Флетчером и Б. Берком. Справа: радиисточник JVAS B 1938+666 (из работы [71]). Особенностью этой гравитационной линзы, в частности, является существования рядом участвующей в линзировании темной галактики-спутнике, определяемой только по гравитационному искажению света [72]

Радиоморфология такого источника показывает симметричный случай гравитационного линзирования, при котором линзируемый источник растягивается в кольцо. Очевидная легкость при проведении морфологической селекции (как в радио, так и в оптическом диапазонах) и сравнительно высокая статистическая вероятность обнаружения позволили отработать методику поиска этих объектов (например, тот же MIT-обзор [67] или завершившийся обзор CLASS — «Cosmic Lens All Sky Survey» [68]).

Поисковые обзоры гравитационных линз имеют космологическое приложение (например, [69]). При наличии большого массива статистических данных, оценка космологических параметров может быть произведена [70] путем вычисления вероятности $p(z, \Omega_m, \Omega_\Lambda)$ того, что источник на красном смещении z сильно линзирован. Тогда можно найти число линзируемых объектов

$$N = \sum_i p(z_i, \Omega_m, \Omega_\Lambda) B(L_i, z_i) g(\Delta\theta, \Delta f) \equiv \sum_i \tau(z_i),$$

где $B(L_i, z_i)$ — так называемый «байес усиления» («magnification bias») [69] для радиисточника на красном смещении z со светимостью L , $g(\Delta\theta, \Delta f)$ — функция селекции, связанная с возможностью разделения изображений $\Delta\theta$ и отношением потоков Δf компонент сильно линзируемых источников, i — индекс (номер) источника в выборке. Строя функцию правдоподобия

на основе статистики линзируемых радиоисточников и минимизируя ее, удастся оценить разность параметров $\Omega_m - \Omega_\Lambda$, а в предположении существования скалярного поля — оценить $\Omega_x - w$, где в уравнении состояния $w = P_x/\rho_x$ P_x и ρ_x соответственно обозначают давление и плотность скалярного поля. Оценки, полученные в обзоре CLASS, показали [68], что для плоской вселенной с классической космологической постоянной доля материи составляет $\Omega_m = 0,31^{+0,27}_{-0,14}$ (68% $^{+0,12}_{-0,10}$), а для плоской вселенной с уравнением состояния для темной энергии — $w < -0,55^{+0,18}_{-0,11}$ (68%).

Гравитационные линзы на настоящий момент являются одним из наиболее важных независимых тестов при исследовании космологических параметров плотности. Кроме того, фокусируя и усиливая проходящее возле них излучение, они позволяют обнаружить далекие объекты, недоступные для наблюдения с помощью существующих инструментов. Таким образом, наряду с предоставлением возможности измерения параметров, линзы являются «гигантскими космическими телескопами» для исследования очень далекой Вселенной.

Возраст звездных систем

Возраст галактики может быть использован для построения независимого наблюдательного теста для оценки динамики расширения Вселенной. Если мы знаем эпоху возникновения галактик и можем измерить ее возраст age_{gal} по составу звездного населения, то можем и оценить возраст Вселенной t на заданном красном смещении z_{obs} :

$$\text{age}_{\text{gal}} = t(z_{\text{obs}}) - t(z_c) + \alpha t(z_c),$$

где параметр α характеризует типичный возраст звезд в долях возраста Вселенной, т. е. так называемую эпоху коллапса [73], z_c — красное смещение момента завершения звездообразования. Пикок [73] отмечает, что для эллиптических галактик в настоящую эпоху только по соотношению «цвет — величина» удастся теоретически описать эффект удвоения массы за счет слияния галактик, начиная с момента завершения звездообразования. Этому соответствует величина коэффициента $\alpha \simeq 0,3$.

Возраст галактик также характеризует эволюцию вещества во Вселенной в целом, активности ядер галактик и связанными с ними сверхмассивными черными дырами. Так, например, обнаружение радиогалактики TN J0924–2201 с красным смещением $z = 5,19$ [36] показало, что для массивной черной дыры, обеспечивающей активность галактики при возрасте Вселенной около 1 млрд лет, требуется очень быстрый и эффективный процесс ее образования [74]. Другая интересная проблема связана с существованием очень старого звездного населения на больших красных смещениях [75], которая как раз решается в космологии с Λ -членом. Загадка, связанная с быстрым формированием гигантских эллиптических галактик, решается в иерархической схеме в рамках модели Λ CDM, когда галактики типа gE быстро вырастают в результате слияния сотен мелких галактик при $z \sim 10 \div 13$

[76], что было показано в вычислительном эксперименте Millenium, использующем расчеты для 2160^3 частиц.

Для оценки возраста звездной системы требуются фотометрические измерения и знание распределения энергии в спектре (Spectral Energy Distribution — SED) эллиптических галактик, определяемого составом звездного населения. Оценка возраста галактики производится выбором оптимальной модели SED, соответствующей фотометрическим данным [39]. Тогда, используя максимальный возраст галактик на заданных z , можно построить огибающую $t(z)$, характеризующую возраст Вселенной в эпоху z и динамику ее расширения, описываемую параметрами плотности:

$$t(z) = H_0^{-1} \int_z^\infty \frac{d\tilde{z}}{(1 + \tilde{z})h(\tilde{z})},$$

где

$$h(\tilde{z}) = [\Omega_\gamma(1 + \tilde{z})^4 + \Omega_m(1 + \tilde{z})^3 - (\Omega_0 - 1)(1 + \tilde{z})^2 + \Omega_\Lambda]^{1/2}.$$

В работе [77] были сделаны оценки космологических параметров H_0 и Ω_Λ по фотометрическим данным для трех выборок галактик: радиогалактик программы «Большое Трио», радиогалактик с $z > 1$ [78] и эллиптических галактик из скоплений Эйббла с $z < 1$ [79]. Расчет параметров проводился для оценок возраста звездных систем для двух эволюционных моделей SED: PEGASE [80] и GISSEL98 [81]. Подгонка функции $t(z)$ под анализируемые данные производилась с помощью вариации четырех параметров (H_0 , Ω_m , Ω_Λ , B). Для аппроксимации данных весь диапазон красных смещений разбивается на равные интервалы (бины) с шагом $\Delta z = 0,2$ или $0,3$, и в каждом из бинов определяется максимальное значение возраста. Для найденных максимумов строится огибающая кривая $t(z)$, а сумма квадратов невязок определяет четырехпараметрическую функцию правдоподобия. Результаты подгонки параметров приведены в табл. 1, в которой даны параметры аппроксимационных кривых для интервалов $\Delta z = 0,2$ и $0,3$ для обеих моделей звездного населения. Результаты аппроксимации для модели эволюции звездного населения GISSEL демонстрируются рис. 21 и табл. 1.

Таблица 1

Двухпараметрическая подгонка космологических параметров для $t(z)$ для аппроксимационных кривых с бинами $\Delta z = 0,2$ и $0,3$ для обеих моделей звездного населения

Модель SED	Δz	Ω_m	Ω_Λ	H_0	Невязка [мегалет]
GISSEL	0,2	0,2	0,8	77,7	1695
GISSEL	0,3	0,2	0,8	71,5	1367

Подобный метод определения H_0 и Ω_Λ является достаточно устойчивым к входным параметрам и систематическим эффектам. Как показало

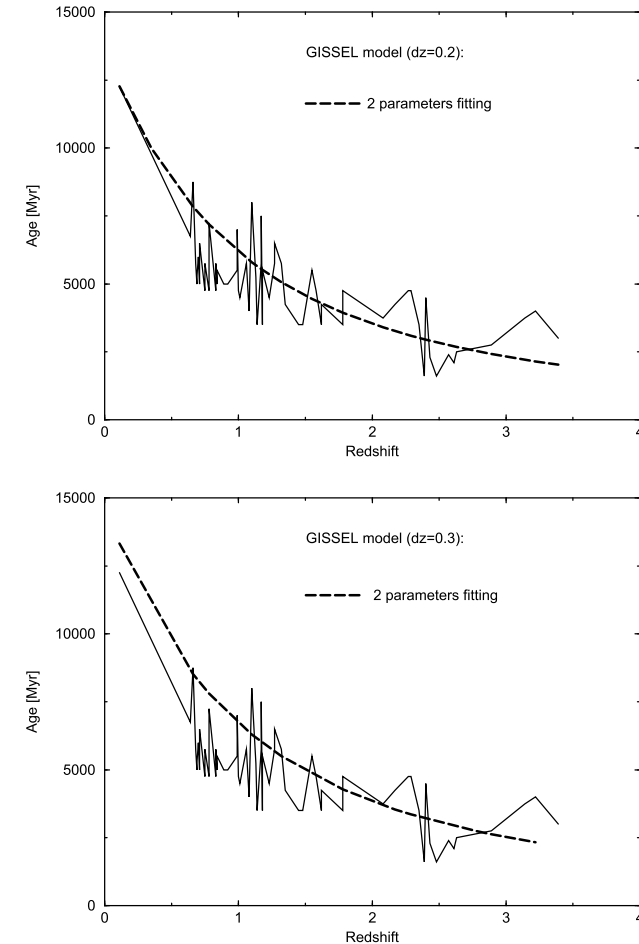


Рис. 21. Зависимость $t(z)$ для модели GISSEL. Слева: дискретизация $\Delta z = 0,2$. Справа: дискретизация $\Delta z = 0,3$. Кривые построены по максимумам возрастов галактик в заданных интервалах красных смещений

моделирование, изменение начальной металличности приводит к изменению возраста на $0,1$ гигалет [82]. Изменение начальной функции масс IMF также практически не меняет модели SED [81]. Ошибка определения возраста, которая может быть связана с неправильной классификацией типа галактики, а следовательно, и выбором SED, в данном случае играет в пользу описываемого подхода. Модели SED, соответствующие эллиптическим галактикам, дают самое старое звездное население среди всех спектров. Если же в галактике встречаются области звездообразования, дающие вклад

в фотометрические данные, то выбор оптимальной модели SED смещается в сторону более молодого звездного населения, и галактика выпадает из нашей выборки, так как для построения $t(z)$ используются максимальные значения возраста на заданном интервале z . Влияние полноты выборки можно проверить с помощью метода бутстрэпа. В этом случае исходная выборка размножается путем увеличения числа существующих объектов простым повтором (в нашем случае коэффициент размножения выборки брался равным 100). Это позволяет сформировать новую выборку. Если из нее случайно выбирать галактики, то можно оценить разброс их свойств, связанный с неполнотой. Как показал тест, ошибка разброса параметров, оцененная в пятидесяти генерациях методом бутстрэпа не превысила 7%.

Заметим, что методы с использованием цветовых и спектральных возрастов галактик основаны на хронометрировании темпов расширения Вселенной по физическим процессам, связанным не с космологией, а с темпами ядерных реакций в звездах. Знания о темпах реакций для стандартных звезд типа Солнца достаточно точны и в последние десятилетия получили многочисленные прямые и косвенные подтверждения. Необходимо также сказать, что подобный метод в применении к радиогалактикам может иметь неопределенности с фотометрическими определениями возраста из-за разных факторов (см. например, [83]). Это и ионизация или просвечивание синхротронного излучения от ядра, и взаимодействие облаков и джета и т. п., корректное развитие которых требуется в моделях SED. Кроме того, галактики на ранних стадиях могут быть взаимодействующими, что изменяет звездное население и увеличивает невязку при выборе максимума правдоподобия. Тем не менее, радиогалактики остаются пока единственным простым средством изучения активных эллиптических галактик на больших красных смещениях. А в пользу применяемых методов определения возраста говорит описанная выше диаграмма « $K-z$ », которая демонстрирует соответствие звездного населения радиогалактик (и далеких радиогалактик) эллиптическим галактикам.

Сверхмассивные черные дыры

Одной из центральных проблем исследования далеких радиогалактик ($z > 0,3$) является вопрос происхождения и скорости роста сверхмассивных черных дыр (СМЧД) в их ядрах. Открытие радиогалактик на больших красных смещениях таких, как TN J0924–2201 с $z = 5,19$ [36], когда возраст Вселенной составлял всего $t \sim 1,1 \times 10^9$ лет ($\Omega_m = 0,27$, $\Omega_\Lambda = 0,73$, $H_0 = 70$ км/с/Мпк), и $z = 4,515$ [29] с $t \sim 1,3 \times 10^9$ лет, а также квазаров на $z = 6,43$ [84] и $z = 7,085$ [85] с возрастом Вселенной $t \sim 800$ – 900 млн лет на момент излучения, проявило проблему объяснения быстрого образования СМЧД (с массами $M \sim 10^9 M_\odot$) в раннюю эпоху эволюции Вселенной. Отметим также и существование галактик на $z = 6,545$ [86] и $z = 8,55$ [37], и гамма-всплеска на $z = 8,2$ [87]. Быстрое (в течение 800 млн лет) образование черных дыр в рамках Λ CDM-космологии требует применения особых моделей, объясняющих скорость их роста. Как в свое время было отмечено в работе [74],

если формирование массивных черных дыр описывается иерархической схемой так же, как и формирование их родительских галактик, то этот процесс должен быть быстрым и эффективным. Часто для объяснения существования СМЧД привлекаются модели с первичными массивными черными дырами, сформировавшимися после Большого взрыва, но до образования галактик. Но пока в рамках иерархической модели, соответствующей космологии Λ CDM, удается объяснить рост СМЧД подобно росту gE-галактик [76]. Это становится закономерным, если признать существование фундаментальной плоскости радиогалактик, демонстрирующей корреляции массы, светимости, цвета, мощности излучения в линиях, радиомощности и т. д. [88]. Оценки масс ЧД для 2400 радиогалактик, проведенные в работе [89], демонстрируют наличие пика в распределении масс на $z \sim 2$ (рис. 22), говорящего в пользу иерархической модели.

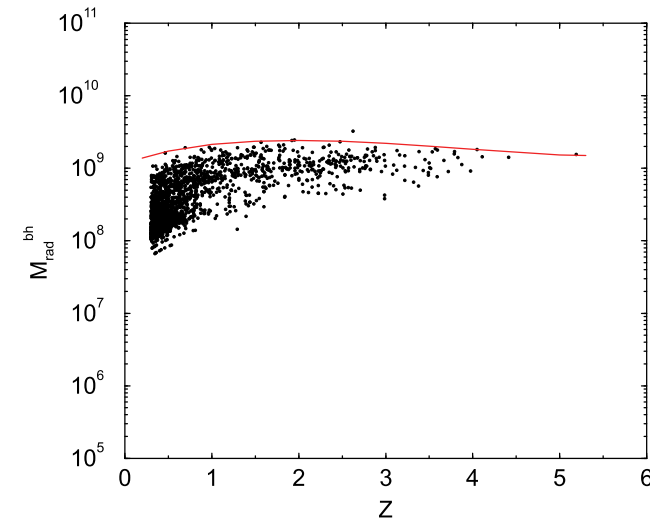


Рис. 22. Распределение значений масс черных дыр, полученных по полной радиомощности (светимости) на 5 ГГц для выборки радиогалактик. Рисунок воспроизведен из работы [89]

Радиогалактики и космический микроволновый фон

Теоретически интегральное влияние на космический микроволновый фон (Cosmic Microwave Background — СМВ) радиогалактик, возникших после момента рекомбинации, не столь велико, как первичных возмущений плотности. Однако можно выделить три аспекта, важных при исследовании СМВ. (1) Радиогалактики являются индикаторами скоплений галактик, которые, в свою очередь, являются источником вторичной анизотропии,

обусловленной эффектом Зельдовича—Сюняева [90] и возрастающей на угловых масштабах $\theta < 5'$. (2) Интегральный эффект Сакса—Вольфа [91] также связанный с крупномасштабной структурой $\theta > 2^\circ$ и обусловленный изменением частоты фотона в переменном гравитационном потенциале формирующихся скоплений галактик и расширяющейся Вселенной, может быть исследован с помощью карты распределения радиогалактик на небе. Несмотря на малость этого эффекта в выделенных областях, интегральный эффект по полному небу дает дополнительную информацию о плотности темной энергии [92]. (3) Серьезная проблема, крепко связывающая радиогалактики и исследования реликтового излучения, заключается в методах чистки микроволнового фона именно от внегалактических источников на малых угловых масштабах. Методы выделения радиогалактик и, что наиболее важно, их удаления представляют первостепенный интерес в области исследования фоновых излучений. Первая условная взаимосвязь между реликтовым излучением и галактиками была учтена еще в начале 60-х прошлого века до открытия Пензиаса и Вильсона, когда Дорошкевич и Новиков [93] показали, в каком диапазоне длин волн можно наблюдать этот микроволновый фон, минимизируя вклад галактик в наблюдаемое излучение. В настоящее время проблема разделения эффектов дискретных радиоисточников и фоновых излучений Вселенной является довольно острой при повышении чувствительности экспериментов. К этому добавляется принципиальная проблема правильной оценки вклада реликтового излучения в общий фон неба. Такая задача является нетривиальной даже для идеального радиотелескопа предельно высокой чувствительности и разрешения. Не углубляясь в эту проблему, отметим, что (а) моделирование распределения радиогалактик с учетом их эволюции позволяет сделать оценки вклада в угловой спектр мощности и (б) угловые масштабы, на которых этот вклад дает значимый сигнал, не являются определяющими при измерении фундаментальных космологических параметров [94].

Касаясь второго аспекта, связывающего радиогалактики и СМВ, отметим, что интерес к эффекту Сакса—Вольфа усилился после публикации работы [95], где исследуется Холодное пятно на карте СМВ с негауссовыми свойствами и падение плотности ярких радиогалактик в этой области по данным каталога NVSS. Существуют разные мнения о происхождении и интерпретации Холодного пятна, обсуждения которых мы дадим в четвертой лекции по радиокосмологии.

Вернемся к эффекту Зельдовича—Сюняева. Он наблюдается в радиогало скоплений галактик [96, 97] и обусловлен обратным комптоновским эффектом, проявляющимся там, где много фотонов и есть свободные и горячие электроны. Много фотонов содержится в реликтовом фоне — их число доминирует над всеми другими источниками света в единице объема (400 шт./см^3). В результате происходит эффект обратного комптоновского рассеяния фотонов СМВ на горячих электронах. Изменение интенсивности

радиоизлучения дается выражением:

$$\Delta I_\nu = 2 \frac{(kT_{CMB})^3}{(hc)^2} yg(x),$$

где T_{CMB} — температура реликтового излучения, а $x = h\nu/(kT_{CMB})$. Спектральная форма такого «теплового эффекта» описывается функцией

$$g(x) = x^4 e^x (x \cdot \coth(x/2) - 4)/(e^x - 1),$$

которая становится положительной или отрицательной соответственно для величин больших или меньших, чем $x_0 = 3,83$, что соответствует критической частоте $\nu_0 = 217 \text{ ГГц}$. Для характеристики эффекта Зельдовича—Сюняева используют параметр комптонизации:

$$y = \int \frac{kT_e}{mc^2} n_e \sigma_T dl,$$

где n_e и T_e — соответственно электронная плотность и температура, σ_T — томсоновское сечение, а интеграл берется по лучу зрения при прохождении через плазму. При прохождении излучения сквозь скопление галактик, которое можно рассматривать как облако плазмы, интеграл изменения светимости будет иметь форму

$$\Delta F_\nu = \int \Delta I d\Omega \propto Y = \int y d\Omega.$$

В случае, когда газ захватывается потенциальной ямой, образованной объектом с массой M , параметр Y (интегральный Y -поток) пропорционален электронной температуре для заданной массы газа или пропорционален просто массе газа $M_g = f_g M$:

$$Y \propto f_g < T_e > M.$$

На указанных выше частотах Y может быть отрицательным, чем и отличается от популяций других источников. Эффект Зельдовича—Сюняева (ЗС-эффект) на горячем газе ответственен за рентгеновское излучение богатых скоплений галактик. Он обнаружен с высоким отношением сигнал/шум и картографирован для сотен объектов [96, 97].

Отметим, что при измерении ЗС-эффекта можно определить и параметр плотности Ω_0 и параметр Хаббла h , которые входят в выражение [98] для температуры:

$$T(M, z) = T_{15} h^{2/3} \left[\frac{\Omega_0 \Delta_c(\Omega_0, z)}{180} \right]^{1/3} \left(\frac{M}{M_{15}} \right) (1 + z),$$

где Δ_c — нелинейный контраст плотности скопления, которое сколлапсировало на красном смещении z , а T_{15} — температура скопления с массой $M_{15} = 10^{15} h^{-1} M_\odot$. Однако с учетом более точного знания космологических параметров, получаемых из низких мультиполей реликтового излучения, ЗС-

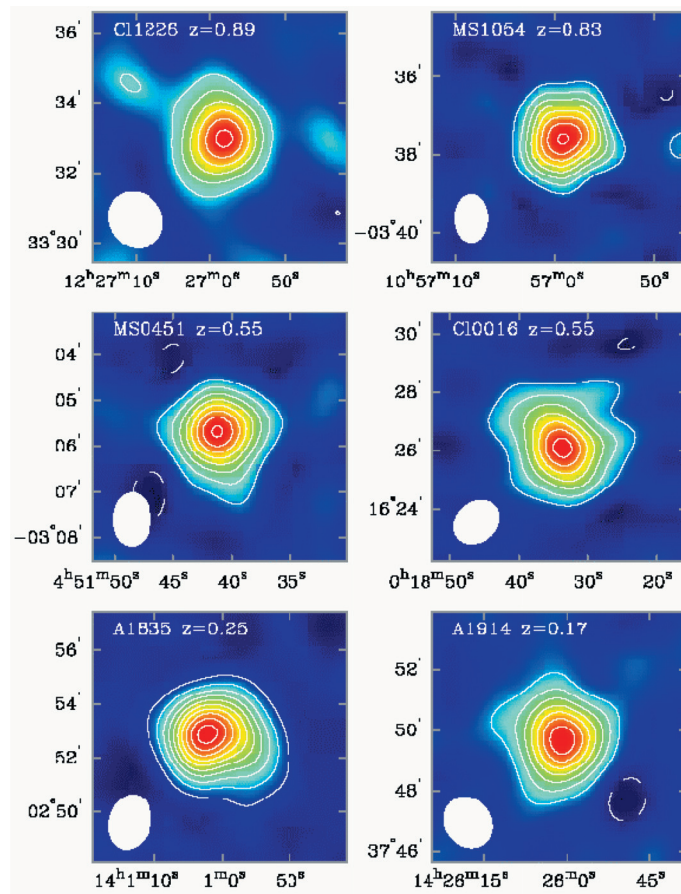


Рис. 23. (Цветную версию см. на вклейке, стр. 462) Восстановленные интерферометрические изображения эффекта Зельдовича—Сюняева для разных скоплений галактик в диапазоне красных смещений $0,17 < z < 0,89$. Контурсы проведены по уровням, пропорциональным 2σ . Контурсы с отрицательными уровнями построены сплошными линиями. Полуширина синтезированной диаграммы направленности показана эллипсом в левом нижнем углу на каждом рисунке. Уровень шума σ на изображениях от 25 до 75 мкК. Точечные радиоисточники на изображениях удалены. Все показанные скопления имеют близкую рентгеновскую светимость и соответственно уровень эффекта, несмотря на различия в красном смещении в 5 раз. Это демонстрирует независимость эффекта от z . Рисунок воспроизведен из работы [96]

эффект используется для поиска и определения масс скоплений галактик, позволяющих проверять модели формирования крупномасштабной структуры.

Поиск темной материи в гало

Одной из интересных проблем космологии остается природа темной материи (ТМ), которая проявляется в наблюдениях кривых вращения галактик, гравитационных линзах, скоплениях галактик, а также в угловом спектре мощности реликтового излучения. Для объяснения темной материи используются так называемые «слабо взаимодействующие массивные частицы» (Weakly Intetactive Massive Particle — WIMP). Одной из основных трудностей при объяснении природы темной материи является то, что она взаимодействует с обычным (видимым) веществом только гравитационно. В моделях с WIMP возможно проявление ТМ в процессе взаимодействия и аннигиляции частиц. Кроме того, эту модель можно проверить измерениями потока антипротонов, электронов и позитронов, гамма-излучения и нейтрино. Радиоисточники, связанные с протяженными радиогало в скоплениях галактик, позволяют изучить эту проблему [99]. Далекие радиогалактики, находясь в центре протоскоплений, помогают искать кандидаты в протоскопления и тем самым проследить поведение радиогало скоплений до больших красных смещений.

Для объяснения диффузного радиогало Колафранческо и Меле [99] привлекают радиоизлучение высокоэнергетических электронов, возникающих в результате распада продуктов аннигиляции частиц ТМ таких, как WIMP. Среди кандидатов WIMP они рассматривают частицы умеренных энергий — нейтралино χ , которые предсказаны в суперсимметричной стандартной модели [100] и имеют массу в диапазоне от нескольких десятков до сотен ГэВ. Колафранческо и Меле продемонстрировали, что для однородного магнитного поля ($\sim 1-3$ Гс) популяция релятивистских электронов, образовавшихся при аннигиляции нейтралино, может соответствовать спектру радиогало для двух хорошо изученных скоплений галактик Кома и 1E 0657–56. Если же применить модель магнитного поля (МП), радиально убывающего от центра скопления, то для соответствия радиоспектрам необходимо принять значения напряженности МП в центре скопления соответственно равными ~ 8 Гс для Комы и ~ 50 Гс для 1E 0657–56. Рассчитанные в этих моделях непрерывные радиоспектры сравнительно хорошо описывают имеющиеся наблюдательные данные (рис. 24).

Данные для радиогало соответствуют профилю плотности ТМ [99]. Авторы отмечают, что форма и частотное расширение спектров радиогало скоплений связаны с массой и физическими составляющими нейтралино. Чисто калибровочное нейтралино с массой $M = 80$ ГэВ соответствует спектру радиогало как для скопления Кома, так и 1E 0657–56. Модель хорошо согласуется с наблюдательными данными, которые показывают, что (1) центр радиогало совпадает с динамическим центром скопления, где также находится и центр распределения рентгеновского излучения; (2) поверхностная яркость радиогало подобна рентгеновской; (3) монохроматическая радиосветимость на частоте 1,4 ГГц строго коррелирует с температурой газа внутри скопления. Модель предсказывает, что такие радиогало должны быть во всех

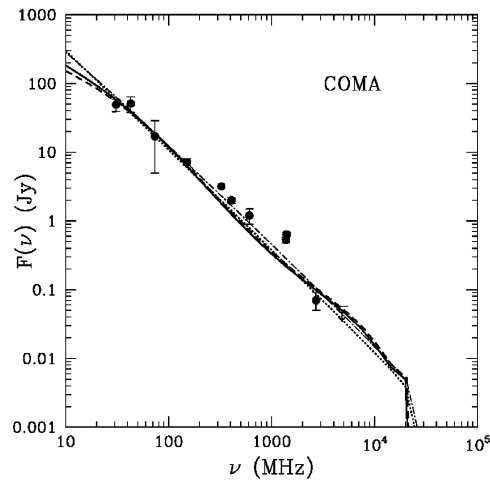


Рис. 24. Спектр радиогало скопления Кома, предсказанный в модели с аннигиляцией нейтралино с доминированием фермионов ($\chi\chi \rightarrow ff$) [99]. Наблюдательные данные показаны черными кружками. Спектр однородного магнитного поля с напряженностью $B = 1,5$ мкГс показан штриховой кривой, спектр радиально спадающего магнитного поля — сплошной линией

скоплениях галактик. Авторы отмечают, что светимости радиогало могут меняться (уменьшаться) на порядки ($\sim 10^2 - 10^6$) в зависимости от амплитуды и структуры магнитного поля внутри скопления. Кроме того, нейтральные пионы, возникающие при аннигиляции нейтралино должны усилить диффузное γ -излучение. С учетом радиоспектра также накладывается нижний предел на массу нейтралино:

$$M_\chi \geq (16,44 \text{ ГэВ}) k^{-1} \left[\left(\frac{\nu_{\max, \text{obs}}}{\text{ГГц}} \frac{1}{B_\mu} \right) \right]^{1/2},$$

где k — безразмерная константа ($k \approx 0,7$). Для наблюдаемой частоты $\nu = 4,85$ ГГц для скопления Кома получается $M_\chi \geq 54,6$ ГэВ. Для скопления 1E 0657–56 получается более высокий нижний предел $M_\chi \geq 70,5$ ГэВ.

Конечно, объяснение происхождения радиогало скоплений галактик аннигиляцией WIMP не единственно, а суперсимметричная стандартная модель пока остается лишь теорией, но в данном случае показателен сам факт возможности оценки параметров и проверки гипотез физики элементарных частиц с помощью наблюдений радиогалактик.

4. Резюме

Что дальше? Полного ответа на такой вопрос нет. Появляются и планируются новые инструменты, о которых говорилось в первой лекции: SKA, ALMA, LOFAR, Радиоастрон, а также телескопы других диапазонов, такие как космический гравитационный телескоп LISA или Европейский чрезвычайно большой телескоп (E-ELT). Такие инструменты открывают новые возможности в исследовании радиогалактик, в понимании физики происходящих в них процессов и в конечном итоге позволяют совершенствовать описание картины Мира. Сейчас даже трудно предсказать, что именно будет открыто с помощью новых инструментов при изучении радиогалактик. Можно лишь очертить направления, в которых начинает работать все большее число исследователей: теория гравитации и кротовые норы, физика элементарных частиц и темная материя, теория инфляции и крупномасштабная структура. Можно сказать, что при исследовании радиогалактик нас ждет еще много интересного.

Благодарности. Автор благодарен своим коллегам А. И. Копылову и Ю. Н. Парийскому за плодотворное обсуждение работ по теме исследования радиогалактик и М. Л. Хабидуллиной за проведенный анализ выборки далеких радиоисточников. Автор признателен Фонду некоммерческих программ Дмитрия Зимина «Династия» за поддержку исследований по данной тематике. Автор также признателен Н. В. Верховдановой за коррекцию стиля текста.

Литература

1. Верховданов О. В., Парийский Ю. Н., Радиогалактики и космология, (М.: Физматлит, 2009).
2. Верховданов О. В., Лекция 1. Радиотелескопы в космологии. Стр. 202.
3. Tavecchio F., Maraschi L., Sambruna R. M., Urry C. M., ApJ **544**, L23 (2000).
4. Ryle M., Elsmore B., Neville A. C., Nature **205**, 1259 (1965).
5. Burns J. O., Feigelson E. D., Schreire E. J., ApJ **273**, 128 (1983).
6. Moffet A. T. Ann. Rev. Astron. & Astrophys. **4**, 145 (1966).
7. Гинзбург В. Л., Сыроватский С. И., Происхождение косм. лучей, (М.: Наука, 1963).
8. Пахольчик А. Г. Радиоастрофизика, (М.: Мир, 1973).
9. Келлерман К. И. 1974. Радиогалактики и квазары, В кн. «Галактическая и внегалактическая радиоастрономия», ред. Г. Л. Верскер и К. И. Келлерман, Пер. ред. Ю. Н. Парийский и И. В. Госачинский (М.: Мир, 1976). С. 496
10. Kellermann K. I. Radio galaxies and quasars, in «Galactic and extra-galactic radio astronomy», eds G. L. Verschuur & K. I. Kellermann, (Berlin: Springer, 2nd ed., 1988).
11. Conway R. G., Kellerman K. I., Long R. J., MNRAS **125**, 261 (1963).
12. Whitfield G. R., MNRAS **117**, 680 (1957).
13. Дагкесаманский Р. Д., Астрофизика **5**, 297 (1969).
14. Dagkesamanskii R. D., Nature **226**, 432 (1970).
15. Murdoch H. S. MNRAS, **177**, 441 (1976).

16. Heeschen D. S. *Astron. J.* **65**, 346 (1960).
17. Псковский Ю. П. *АЖ* **39**, 222 (1962).
18. Blumenthal G., Miley G. *Astron. Astrophys.* **80**, 13 (1979).
19. Tielens A. G. G. M., Miley G. K., Willis A. G., *Astron. Astrophys. Suppl. Ser.* **35**, 153 (1979).
20. Chambers K. C., Miley G. in «The Evolution of the Universe of Galaxies», ed. R. G. Cron, The Edwin Hubble Centennial Symp. (San Francisco: Astro. Soc. Pacif., 1989), 373.
21. Rawlings S., Eales S., Warren S. *MNRAS* **243**, 14p (1990).
22. McCarthy P., Kapahi V. K., van Breugel W., Subrahmanya C. *AJ* **100**, 1014 (1991).
23. Kapahi V. K., Kulkarni V. K. *Astron. Astrophys.* **165**, 39 (1986).
24. Goss W. M., Parijskij Yu. N., Kopylov A. I., et al. *Turkish J. Phys.* **18**, 894 (1994).
25. Parijskij Yu. N. et al. *Bull. SAO*, No **40**, 5 (1996).
26. Röttgering H. J. A. et al. *Astron. Astrophys. Suppl.* **108**, 79 (1994).
27. Копылов А. И. и др. *АЖ* **72**, 437 (1995).
28. Копылов А. И. и др. *АЖ* **72**, 613 (1995).
29. Копылов А. И., Госс У. М., Парийский Ю. Н., Соболева Н. С. и др. *Письма в АЖ*, **32**, 483 (2006), arXiv:0705.2771.
30. Верхованов О. В., Хабибуллина М. Л. *Письма в АЖ* **36**, 9 (2010), arXiv:1003.0577.
31. Fanaroff B. L., Riley J. M., *MNRAS* **167**, 31p (1974).
32. Schechter P. *ApJ* **203**, 297 (1976).
33. Owen F. N., Ledlow M. J. 1st Stromlo Symp., The Physics of Active Galaxies, eds. G. V. Bicknell, M. A. Dopita, & P. J. Quinn, ASP Conf. Ser. **54**, 319 (1994).
34. Komatsu E. et al. *ApJS* **192**, 18 (2011).
35. Gregory P. C., Condon J. J. *ApJS* **75**, 1011 (1991).
36. van Breugel W. J. M., et al. *ApJ* **518**, 61 (1999), astro-ph/9904272.
37. Lehnert M. D. et al. *Nature* **467**, 940 (2010).
38. Соболева Н. С. и др. *Письма в АЖ* **26**, 723 (2000).
39. Verkhodanov O. V. et al. *Bull. SAO* **52**, 5 (2001), astro-ph/0203522.
40. Parijskij Yu. N. et al. *Astron. Astrophys. Suppl. Ser.* **87**, 1 (1991).
41. Douglas J. N. et al. *Astron. J.* **111**, 1945 (1996).
42. Jackson J. C., Jannetta A. L. *JCAP* **11**, 002 (2006).
43. Gurvits L. I., Kellermann K. I., Frey S., *Astron. Astrophys.* **342**, 378 (1999).
44. Chen G., Ratra B., *ApJ* **582**, 586 (2003), astro-ph/0207051.
45. Riess A. G. et al. *AJ* **116**, 1009 (1998).
46. Perlmutter et al., *ApJ* **517**, 565 (1999).
47. Guerra E. J., Daly R. A., Wan L., *ApJ* **544**, 659 (2000).
48. Daly R. A., Guerra E. J. *AJ* **124**, 1831 (2002).
49. Daly R. A. 34th COSPAR Sci. Assembly, The 2nd World Sp. Cong., Houston, **34**, E1406 (2002), astro-ph/0212107.
50. Inskip K. J., et al. *MNRAS* **337**, 1407 (2002).
51. Bettoni D. et al., *Astron. Astrophys.* **380**, 471 (2001).
52. De Breuck C. et al., 2002, *AJ*, **123**, 637.
53. Seymour N. et al. *ApJS* **171**, 353 (2007), astro-ph/0703224.
54. Lilly S. J., Longair M. S., *MNRAS* **211**, 833 (1984).
55. Willot C. J., McLure R. J., Jarvis M. J., *ApJ* **587**, L1 (2003).
56. Best P. N., Longair M. S. The Most Distant Radio Galaxies, Proc. colloq., (Amsterdam, Oct. 15–17 1997, Roy. Netherlands Academy Arts and Sci., 1999), Eds H. J. A. Röttgering, P. N. Best, & M. D. Lehnert, p. 59.
57. Longair M. S. *MNRAS* **133**, 421 (1966).
58. Condon J. J. *ApJ* **284**, 44 (1984).
59. Jackson C. A., Wall J. V. *MNRAS*, **304**, 160 (1999).
60. White R. L., Becker R. H., Helfand D. J., Gregg M. D. *ApJ*, **475**, 479 (1997).
61. Condon J. J. et al. *AJ*, **115**, 1693 (1998).
62. Peebles P. J. E., *The Large-Scale Structure of the Universe*, (Princeton Univ. Press, 1980).
63. Loan A. J., Wall J. V., Lahav O., *MNRAS* **286**, 994 (1997).
64. Dunlop J. S., Peacock J. A., *MNRAS* **247**, 19p (1990).
65. Blake C., Wall J. 2002a, *MNRAS* **329**, L37 (2002).
66. Blake C., Wall J. *MNRAS* **337**, 993 (2002).
67. Hewitt J. N., et al. *Nature* **333**, 537 (1988).
68. Chae K.-H. et al. *Phys. Rev. L.* **89**, 1301 (2002).
69. Kochanek C. S. *ApJ* **473**, 595 (1996).
70. Cooray A. R. *Astron. Astrophys.* **342**, 353 (1999).
71. King L. J. et al. *MNRAS* **295**, L41 (1998).
72. Vegetti S. et al., *Nature* **481**, 341 (2012).
73. Peacock J. A., «*Cosmological Physics*», (UK: Cambridge University Press, 1999).
74. Loeb A., *ApJ* **403**, 542 (1993).
75. Dunlop J. et al., *Nature* **381**, 581 (1996).
76. De Lucia et al. *MNRAS* **366**, 499 (2006), astro-ph/0509725.
77. Верхованов О. В., Парийский Ю. Н., Старобинский А. А. *Бюлл. SAO* **58**, 5 (2005), arXiv:0705.2776.
78. Verkhodanov O. V., et al. *Bull. SAO* **48**, 41 (1999), astro-ph/9910559.
79. Stanford S. A., et al. *ApJS*, **142**, 153 (2002), astro-ph/0203498.
80. Fioc M., Rocca-Volmerange B., *Astron. Astrophys.* **326**, 950 (1997).
81. Bolzonella M., Miralles J.-M., Pelló R. *Astron. Astrophys.* **363**, 476 (2000), astro-ph/0003380.
82. Jimenez R., Loeb A. *ApJ* **573**, 37 (2002), astro-ph/0106145.
83. Moy E., Rocca-Volmerange B. *Astron. Astrophys.* **383**, 46 (2002).
84. Willott C. J. et al. *AJ* **134**, 2435 (2007).
85. Mortlock D. J. et al. *Nature* **474**, 616 (2011).
86. Stern D. et al. *ApJ* **619**, 12 (2005), astro-ph/0407409.
87. Tanvir N. R. et al. *Nature* **461**, 1254 (2009).
88. Disney M. J. et al. *Nature* **455**, 1082 (2008), arXiv:0811.1554.
89. Хабибуллина М. Л., Верхованов О. В. *АЖ* **88**, 333 (2011), arXiv:1108.4506.
90. Zeldovich Ya. B., Sunyaev R. A. *Astrophys. Space Sci.* **4**, 301 (1969).
91. Sachs R. K., Wolfe A. M. *ApJ* **147**, 73 (1967).
92. Spergel D. et al. *ApJS* **148**, 175 (2003).
93. Дорошкевич А. Г., Новиков И. Д. *Докл. АН* **154**, 809 (1964).

94. *Huffenberger K. M., Eriksen H. K., Hansen F. K.* ApJ **651**, L81 (2006), astro-ph/0606538.
 95. *Rudnick L., Brown S., Williams L. R.* ApJ **671**, 40 (2007), arXiv:0704.0908.
 96. *Carlstrom J. E., Holder G. P., Reese E. D.* ARA&A **40**, 643 (2002).
 97. Planck Collaboration; *Ade P. et al.* Astron. Astrophys. **536A**, 8 (2011).
 98. *De Zotti G. et al.* Astron. Astrophys. **431**, 893 (2005), astro-ph/0410709.
 99. *Colafrancesco S., Mele B.* ApJ **562**, 24 (2001).
 100. *Jungman G., Kamionkowski M., Griest K.* Phys. Rep. **267**, 196 (1996).

3

Реликтовое излучение: как измерить космологические параметры

Дается обзор методов анализа реликтового фонового излучения. Приведены некоторые исторические сведения, связанные с обнаружением и изучением микроволнового фона (СМВ). Рассмотрены проблемы построения карты СМВ и пикселизации на сфере, разделения компонент в данных WMAP и определения космологических параметров.

1. Введение

Обнаружение флуктуаций реликтового излучения (или космического микроволнового фона — Cosmic Microwave Background — СМВ) спутником COBE стало революционным событием в наблюдательной космологии, резко сузив множество допустимых космологических моделей. Как мы уже говорили в первой лекции [1], открытие реликтового излучения [2] зафиксировало модель горячей вселенной, а открытие флуктуаций этого излучения в эксперименте COBE подтвердило теорию образования крупномасштабной структуры вселенной [3]. Обнаружение флуктуаций СМВ высветило путь дальнейшим исследованиям, в результате чего количество проводимых и планируемых экспериментов по измерению уровня этих флуктуаций на различных угловых масштабах к началу XXI века исчислялось десятками. Среди тестов радиокосмологии (и всей космологии в целом) измерение параметров реликтового излучения является первостепенным по значимости. Как было отмечено в первой лекции [1], тесты, связанные с СМВ, основаны на исследованиях по двум направлениям, включающим

- 1) угловой спектр мощности,
- 2) статистические свойства сигнала (гауссовость).

Угловой спектр мощности реликтового излучения (РИ) и статистические свойства его распределения на небесной сфере несут в себе наиболее полную информацию о физических свойствах и космологических параметрах в момент формирования первых структур во Вселенной как по количеству независимо измеряемых величин, так и по точности определения космологических параметров.

Улучшение качества проводимых наблюдений и моделирование теоретических параметров позволяет говорить в настоящее время о приближении эпохи точной космологии («precision cosmology» — высказывание М. Лонгейера в Манчестере в 2000 г.). Оба подхода (наблюдения и моделирование) требуют высокого качества обработки первичных данных, что включает чистку от шумов и оценку параметров сигнала на уровне, в сотни раз превосходящем тот, что был двадцать лет назад. Мы можем говорить о точном измерении космологических параметров, когда их значения известны в пределах лучше 10 %. И эта эпоха сейчас наступила.

О том, как происходит анализ наблюдательных данных СМВ, мы поговорим в данной лекции.

2. Немного истории

История открытия реликтового фонового излучения и, конечно, само открытие имеют первостепенное значение для современного естествознания. В 1922 г. Александр Фридман на основе решения уравнения Эйнштейна теоретически предсказал расширение Вселенной. В 1929 г. Эдвин Хаббл подтвердил факт расширения наблюдениями удаляющихся от нас галактик. Оба события стали ключевыми моментами в формировании современного мировоззрения и доказательством адекватности физического описания Мира. Отметим, что уравнение Фридмана описывало динамику и геометрию Вселенной.

Физические свойства фридмановской вселенной предсказаны учениками Георгия Гамова Ральфом Альфером и Робертом Германом в 1948 г. [4] на основе созданной ими первой теории горячего Большого взрыва. Они провели расчет первичного нуклеосинтеза, которые объяснил наблюдаемое содержание водорода (~75 %) и гелия (~25 %) в настоящую эпоху, а также показали, что должен существовать реликтовый фон с температурой 5 К. Примерно в это же время сам Г. Гамов [5], получил оценку температуры СМВ порядка 7 К, на основании двух приближений во фридмановской вселенной: 1) динамике расширения, включающей и возраст Вселенной, и 2) плотности вещества, То, как это можно сделать, основываясь на простых предположениях и асимптотиках, описано в обзоре А. Д. Чернина [6]. Отметим, что в решении фридмановского уравнения физическая картина Мира фактически задается небольшим числом параметров. Построение параметрической космологической модели предоставляет возможность предсказывать физические свойства Вселенной, а также решать и обратную задачу — измерять космологические параметры по наблюдательным данным.

Как выяснилось позднее, уже во время создания теории можно было ее проверить непосредственно, используя наблюдательные данные. В 1941 г. МакКеллар [7] при изучении линий поглощения молекулы циана (CN) в направлении на звезду ϵ Змееносца обнаружил, что CN в межзвездной среде имеет возбужденные вращательные уровни ($J = 1$), соответствующие присутствию чернотельного излучения с температурой 2,3 К. В то время этот факт

объяснить не удалось. Лишь позднее И. С. Шкловский [8], а также Дж. Филд и Р. Тадеуш показали, что возбуждение CN вызвано фотонами космического микроволнового фона, который Шкловский назвал реликтовым излучением.

В 1955 г. Т. А. Шмаонов, [9] проводя наблюдения под руководством С. Э. Хайкина на рупорной антенне в Пулковской обсерватории, измерил распределение температуры фонового излучения на волне 3,2 см. Он получил значение температуры, равное 4 ± 3 К, не зависящее от зенитного расстояния z вплоть до $z = 30^\circ$ и постоянной по времени [9]. Хотя точность измерения была невелика, эта температура оказалась на 2 К выше возможной эффективной температуры тропосферы. Результаты измерения вошли в кандидатскую диссертацию Шмаонова, но особого внимания со стороны астрофизики в то время они не получили.

В 1964 г. А. Г. Дорошкевич и И. Д. Новиков [10] в предположении правильности теории горячей вселенной рассчитали спектр электромагнитного излучения неба с учетом эволюции галактик, красного смещения и ожидаемой температуры реликтового фона и показали наличие наблюдательного окна в спектре, где температура чернотельного микроволнового фона выше мешающих компонент, а также указали тип двадцатифутовой рупорной антенны в «Белл Лабс», на которой можно его наблюдать. Статья «Средняя плотность излучения в Метагалактике и некоторые вопросы релятивистской космологии» вышла в журнале «Доклады АН СССР» [10] и в том же году — в английском переводе, но осталась незамеченной.

В этом же году американские исследователи «Бэл Лабс» Арно Пензиас и Роберт Вильсон изучали радиоотклик от аэростатов с помощью сверхчувствительной 6-метровой рупорной антенны с приемником, охлаждаемым жидким гелием. Борясь с шумами, исследователи обнаружили необъяснимое превышение шумового фона, равное 3,5 К, о чем доложили на семинаре у Бернарда Берка в MIT. Ранее на этом же семинаре был сделан доклад группой Роберта Дике и Джэймса Пиблса о возможной температуре микроволнового фонового излучения. Благодаря такому удачному стечению обстоятельств и активности Б. Берка группам радиофизиков и астрофизиков удалось провзаимодействовать, и стало понятно, что сделанное случайное открытие шумового сигнала может быть объяснено в рамках космологической модели горячей вселенной. Готовившийся Дике и др. эксперимент по измерению СМВ потерял смысл. Но теоретические результаты были опубликованы в статье в одном номере *Astrophysical Journal* с наблюдательными результатами Пензиаса и Вильсона [2, 11]. Отметим здесь важный момент, что несмотря на случайность открытия реликтового излучения, теория к тому времени предсказала существование СМВ и указала на возможность его наблюдения. Можно сказать, что работает физический принцип — для объяснения явления нужно привлекать модели с минимальным числом параметров (в философском аспекте — это принцип бритвы Оккама). Модель Большого взрыва (горячего начала Вселенной) является простейшей физической моделью, предсказанной теоретически и впоследствии подтвержденной

наблюдениями. Именно этим простейшим путем и пошла Природа. Открытие реликтового излучения было отмечено Нобелевской премией по физике 1978 г.

Подтверждение теории горячей ранней Вселенной и наличие структур в окружающем мире естественным образом приводили к постановке задач следующего уровня: доказательству чернотельности микроволнового фона и поиску флуктуаций реликтового излучения. Десятки экспериментов в широком диапазоне длин волн от 408 МГц до 300 ГГц с середины 60-х гг. прошлого века по настоящее время позволили установить температуру СМВ с высокой точностью ($T_0 = 2,7356 \pm 0,038$) и подтвердить чернотельность этого излучения. Список проведенных экспериментов можно найти в книге Насельского и др. [12].

Поиск флуктуаций СМВ $\Delta T/T$ постоянно понижал верхнюю границу их существования от 10^{-3} до 10^{-5} на различных масштабах, приводя к изменениям теории формирования крупномасштабной структуры и предсказанию соответствующих наблюдательных эффектов, где лидером была группа Зельдовича [13]. Одни из наиболее важных наблюдательных экспериментов были проведены на РАТАН-600 группой Парийского [14–16], понизили верхнюю границу уровня флуктуаций на 5–10-минутных угловых масштабах до 10^{-5} . Следует упомянуть и космический советский эксперимент Реликт-1, давший намек на существование неоднородности на небе на низких гармониках.

Реальное открытие флуктуаций и построение их карты было сделано космической миссией NASA COBE (Cosmic Background Explorer — Исследователь космического фона). Эта миссия была подготовлена для поиска флуктуаций реликтового излучения с помощью смонтированного на спутнике (с орбитой 900 км) дифференциального микроволнового радиометра. В результате работы COBE с высокой точностью ($\Delta T/T \sim 10^{-5}$) было подтверждено существование анизотропии [3] и представлена ее карта на полной небесной сфере. Отметим, что на спутнике COBE (рис. 1) были установлены три прибора: дифференциальный микроволновой радиометр (Differential Microwave Radiometer — DMR) для поиска флуктуаций СМВ, где руководителем проекта был Джорж Смут (George Smoot); спектрофотометр в далеком инфракрасном диапазоне (Far-IR Absolute Spectrophotometer — FIRAS) для исследования планковского (чернотельного) спектра СМВ в диапазоне 0,1–10 мм, руководитель — Джон Матер (John Mather); болометр для исследования диффузного инфракрасного фона (Diffuse IR Background Experiment — DIRBE) — для изучения излучения пыли в диапазоне 1,25–240 мкм, руководитель Майк Хаузер (Mike Hauser). Для построения карты анизотропии СМВ использовались радиометры на трех частотах 31,5, 53 и 90 ГГц, позволившие провести разделение компонент сигнала и наилучшим на тот момент образом выделить сигнал реликтового фона. За серьезные космологические результаты: определение чернотельности спектра излучения СМВ и построение карты анизотропии реликтового фона (рис. 2) в 2006 г. Джон Матер и Джорж Смут были награждены Нобелевской премией.

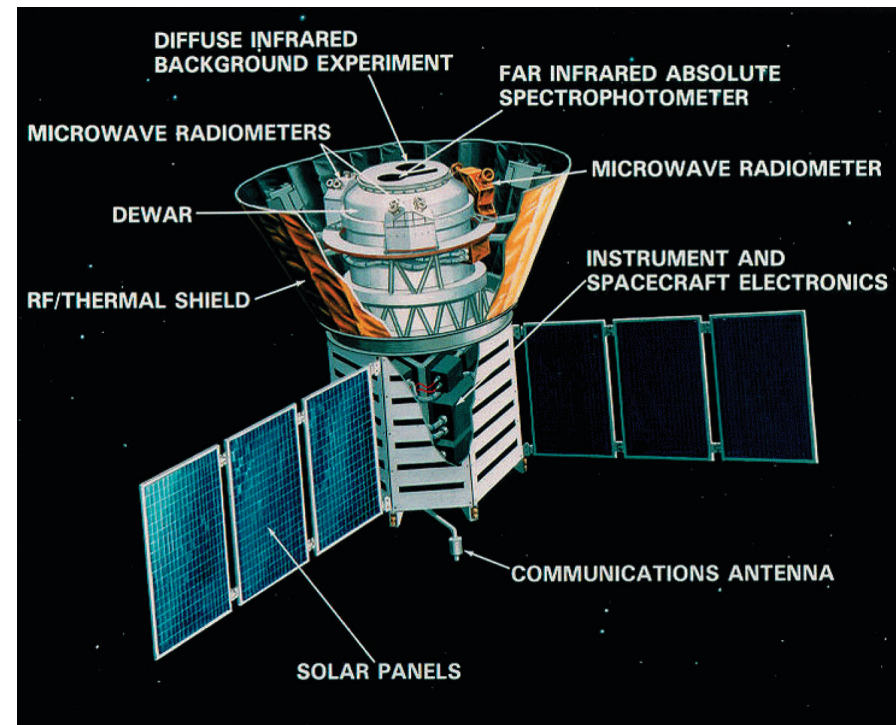


Рис. 1. Спутник COBE с установленными на нем приборами. Рисунок воспроизведен с сайта <http://lamda.gsfc.nasa.gov>

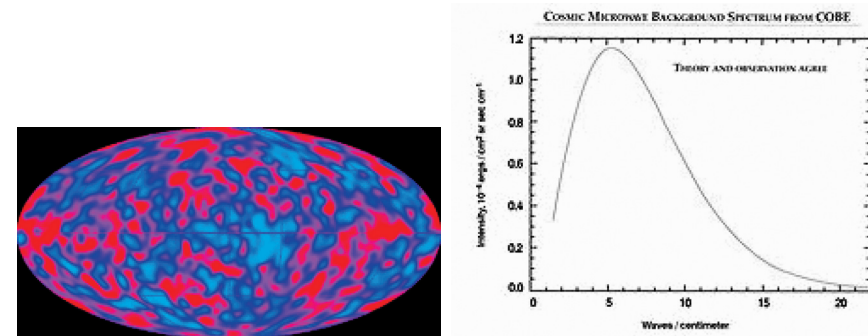


Рис. 2. Слева: карта флуктуаций СМВ по данным COBE DMR. Чернотельный спектр излучения СМВ по данным COBE FIRAS. Рисунки воспроизведены с сайта <http://lamda.gsfc.nasa.gov>

Измерение космологических параметров, которое было проведено последующей миссией NASA WMAP [17, 18] в результате наблюдения искажений реликтового излучения, стало фундаментальным вкладом в космофизику и зафиксировало современную стандартную космологическую модель с недостижимой ранее точностью. Кроме того, такая точность измерения флуктуаций фона позволила начать исследования проблемы негауссовости фона, особенно важной для понимания физических процессов в эпоху инфляции.

Тому, как можно получить информацию из данных наблюдений космического микроволнового фона, посвящены эта и следующая [19] лекции.

3. Миссия WMAP

Космическая миссия NASA WMAP¹⁾ (Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (рис. 3) — зонд им. Уилкинсона для исследования микроволновой анизотропии) стала экспериментом нового поколения. Его значимость заключена не только в уровне решаемых задач, включающих определение геометрии, состава и особенностей эволюции Вселенной по картам анизотропии СМВ с 13-минутным угловым разрешением, но и по качеству анализа данных. Прогрессивное мышление команды WMAP проявилось еще и в предоставлении архива наблюдений, промежуточных и результирующих карт анизотропии температуры и поляризации в общее пользование.

Для сравнения на рис. 4 представляем карты COBE и WMAP (1-го года).

Выбор орбиты миссии, выбор стратегии сканирования неба и выбор дизайна спутника были ориентированы на получение 1) некоррелированного пиксельного шума, 2) минимизации систематических ошибок, аккуратной калибровки и 3) проведение многочастотных наблюдений.

Орбита миссии WMAP была выбрана так, чтобы положение спутника сохранялось стабильным, а излучение Солнца было экранировано. Для этих целей подходит квазиустойчивая точка Лагранжа L2 в гравитационной системе Солнце—Земля. Точка L2 находится в 1,5 млн км от Земли в направлении от Солнца и обращается вокруг Солнца вместе с Землей (рис. 5). Спутник WMAP обращался вокруг точки L2 с направленной от Солнца антенной и проводил сканирование неба, измеряя три моды поляризации (параметры Стокса I, Q, U) в пяти частотных полосах: 23 (K), 33 (Ka), 41 (Q), 61 (V), и 94 ГГц (W). Причем в полосах K и Ka использовались 2 радиометра, Q и V—4, W — 8, которые записывали измерения температуры в виде временных рядов (Time Ordered Data — TOD) с 2001 г. по 2010 г. Данные описаны и открыты для мирового сообщества за 1-й, 3-й, 5-й и 7-й гг. наблюдений на сайте WMAP. В 2012 г. ожидаются также данные за 9-й год наблюдений.

Среди важнейших результатов WMAP — карта анизотропии с разрешением $\ell \leq 100$ (рис. 6), угловой спектр мощности СМВ с $1 \leq \ell \leq 600$ для

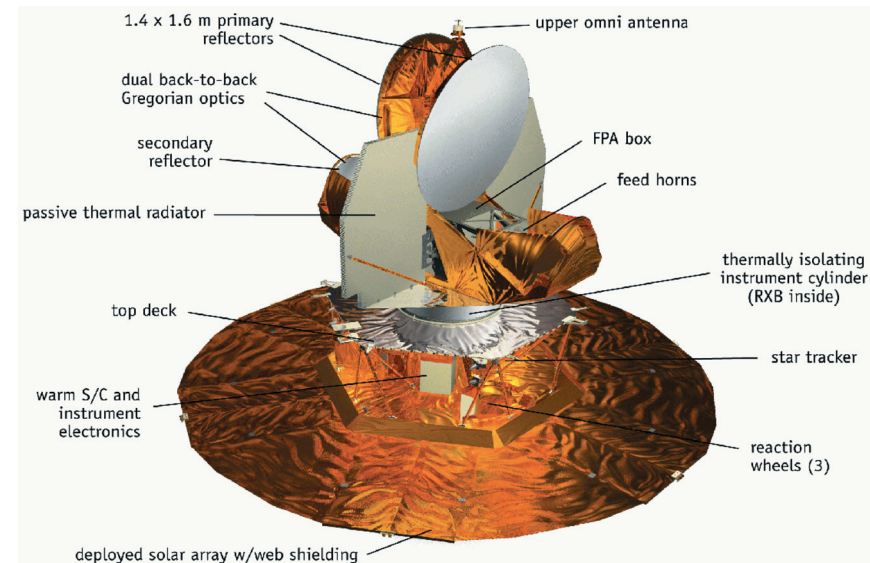


Рис. 3. Зонд WMAP. Рисунок воспроизведен с сайта <http://lambda.gsfc.nasa.gov>

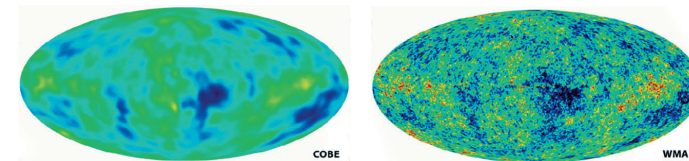


Рис. 4. (Цветную версию см. на вклейке, стр. 463) Карты COBE и WMAP (1-го года наблюдений). Рисунок воспроизведен с сайта <http://lambda.gsfc.nasa.gov>

анизотропии температуры и поляризации и, кроме того, таблица всех основных космологических параметров, определенных независимо от остальных экспериментов [20].

Отметим также и первое построение карт неба с относительно высоким разрешением для поляризации в модах Q и U (рис. 7) и поляризационных кросс-спектров для E и V-мод поляризации (рис. 8), позволивших, в частности, установить эпоху реионизации, т. е. время образования первых звезд ($z \sim 10$).

4. Анализ данных

Исследование карт микроволнового фона включает в себя три взаимосвязанных и в настоящее время неразделимых направления: теорию, наблюдения и моделирование. Исключив одно из них, можно потерять смысл

¹⁾ Адрес сайта с описанием и архивом миссии WMAP: <http://lambda.gsfc.nasa.gov>

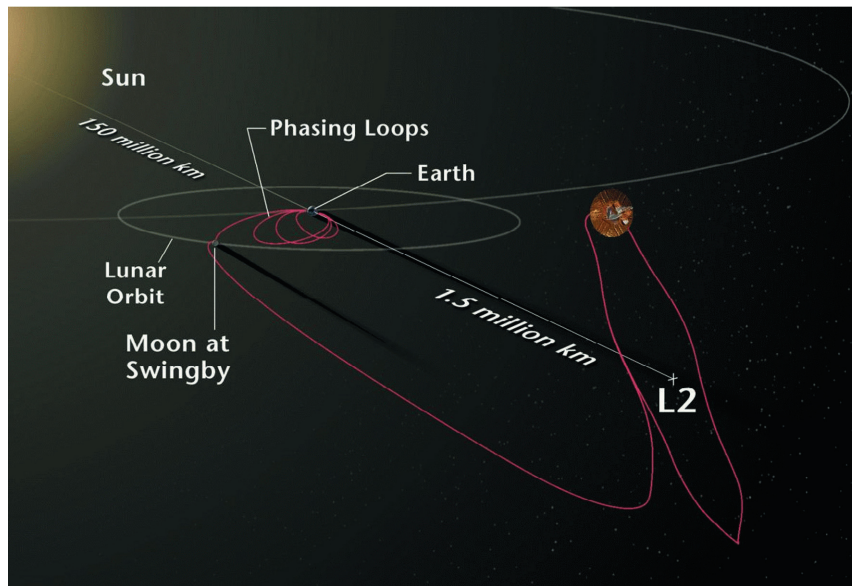


Рис. 5. Траектория пролета и орбита спутника WMAP. Рисунок воспроизведен с сайта <http://lambda.gsfc.nasa.gov>

в других. Теория, которая строится по наблюдениям, дает возможность промоделировать наблюдательные эффекты при измерении флуктуаций фона. А модели, в свою очередь, позволяют учесть систематику в наблюдательных данных и, надеемся, правильно их интерпретировать.

Технологическая цепочка анализа данных СМВ может быть условно разделена на несколько этапов как для температуры, так и для поляризации:

- 1) регистрация данных TOD как зависимости измеряемой температуры от времени наблюдения или небесных координат: $T(t) = T(l, b)$;
- 2) получение карты, куда входит восстановление сигнала на сфере (процедура map-making) из TOD и осреднение данных в пикселях (процедура пикселизации);
- 3) разделение компонент микроволнового фона: выделение реликтового излучения, компонент галактического фона (синхротронное излучение, свободно-свободное излучение и излучение пыли), а также внегалактических источников;
- 4) анализ статистики сигнала на карте, в том числе проверки на гауссовость;
- 5) анализ спектра мощности и определение космологических параметров.

Как правило, каждый этап включает в себя и тысячи симуляций (моделирования эксперимента) для выполняемых процедур.

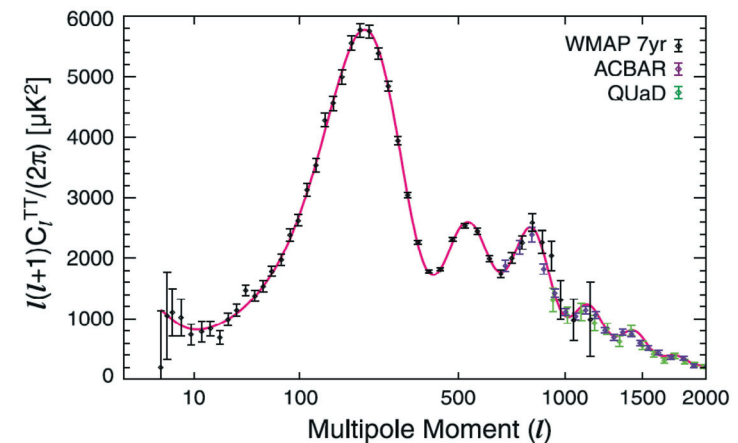
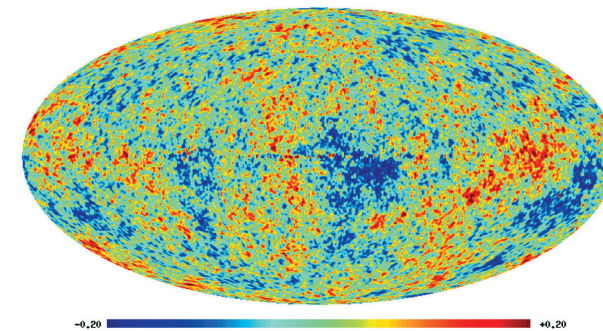


Рис. 6. (Цветную версию см. на вклейке, стр. 463) Вверху: карта ILC СМВ, построенная по данным работы миссии WMAP 7-го года в галактических координатах. Рисунок приведен с разрешением до $\ell_{\max} = 150$. Внизу: угловой спектр мощности $\ell(\ell + 1)C(\ell)/(2\pi)$ карты WMAP 7-го года наблюдений [20]. На рисунке также приведены результаты измерения углового спектра мощности флуктуаций температуры в экспериментах ACBAR [47] и QUaD [48] (показаны другим цветом). График построен в области мультиполей до $\ell < 2000$, где не столь высок вклад эффекта Зельдовича—Сюняева и точечных источников. Сплошной линией показан модельный спектр для Λ CDM-космологии с параметрами, определенными на основе результатов миссии WMAP. Рисунок воспроизведен с сайта <http://lambda.gsfc.nasa.gov>

Знакомство с анализом данных СМВ начинается с понятий мультиполя и пикселизации.

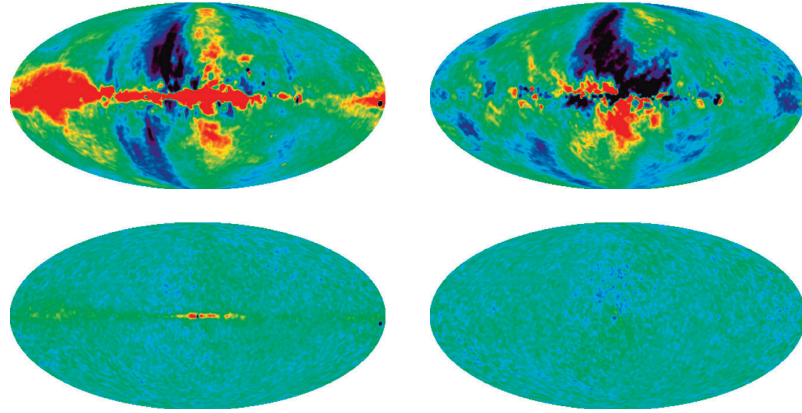


Рис. 7. (Цветную версию см. на вклейке, стр. 463) Сверху: поляризационные данные канала Q. Снизу: поляризационные данные канала U. Слева: карты микроволнового излучения для параметра Стокса Q. Справа: карты для параметра Стокса U. Рисунки построены по данным с сайта <http://lambda.gsfc.nasa.gov>

5. Мультиполи

Стандартное разложение в полярной системе координат (θ, ϕ) вариаций измеренной температуры на небе $\Delta T(\theta, \phi)$ на сферические гармоники (или мультиполи) $Y_{\ell m}$ записывается как

$$\Delta T(\theta, \phi) = \sum_{\ell=2}^{\infty} \sum_{m=-\ell}^{\ell} a_{\ell m} Y_{\ell m}(\theta, \phi), \quad (\text{III.3.1})$$

где ℓ — номер сферической гармоники m — моды мультиполя. Обычно при анализе рассматриваются только космологические мультиполи с $\ell \geq 2$, так как монополь показывает среднюю температуру фона, а диполь — направление суммарного вектора движения Земли. Сферические гармоники вычисляются следующим образом:

$$Y_{\ell m}(x, \phi) = \sqrt{\frac{(2\ell+1)(\ell-m)!}{4\pi(\ell+m)!}} P_{\ell}^m(x) e^{im\phi}, \quad x = \cos \theta, \quad (\text{III.3.2})$$

$P_{\ell}^m(x)$ — присоединенные полиномы Лежандра. Для непрерывной функции $\Delta T(\theta, \phi)$ коэффициенты разложения $a_{\ell m}$ рассчитываются интегрированием на сфере:

$$a_{\ell m} = \int_{-1}^1 dx \int_0^{2\pi} d\phi \Delta T(\theta, \phi) Y_{\ell m}^*(x, \phi), \quad (\text{III.3.3})$$

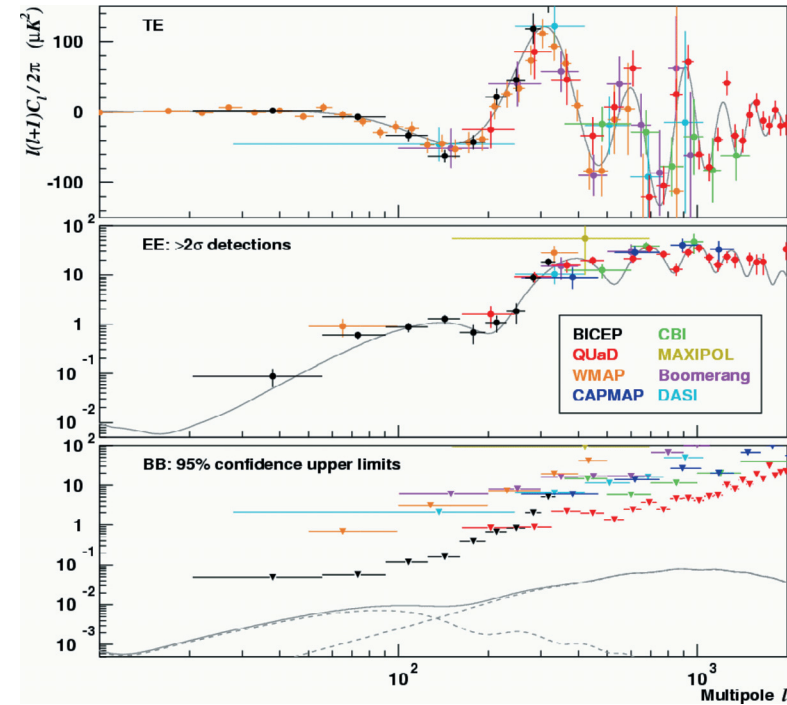


Рис. 8. (Цветную версию см. на вклейке, стр. 464) Поляризационные кросс-спектры: TE (сверху), EE (в центре), BB (снизу). Рисунки построены по данным с сайта <http://lambda.gsfc.nasa.gov>

где обозначение $Y_{\ell m}^*$ показывает комплексное сопряжение для $Y_{\ell m}$. Таким образом, сферические гармоники и коэффициенты $a_{\ell m}$ являются комплексными величинами, а в силу вещественности сигнала анизотропии моды с отрицательными m будут сопряженными модам с $m > 0$. Мультиполи с модой $m = 0$ от долготы ϕ не зависят.

Мультипольное разложение ортогонально, что отличает его от обычной аппроксимации полиномами. Если мы, например, вычитаем из карты низкие гармоники, оставшиеся гармоники не изменяются.

Примеры разложения по низким мультиполям показаны на рис. 9 (квадруполь $\ell = 2$) и рис. 10 (октуполь $\ell = 3$).

6. Пикселизация

Не углубляясь в процедуру map-making, с помощью которой из временных рядов восстанавливают сигнал на сфере, покажем ее основную идею (см. например, [21]). Предположим, что TOD \mathbf{d} линейно зависит от реальной

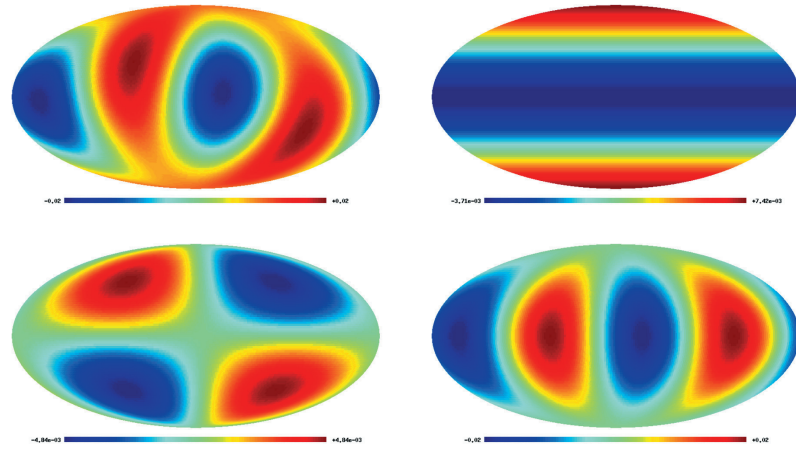


Рис. 9. (Цветную версию см. на вклейке, стр. 464) Квадруполь ($\ell = 2$) карты CMB WMAP 7-го года наблюдений (сверху слева) и его моды Y_{20} (коэффициент на карте CMB $a_{20} = (1,18e-2, 0)$) (сверху справа), Y_{21} ($a_{21} = (-7,71e-4, 6,21e-3)$) (снизу слева) и Y_{22} ($a_{22} = (-1,41e-2, -1,79e-2)$) (снизу справа). Коэффициенты приведены для антенной температуры CMB WMAP, заданной в мК

карты как

$$\mathbf{d} = \mathbf{P}\mathbf{m} + \mathbf{n}, \quad (\text{III.3.4})$$

где \mathbf{n} — вектор данных, описывающий шум, а \mathbf{P} — некоторая известная матрица. Будем называть такую прямоугольную матрицу \mathbf{P} , имеющую размерность $N_d \times N_p$, матрицей наведения (pointing matrix), где N_d — количество наблюдений, N_p — количество пикселей на небе (обычно размер пиксела $\sim \text{FWHM}/3$). Таким образом, применяя подобный матричный оператор \mathbf{P} к карте неба, можно «раскрутить» эту карту на TOD в соответствии с принятой стратегией сканирования неба. И наоборот, применяя \mathbf{P}^T к временным рядам, можно просуммировать их в карту. Значением в пикселе этой карты будет сумма сигнала во всех наблюдениях, в которых TOD пересекали данный пиксел в различное время в заданной стратегии наблюдений. Структура матрицы \mathbf{P} зависит от того, каким предполагается массив \mathbf{m} . Если \mathbf{m} содержит пикселизованное, но несмазанное изображение неба, тогда \mathbf{P} должно учитывать размытие диаграммой. Это самое общее предположение, и оно позволяет, например, правильно учесть несимметричную диаграмму направленности (ДН). В этом случае применение \mathbf{P} к \mathbf{m} означает и свертку карты неба с откликом антенны, и «раскручивание» \mathbf{m} в поток временных данных. Если, с другой стороны, ДН будет, по крайней мере, приблизительно симметричной, тогда такая процедура возможна, и в этом случае удобнее рассматривать \mathbf{m} как ДН, сглаживающую пикселизованное небо. Отметим, что ДН антенны в миссии WMAP считаются квазигaussianными, т. е. имеют искажения формы (рис. 12).

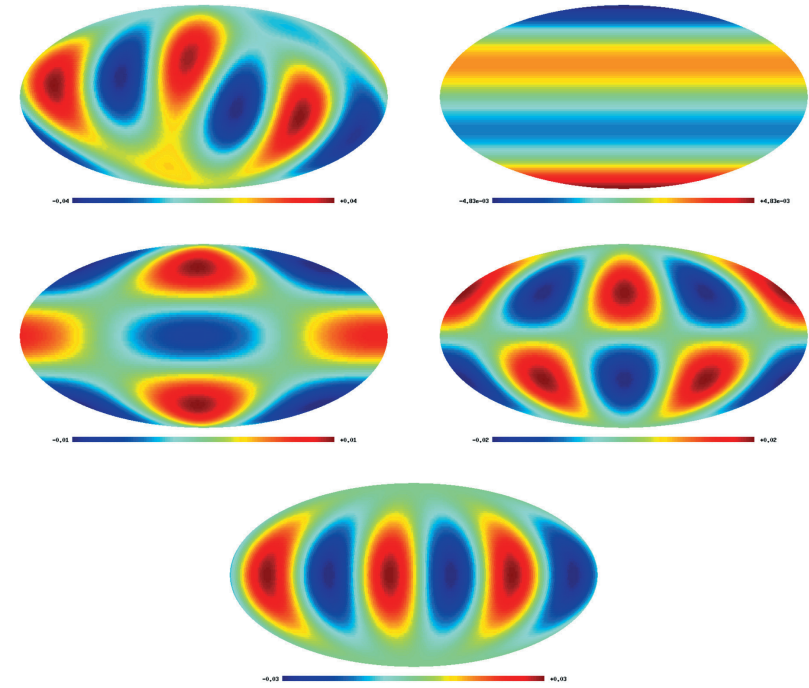


Рис. 10. (Цветную версию см. на вклейке, стр. 465) Октуполь ($\ell = 3$) карты CMB WMAP 7-го года наблюдений (сверху слева) и его моды Y_{30} (коэффициент на карте CMB $a_{30} = (-6,48e-3, 0)$) (сверху справа), Y_{31} ($a_{31} = (-1,22e-2, 2,03e-3)$) (в центре слева) и Y_{32} ($a_{32} = (2,20e-2, 5,91e-4)$) (в центре справа). Y_{33} ($a_{33} = (-1,17e-2, 3,36e-2)$) (снизу). Коэффициенты приведены для антенной температуры CMB WMAP, заданной в мК

Структура \mathbf{P} для однорупорного эксперимента будет очень простой. Только один элемент в строке будет отличен от нуля — тот, который привязывает наблюдения в j -ом пикселе к i -му элементу TOD. Для восстановления \mathbf{m} в уравнении (III.3.4) предложено несколько методов (см. например, обзор [22]). Так как задача нахождения решения линейна по \mathbf{m} , можно применить метод наименьших квадратов, в котором минимизируется величина

$$\chi^2 = \mathbf{n}^T \mathbf{V} \mathbf{n} = (\mathbf{d}^T - \mathbf{m}^T \mathbf{P}^T) \mathbf{V} (\mathbf{d} - \mathbf{P} \mathbf{m}) \quad (\text{III.3.5})$$

для несингулярной симметрической матрицы \mathbf{V} . Чтобы получить малошумящий эстиматор, необходимо найти такую \mathbf{V} , которая минимизирует вариацию $\hat{\mathbf{m}}$. Это достигается, когда мы в качестве \mathbf{V} выбираем обратную ковариантную матрицу шума, т. е. $\mathbf{V}^{-1} = \mathbf{N} \equiv \langle \mathbf{nn}^T \rangle$. В результате можно построить эстиматор $\hat{\mathbf{m}}$ для карты:

$$\hat{\mathbf{m}} = (\mathbf{P}^T \mathbf{V} \mathbf{P})^{-1} \mathbf{P}^T \mathbf{V} \mathbf{d}, \quad (\text{III.3.6})$$

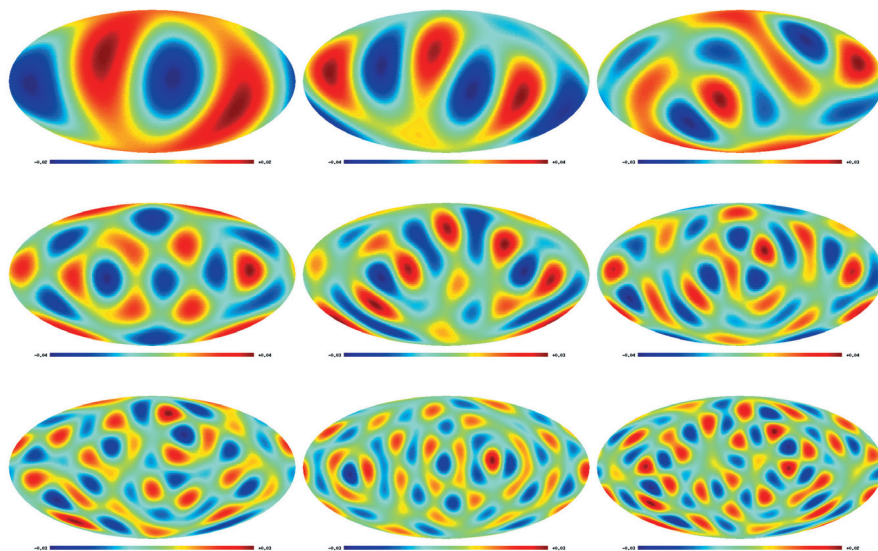


Рис. 11. (Цветную версию см. на вклейке, стр. 465) Мультиполи ($\ell = 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10$) карты СМВ WMAP 7-го года наблюдений

а решение для карты в процедуре map-making будет

$$\bar{\mathbf{m}} = \Sigma^{-1} \mathbf{P}^T \mathbf{N}^{-1} \mathbf{d}, \quad (\text{III.3.7})$$

где

$$\Sigma = \mathbf{P}^T \mathbf{N}^{-1} \mathbf{P}.$$

Процедура построения карты делается для выбранной пикселизации неба, свойства которой также обеспечивают и точность интегрирования на сфере при вычислении $a_{\ell m}$ (уравнение (III.3.3)). Проблема интегрирования на сфере обсуждалась еще в 70-е гг. прошлого века (см. например работы [23–26]). Проблема стала актуальной в астрофизике с появлением полных обзоров неба и необходимостью разложения по сферическим гармоникам протяженного сигнала. И так, в настоящее время алгоритм пикселизации карт неба, а именно метод разбиения неба на участки, в которых по определенным правилам интегрируются наблюдательные данные, является одним из наиболее важных моментов в теории обработки реликтового излучения. Вопрос пикселизации поднимался еще в эксперименте COBE [3, 27], а на самом деле и еще раньше — в метеорологических исследованиях, хотя там было не полное и неравномерное покрытие неба. Позднее были предложены 3 метода пикселизации: разбиение по икосаэдру [28] (рис. 13 и 14), разбиение Иглу [29] (рис. 15) и алгоритм HEALPix [30, 31] (рис. 16), для которого имеется развитое программное обеспечение — пакет с одноименным названием. Отметим, что еще в работе 1996 г. Тегмарк [28] поднимает

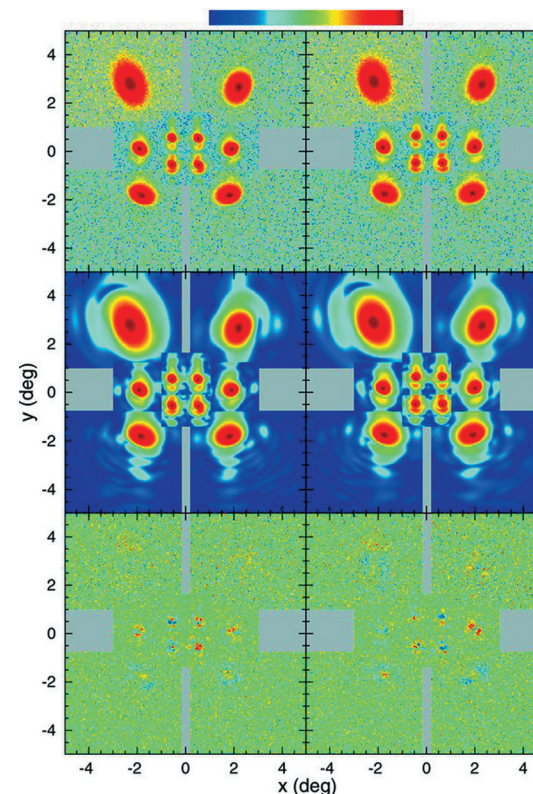


Рис. 12. (Цветную версию см. на вклейке, стр. 466) Диаграммы направленности WMAP в фокальной плоскости для каналов К ($0,88^\circ$), Ка ($0,66^\circ$), Q ($0,51^\circ$), V ($0,35^\circ$), W ($0,22^\circ$). Рисунки в правом и левом столбцах соответствуют двум разнонаправленным инструментам миссии. Сверху: измеряемые диаграммы, посередине: модельная аппроксимация, внизу: разность между наблюдаемыми и модельными. Видны остаточные невязки. Рисунок воспроизведен с сайта <http://lambda.gsfc.nasa.gov>

2 важных вопроса, связанных с оптимальным расположением центров N пикселей на небе и выбором наилучшего пути вычисления свертки карты суммированием с использованием центров пикселей. Все, что обсуждалось ранее в связи с пикселизацией, было посвящено решению первой проблемы, и ответ на второй вопрос дается только после выбора схемы пикселизации. Отметим, что пикселизация данных СМВ на сфере — только часть основной проблемы, состоящей в определении коэффициентов $a_{\ell m}$ при разложении на сферические гармоники сигнала СМВ.

В 2003 г. мы предложили схему пикселизации, ориентированную прежде всего на гармонический анализ [32–34]. В этом случае первостепенное значение приобретает точность вычисления интеграла в уравнении (III.3.3).

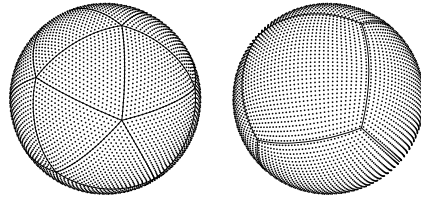


Рис. 13. Икосаэдр. Схемы пикселизации на базе куба и икосаэдра. Рисунок воспроизведен из работы [28]

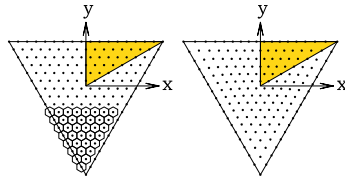


Рис. 14. Икосаэдр. Регулярная треугольная сетка (слева) выбрана таким образом (справа), чтобы получить пикселы одинаковой площади. Пикселы имеют форму шестиугольника. Грань треугольного икосаэдра может быть симметрично разложена на 6 одинаковых правильных треугольников (на рис. один из них затушеван), а площадь выровнена для симметрии. Рисунок воспроизведен из работы [28]

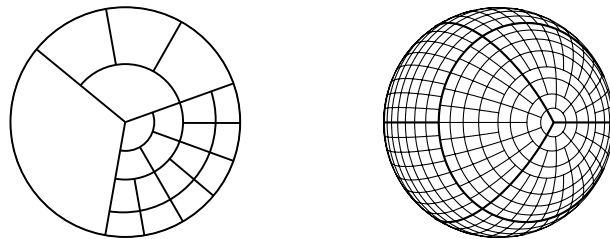


Рис. 15. Иглу. Левый рисунок демонстрирует полярную шапку для случая разбиения типа Иглу, которое является иерархическим и дает маленькое искажения пиксела. Это показано на правом рисунке с пикселизацией типа 3:6:3, где каждый из 12-ти базовых пикселов разбит на 64 пиксела равной площади. Рисунок воспроизведен из работы [29].

Используя этот момент как отправной пункт, можно изменить подход к проблеме обработки данных на сфере, который, в частности, определяет и схему пикселизации. Для точного вычисления интеграла в (III.3.3) применяется метод гауссовых квадратур, предложенный Гауссом еще в 1814 г. и развитый Кристоффелем в 1877 г. Основная идея интегрирования по x в формуле

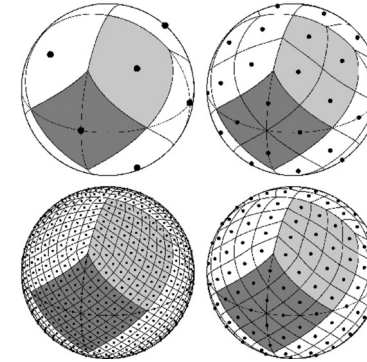


Рис. 16. HEALPix. Сфера иерархически мозаично разбита на криволинейные четырехугольники. Самое низкое разрешение соответствует 12 базовым пикселям. Разрешение мозаики возрастает при делении каждого пиксела на 4 новых. Рисунок демонстрирует (по часовой стрелке от положения сверху — слева к положению снизу — слева) увеличение разрешения за три шага от базового уровня, т. е. сфера разбивается соответственно на 12, 48, 192, и 768 пикселов. Площади всех пикселов с данным разрешением одинаковые. Пикселы расположены на линиях постоянной широты, что используется для гармонического анализа с вычислением сферических гармоник. Рисунок воспроизведен из работы [30]

(III.3.3) состоит в том, чтобы использовать присоединенные полиномы Лежандра $P_\ell^m(x)$ с весовой функцией $w(x)$ для достижения точного равенства [35]:

$$\int_{-1}^1 dx \Delta T(x, \phi) Y_{\ell, m}^*(x, \phi) = \sum_{j=1}^N w_j \Delta T(x_j, \phi) Y_{\ell, m}^*(x_j, \phi). \quad (\text{III.3.8})$$

Здесь весовая функция $w_j = w(x_j)$, а $\Delta T(x_j, \phi) Y_{\ell, m}^*(x_j, \phi)$ должна браться в корнях сетки $P_N(x_j) = 0$, N — максимальный ранг полинома Лежандра. Известно, что уравнение $P_N(x) = 0$ имеет точно N нулей в интервале $-1 \leq x \leq 1$. Для метода Гаусса—Лежандра (уравнение (III.3.8)) весовые коэффициенты даются формулой [35]

$$w_j = \frac{2}{1 - x_j^2} [P_N'(x_j)]^{-2} \quad (\text{III.3.9})$$

и могут быть вычислены совместно с набором x_j например, с помощью процедуры «gauleg» [35].

Такую сетку пикселизации, когда центры пикселов совпадают с узлами в квадратуре Гаусса—Лежандра, а пикселы имеют квазиравные площади, мы называем пикселизацией неба по методу Гаусса—Лежандра (Gauss—Legendre Sky Pixelization — GLESP). Для сравнения на рис. 17 показаны положения центров колец на сфере $x = \cos \theta$, используемых при интегрировании в двух

схемах пикселизации: HEALPix и GLESP. Заметим, что вычисление интеграла (уравнение (III.3.3)) может быть проведено различными способами, однако, построение схемы пикселизации, проводится по фиксированным узлам, в которых проводится осреднение временных рядов.

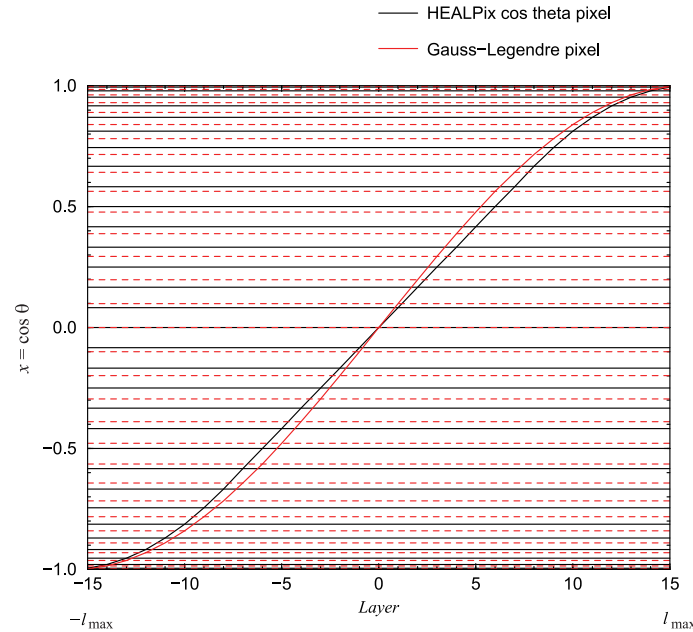


Рис. 17. Два типа пикселизации неба по оси $\cos(\theta)$ HEALPix (черная сплошная линия) и GLESP (красная пунктирная линия)

В действительности, все данные СМВ имеют некоторый предел разрешения и, следовательно, верхний предел суммирования по ℓ в уравнении (III.3.1), $\ell \leq \ell_{\max}$, где ℓ_{\max} — максимальный мультиполь, принятый при обработке данных на сфере. Это означает, что, при построении сетки нулей в точках x_j и весов w_j ($j = 1, 2, \dots, N$) можно использовать $N = N_{\max}$, где N_{\max} связана с ℓ_{\max} .

Итак, при анализе данных СМВ на сфере сейчас используются две схемы пикселизации, для которых существует развитое программное обеспечение: иерархическая схема HEALPix²⁾, ориентированная на пиксельные вычисления, и неиерархическая схема GLESP³⁾, ориентированная на гармонические вычисления. Пример заполнения пикселями сферы для обеих схем показан на рис. 18.

²⁾ <http://healpix.jpl.nasa.gov>

³⁾ <http://www.glesp.nbi.dk>

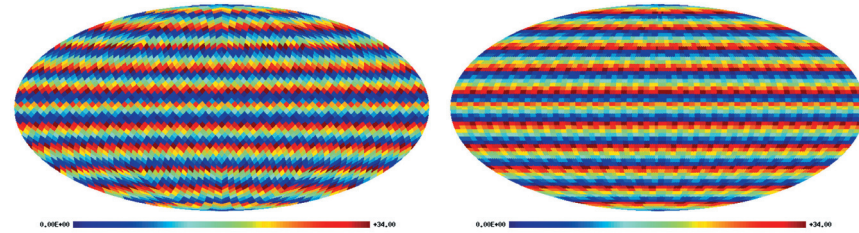


Рис. 18. (Цветную версию см. на вклейке, стр. 466) Два типа пикселизации на сфере: HEALPix (сверху) и GLESP (снизу)

7. Разделение компонент

Измеряемый в эксперименте сигнал содержит, помимо СМВ, вклады галактических фоновых компонент и галактических и внегалактических радиоисточников, что можно условно расписать как

Сигнал = (СМВ + синхротрон + пыль + свободно-свободное + источники) * ДН + Шум, где символ «*» обозначает операцию свертки. ДН в миссии WMAP показаны на рис. 12. Яркие излучающие области в нашей Галактике, а также внегалактические источники (рис. 19) можно учесть, накладывая маски, т. е. исключая из рассмотрения определенные участки небесной сферы (например, 25 % для маски KQ75, используемой для данных 7-го года миссии WMAP [36] (см. также рис. 20)).

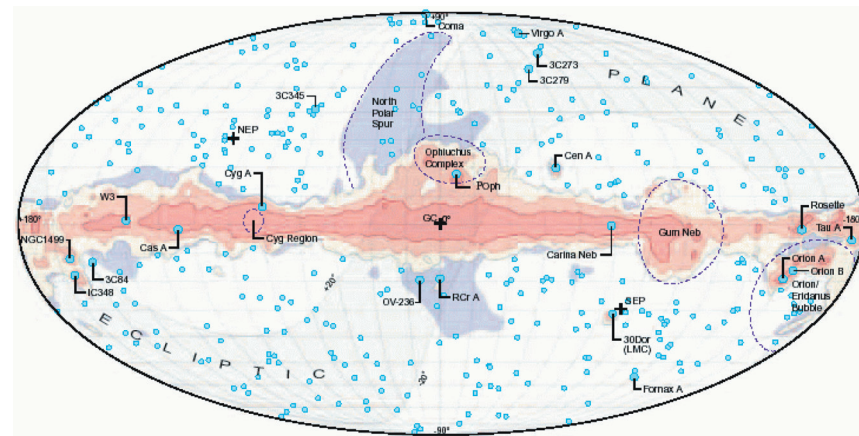


Рис. 19. Радиоисточники, видимые на картах WMAP. Рисунок воспроизведен с сайта <http://lambda.gsfc.nasa.gov>

Можно однако восстановить сигнал СМВ со всей небесной сферы, используя результаты многочастотных наблюдений миссии WMAP. Один

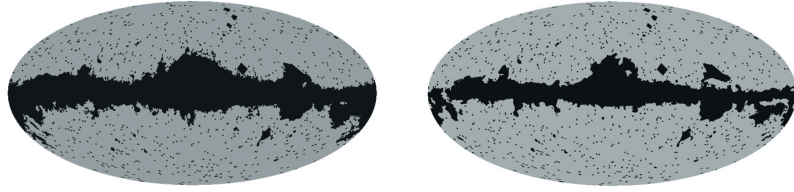


Рис. 20. Примеры масок, используемых командой WMAP: KQ85, покрывающей 15 % неба (слева), и KQ75, покрывающей 25 % неба (справа). Данные взяты с сайта <http://lambda.gsfc.nasa.gov>

из методов построения полной карты температуры СМВ представляет собой комбинацию наблюдательных данных на разных частотах с домножением на некоторые коэффициенты, которые позволяют в результате удалить галактический сигнал и тем самым выделить микроволновый реликтовый фон [37]. В таком подходе используется идея, что спектры излучения компонент галактического фона (а именно, синхротронного, свободно-свободного излучений и излучения пыли) отличаются от спектра СМВ. Так как комбинация каналов в миссии WMAP применяется без привлечения наблюдений в других экспериментах, метод называется «внутренней линейной комбинацией» (ILC—Internal Linear Combination), и полученная этим способом карта соответственно называется картой ILC. Коэффициенты можно определить минимизацией дисперсии в результирующей карте, приравняв их сумму единице, чтобы сохранить общую нормировку сигнала СМВ.

При описании этой процедуры отметим прежде всего, что по результатам моделирования [37] установлено, что инструментальный шум не влияет существенно на ситуацию, поскольку дает смещение в оценке сигнала в плоскости Галактики лишь порядка 10 мК. В простом случае, когда инструментальным шумом можно пренебречь, а фоновые компоненты имеют одинаковый спектр в исследуемой области и различаются в разных ее местах лишь температурой, искомую ILC-температуру можно записать в виде линейной комбинации сигналов карт на различных частотах ν_i :

$$T_{\text{ILC}}(p) = \sum_i \zeta_i T_i(p) = \sum_i \zeta_i [T_c(p) + S_i T_f(p)] = T_c(p) + \Gamma T_f(p). \quad (\text{III.3.10})$$

Здесь $T_i(p) \equiv T(\nu_i, p)$ — карта наблюдаемого сигнала на частоте ν_i , p — некоторый пиксел изображения (минимальная область карты с измеренной температурой), карта сигнала $T_i(p) = T_c(p) + S_i T_f(p)$ представлена в виде суммы карт СМВ $T_c(p)$ и фоновой компоненты $S_i T_f(p)$, коэффициент $S_i \equiv S(\nu_i)$ описывает суммарный частотный спектр фонового излучения, $T_f(p)$ — температурное распределение фонового излучения. Коэффициенты ζ_i требуется определить, причем они подчиняются нормировочному условию $\sum_i \zeta_i = 1$.

В уравнении (III.3.10) введено обозначение $\Gamma \equiv \sum_i \zeta_i S_i$.

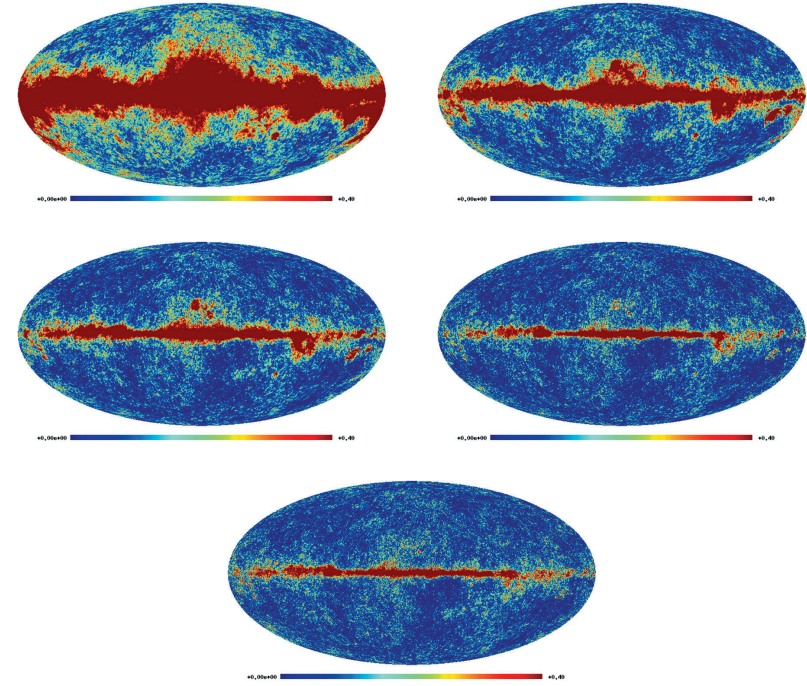


Рис. 21. (Цветную версию см. на вклейке, стр. 467) Слева направо сверху вниз: карты наблюдаемого микроволнового излучения в частотных каналах WMAP: 23 ГГц (полоса K), 33 ГГц (полоса Ka), 41 ГГц (полоса Q), 61 ГГц (полоса V) и 94 ГГц (полоса W) по данным WMAP 7-го года. Карты построены в галактических координатах

Для определения коэффициентов ζ_i проводится процедура минимизации дисперсии $T_{\text{ILC}}(p)$. Для этой дисперсии имеем [37]:

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{ILC}}^2 &= \langle T_{\text{ILC}}^2(p) \rangle - \langle T_{\text{ILC}}(p) \rangle^2 = \\ &= \langle T_c^2 \rangle - \langle T_c \rangle^2 + 2\Gamma [\langle T_c T_f \rangle - \langle T_c \rangle \langle T_f \rangle] + \Gamma^2 [\langle T_f^2 \rangle - \langle T_f \rangle^2] = \\ &= \sigma_c^2 + 2\Gamma \sigma_{cf} + \Gamma^2 \sigma_f^2. \end{aligned} \quad (\text{III.3.11})$$

Здесь угловые скобки « $\langle \rangle$ » означают усреднение по пикселям выбранной области. В результате минимизации σ_{ILC}^2

$$0 = \frac{\delta \sigma_{\text{ILC}}^2}{\delta \zeta_i} = 2 \frac{\delta \Gamma}{\delta \zeta_i} \sigma_{cf} + 2\Gamma \frac{\delta \Gamma}{\delta \zeta_i} \sigma_f \quad (\text{III.3.12})$$

получается $\Gamma = -\sigma_{cf}/\sigma_f^2$ и

$$T_{\text{ILC}}(p) = T_c(p) - \frac{\sigma_{cf}}{\sigma_f^2} T_f(p).$$

В идеальном случае, когда корреляция между СМВ и фоном отсутствует, т. е. $\sigma_{cf} = 0$, карта ILC совпадает с картой СМВ. В реальности, как подчеркивают авторы [37], карта ILC смещена в сторону уменьшения корреляции между сигналом СМВ и фоновыми компонентами.

Отметим, что существуют различные вариации метода ILC как в пиксельном, так и в гармоническом пространствах (см. обзор в [38]). Области, для которых применяется метод, можно ограничить (1) на сфере, разбив ее на отдельные зоны [37] (например, при анализе данных WMAP сфера разбивалась на 12 областей, большая часть которых расположена в галактической плоскости), (2) по правилам отбора усредняемых пикселей [39], (3) для заданного набора гармоник [40]. Можно использовать и другие комбинации разночастотных наблюдений. В результате модификаций получаются слегка различные карты. Кроме того, существуют различные версии самой процедуры построения карты внутренней линейной комбинации (например, метод Lagrange ILC–LILC [41], который демонстрирует те же результаты, что ILC). И, наконец, возможно разделение компонент сигнала и построение карт СМВ с использованием других методов, таких, например, как метод максимальной энтропии (MEM–Maximum Entropy Method) [37, 42], подгонка шаблонов фоновых компонент по другим наблюдениям [37, 42], винеровская фильтрация (карта WFM М. Тегмарка и др. [43]) или взвешенное удаление фона (карта FCM М. Тегмарка и др. [43]). С помощью последних Тегмарком и др. были построены карты СМВ с большим разрешением ($\ell_{\max} = 600$), чем дает WMAP.

Итак, в архиве NASA WMAP (сайт <http://lambda.gsfc.nasa.gov>) можно найти записи временных рядов и наблюдательные карты в пяти полосах: 23 ГГц (полоса К), 33 ГГц (полоса Ка), 41 ГГц (полоса Q), 61 ГГц (полоса V) и 94 ГГц (полоса W) (рис. 21) с измерением интенсивности и поляризации. Массивы данных предоставлены для 7 лет работы миссии [17, 18, 37, 44–46]. Также имеется построенная карта ILC WMAP, сглаженная диаграммой гауссовой формы с разрешением 1° (рис. 6), таблицы спектров мощности (см. на рис. 6), а также космологических параметров. Все разделенные компоненты микроволнового излучения включены в архив NASA и доступны научному сообществу на сайте WMAP.

8. Спектр мощности флуктуаций

Спектр мощности реликтового излучения определяется взвешенной суммой квадратов амплитуд гармоник:

$$C_\ell = \frac{1}{2\ell + 1} \sum_{m=-\ell}^{\ell} |a_{\ell m}|^2. \quad (\text{III.3.13})$$

Отметим, что в выражении (III.3.13) предполагается гауссово распределение $2\ell + 1$ коэффициентов $a_{\ell m}$, квадраты амплитуд которых усредняются с одинаковыми весами. В этом случае для двухточечного коррелятора справедливо

(усреднение идет по ансамблю вселенных)

$$\langle a_{\ell m} a_{\ell m'}^* \rangle = C_\ell \delta_{\ell\ell} \delta_{mm'}. \quad (\text{III.3.14})$$

Для негауссовых данных при усреднении на заданном ℓ смысл величины C_ℓ становится не очевидным. И мы к этому вернемся в 4-й лекции.

Необходимо также сказать, что мы наблюдаем C_ℓ на *нашем* небе. Если поместить наблюдателя в другую точку нашей Вселенной, C_ℓ будет слегка отличаться. Настоящий спектр C_ℓ можно оценить, осреднив данные всех наблюдателей, что в гауссовой вселенной аналогично осреднению по ансамблю допустимых вселенных (см. уравнение (III.3.14)). Если бы в наших наблюдательных данных по СМВ на полном небе отсутствовал шум, уравнение (III.3.3) давало бы точные $a_{\ell m}$, из которых, согласно (III.3.13), можно было бы получить несмещенную оценку истинного спектра C_ℓ , соответствующую осредненной по ансамблю. Однако у нас нет идеальных данных. И даже если бы они были, то для низких мультиполей ℓ мы можем измерить только $2\ell + 1$ мод, что приводит к внутренним невязкам (разбросу значений) при определении спектра, называемым космической (лучше сказать, космологической) вариацией — «cosmic variance»:

$$\frac{\sigma_\ell}{C_\ell} = \sqrt{\frac{2}{2\ell + 1}}. \quad (\text{III.3.15})$$

Форма спектра мощности обусловлена влиянием большого набора процессов на ранних этапах эволюции Вселенной, генерирующих анизотропию реликтового излучения в период рекомбинации водорода и связанных с возмущениями плотности, скорости и метрики, эволюционирующих в режиме звуковых волн (см. подробнее об этих и других эффектах первичной и вторичной анизотропии в монографиях Насельского и др. [12], Горбунова и Рубакова [49], Лукаша и Михеевой [50]). Амплитуда возмущений реликтового излучения после рекомбинации модулируется акустическими модами на фазе до рекомбинации в точном соответствии с предсказанным А. Д. Сахаровым [51] эффектом барионных осцилляций (названных позднее сахаровскими), связанных со звуковыми волнами в плазме. Характеристикой анизотропии СМВ, обусловленной сахаровскими осцилляциями, и является спектр мощности флуктуаций в пространстве мультиполей. Таким образом, условия формирования флуктуаций СМВ, а, следовательно, и определяющие их космологические параметры, «впечатаны» в спектр мощности этого излучения и фактически определили современное состояние Вселенной.

Итак, спектр мощности вариаций реликтового излучения $C(\ell)$, может быть описан как функционал, зависящий от космологических параметров [12]:

$$C_\ell \equiv C_\ell(h, \Omega_b h^2, \Omega_{CDM} h^2, \Omega_\Lambda, \Omega_\nu, n, \dots). \quad (\text{III.3.16})$$

Здесь, в частности, указаны постоянная Хаббла $h = H_0/100$ км/с/Мпк, плотность барионной материи Ω_b , плотность скрытой массы Ω_{CDM} , плотность

«темной энергии» Ω_Λ , плотность массивных нейтрино Ω_ν , показатель спектра адиабатических возмущений n и другие параметры.

Для решения этого функционала и определения параметров используется программа CAMB⁴⁾ [52], основанная на процедуре CMBFast [53]. В качестве примера расчетов с помощью процедуры CAMB на рис. 22, 23 и 24 показано поведение углового спектра мощности в зависимости от вариации некоторых параметров.

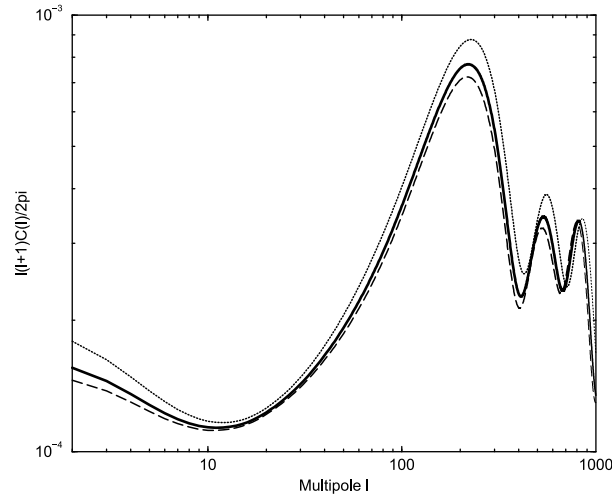


Рис. 22. Угловой спектр мощности $\ell(\ell + 1)C(\ell)/(2\pi)$ в зависимости от значения параметра плотности темной материи Ω_{CDM} . Жирной линией показан спектр мощности в стандартной модели Λ CDM ($\Omega_{CDM} = 0,227$). Пунктирной линией показан спектр с $\Omega_{CDM} = 0,17$, штриховой — с $\Omega_{CDM} = 0,27$. Для расчетов использовалась процедура CAMB [52]

На неполной карте коэффициенты $a_{\ell m}$ точно вычислить нельзя, и соответственно угловой спектр мощности C_ℓ с помощью них не получить. Поэтому используют приближения к спектру, рассчитываемые с помощью корреляционной функции, построенной по пикселям на наблюдаемой площадке СМВ. В этом случае говорят о псевдо- C_ℓ -спектре, являющимся приближением C_ℓ . Как правило, точки на псевдо- C_ℓ спектре имеют очень большой разброс, и для сглаживания применяют процедуру бинирования. Эта процедура в заданном интервале мультиполей (бине) проводит осреднение измерений псевдо- C_ℓ с определенными весами. Для оценки C_ℓ используют метод максимального правдоподобия с применением теоремы Байеса по от-

⁴⁾ Доступна также в режиме on-line на сайте http://lambda.gsfc.nasa.gov/toolbox/tb_camb_form.cfm

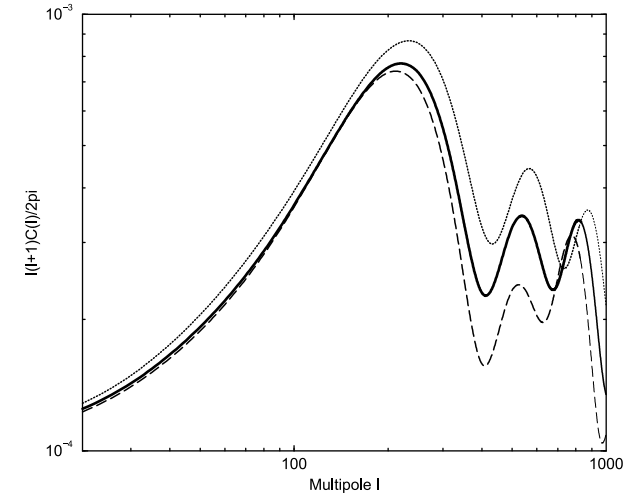


Рис. 23. Угловой спектр мощности $\ell(\ell + 1)C(\ell)/(2\pi)$ в зависимости от значения параметра постоянной Хаббла H_0 . Жирной линией показан спектр мощности в стандартной модели Λ CDM ($H_0 = 70,4$ км/с/Мпк). Пунктирной линией показан спектр с $H_0 = 60$ км/с/Мпк, штриховой — с $H_0 = 85$ км/с/Мпк. Для расчетов использовалась процедура CAMB [52]

ношению к спектру мощности и наблюдательным данным:

$$L(C_\ell|\mathbf{d}) \propto L(\mathbf{d}|C_\ell)P(C_\ell), \quad (\text{III.3.17})$$

где $L(C_\ell|\mathbf{d})$ — вероятность модели (здесь модель — базовый спектр C_ℓ), приводящей к данным \mathbf{d} , которые могут быть представлены картой неба или ее преобразованием в коэффициенты $a_{\ell m}$, $L(\mathbf{d}|C_\ell)$ — вероятность регистрации данных \mathbf{d} в случае спектра C_ℓ , $P(C_\ell)$ — априорная вероятность реализации спектра мощности. Обычно полагают (см. например в [37]), что данные соответствуют гауссову распределению (как предсказывается, например, в инфляционных моделях), тогда функция вероятности выглядит так:

$$L(C_\ell|\mathbf{d}) \propto \frac{\exp(-\frac{1}{2}\mathbf{d}^T\mathbf{C}^{-1}\mathbf{d})}{\sqrt{\det\mathbf{C}}}P(C_\ell), \quad (\text{III.3.18})$$

где \mathbf{C} — ковариационная матрица данных, включающая вклад наблюдаемого сигнала и шума: $\mathbf{C}(C_\ell) = \mathbf{S}(C_\ell) + \mathbf{N}$. Так как ковариационная матрица включает оба члена, доверительные интервалы для C_ℓ , получаемые из $L(C_\ell|\mathbf{d})$, автоматически содержат неопределенности из cosmic variance и инструментального шума. Кроме того, если наблюдательные данные ограничены областью вне плоскости Галактики, то доверительные интервалы C_ℓ учитывают и это условие. В стандартном предположении принимается также равномерное априорное распределение $P(C_\ell) = 1$.

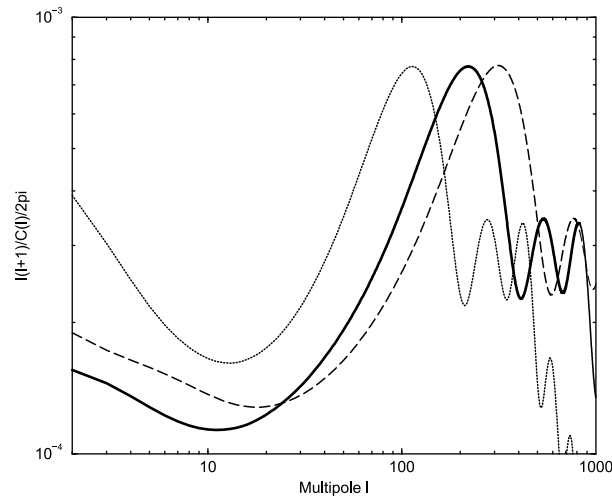


Рис. 24. Угловой спектр мощности $l(l+1)C(l)/(2\pi)$ в зависимости от значения параметра кривизны Ω_k . Жирной линией показан спектр мощности в стандартной модели Λ CDM ($\Omega_k=0$). Пунктирной линией показан спектр с $\Omega_k=-0,3$, штриховой — с $\Omega_k=0,3$. Для расчетов использовалась процедура CAMB [52]

Если мы можем для заданной космологии, описываемой набором параметров, рассчитать спектр C_ℓ , то можно решить и обратную задачу: по заданным точкам C_ℓ определить космологию, которая дает наилучшее приближение. Форма спектра, включающая фиксированные положения и амплитуды максимумов и минимумов, обусловленного сахаровскими осцилляциями, позволяет однозначно зафиксировать стандартную космологию.

9. Определение космологических параметров

Для расчетов в вероятностном параметрическом пространстве параметров, где для различных экспериментов проверяется космологическая модель, описываемая известными зависимостями (например, угловым спектром мощности СМВ, корреляционной функцией скопления, зависимостью «абсолютная зв. величина — красное смещение» для SN Ia и/или другими параметрическими построениями), в настоящее время применяется стандартная процедура оценки параметров COSMOMC⁵⁾ (COSMOlogical Monte Carlo) [54]. Процедура использует метод Монте-Карло для марковских цепей. Для генерирования выборок случайных вариаций параметров при апостериорном распределении с помощью марковской цепи применяется алгоритм

⁵⁾ <http://cosmologist.info/cosmomc/>

Метрополиса—Хастингса (Metropolis—Hastings), который позволяет выбрать положение в параметрическом пространстве на основе предыдущего положения (см. детальное описание в [54]). Программа использует входные оценки центральных величин и апостериорные значения отклонений различных параметров. Предлагаемая процедурой плотность разброса может учитывать информацию о корреляциях параметров из рассчитываемой ковариационной матрицы, если она значимо улучшит работу. Кроме того, для малого числа проверяемых космологических параметров можно строить сетку моделей и быстро интерполировать значения для промежуточных шагов. Однако при росте числа оцениваемых параметров, стоимость вычислений на сетке растет экспоненциально.

Входными параметрами для COSMOMC являются стандартные наборы наблюдательных величин, например:

- 1) данные измерений углового спектра мощности C_ℓ в различных независимых экспериментах;
- 2) абсорбционные особенности в спектрах квазаров (около линии Ly- α) на больших красных смещениях, позволяющие восстановить распределение материи и соответственно крупномасштабной структуры;
- 3) абсолютные звездные величины и красные смещения для выборок SN Ia;
- 4) данные по распределению материи в гравитационных линзах и распределение по z ,
- 5) различные другие наборы данных, описываемые в космологии.

Для каждого типа данных можно подключить проверяющую процедуру, сформированную из комбинации космологических параметров и описывающую физические процессы (например, для данных реликтового излучения используется упоминаемая выше программа расчета углового спектра мощности флуктуаций САМВ).

В результате вычислений генерируется таблица космологических параметров (с ошибками их определения), указываемых пользователем в соответствующем файле описаний, например:

- 1) $\Omega_b h^2$ — плотность барионной материи,
- 2) $\Omega_c h^2$ — плотность темной материи,
- 3) $\theta(\Omega_\Lambda, H_0)$ — звуковой горизонт / угловое расстояние,
- 4) τ — оптическая толщина эпохи реионизации,
- 5) Ω_k — пространственная кривизна,
- 6) f_ν — количество темной материи в тяжелых нейтрино,
- 7) w — уравнение состояния,
- 8) n_s — скалярный спектральный индекс,
- 9) n_t — тензорный спектральный индекс.

Важной характеристикой, де факто ставшей стандартом представления данных по космологическим параметрам и уровнем достоверности их определения, являются диаграммы параметров (рис. 25), описываемых 1D, 2D и 3D-графиками.

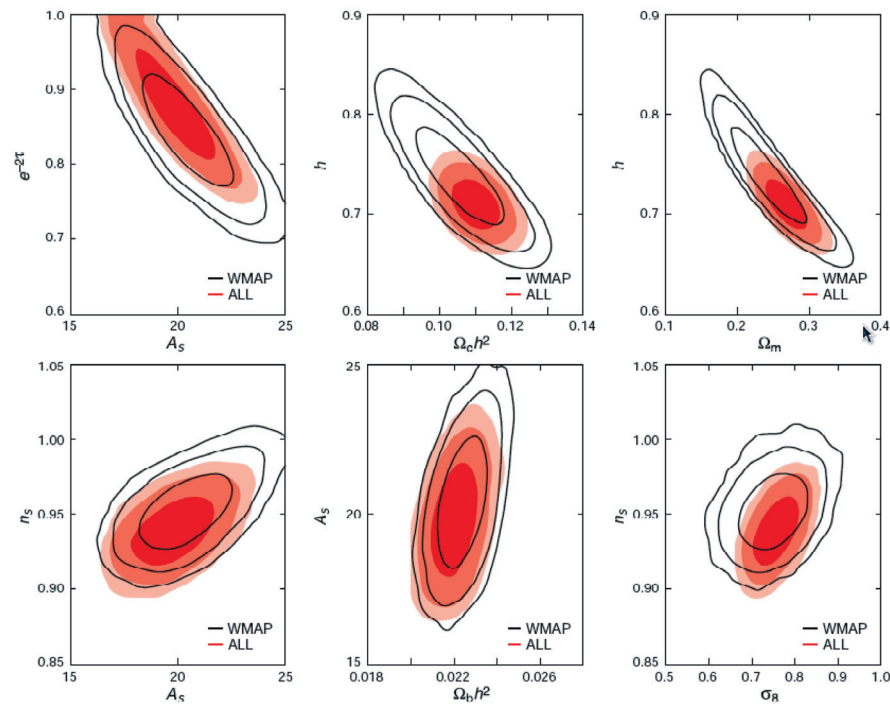


Рис. 25. Пример двумерных диаграмм COSMOMC для различных пар космологических параметров. Контурами отмечены уровни достоверности 68 % и 95 % значений параметров: линиями — только по данным WMAP, фоновыми оттенками — для набора данных экспериментов WMAP + 2dFGRS + SDSS + ACBAR + BOOMERanG + CBI + VSA + SN(HST/GOODS) + SN(SNLS). Рисунок воспроизведен из работы [57]

Как видно, из рис. 25 и табл. 1 комбинации различных данных приводят к небольшому сдвигу доверительных интервалов. Кроме того, для одних и тех же данных в настоящее время возможно применение нескольких моделей, например, при описании темной энергии можно использовать либо Λ -член, либо в более широком понимании — квинтэссенцию (пятую силу). Последняя описывает расширение стандартной космологической модели в уравнении состояния. Аналогично наряду с холодной темной материей (CDM) применяют как дополнение теплую темную материю (WDM), и т. д. Все это описывается целым семейством Λ CDM-космологий и их расширениями. В любом случае, базовой моделью является Λ CDM, построенная по данным WMAP. Сравнение моделей и их расширений, получаемых в комбинациях различных экспериментов, можно найти на странице <http://lambda.gsfc.nasa.gov/product/map/dr4/parameters.cfm> (см. рис. 26). Приведем некоторые из основных космологических параметров ([20]), установ-

ленных на конец 2011 г., в комбинации WMAP7, BAO (Барионные Акустические Осцилляции в распределении галактик [55]) и постоянной Хаббла H_0 [56] (табл. 1).

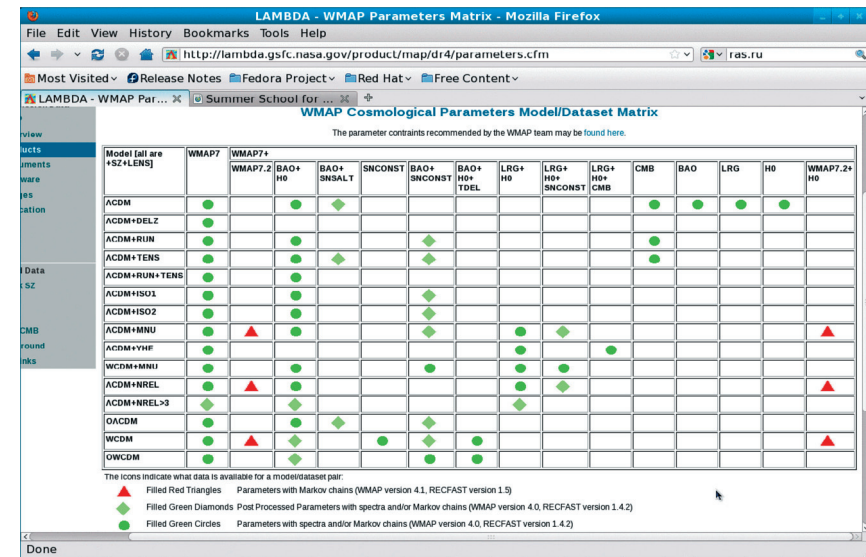


Рис. 26. Копия Web-страницы сайта Lambda для выбора космологической модели.

Рисунок воспроизведен из работы <http://lambda.gsfc.nasa.gov/product/map/dr4/parameters.cfm>

10. Резюме

В данном обзоре мы рассмотрели часть проблем анализа данных реликтового излучения. За пределами нашего рассмотрения остались большие направления в изучении СМВ, связанные с анализом поляризационных данных (например, красное смещение эпохи реионизации определяется по данным E-моды поляризации, а уровень тензорных возмущений, приводящий к гравитационным волнам, — по В-моду) и статистической анизотропии, частным случаем проявления которой можно рассматривать негауссовость сигнала микроволнового фона (негауссовости СМВ будет посвящена четвертая лекция). Кроме того, часть вопросов (например, map-making или варианты разделения компонент) рассматривалась неглубоко, и лишь для того, чтобы иметь о них общее представление. Тем не менее, можно порекомендовать уже приведенные монографии ([12, 49, 50]), а также большой набор статей WMAP [17, 18, 20, 37, 44–46, 57], доступных также на сайте WMAP, где

Таблица 1

Некоторые космологические параметры только по данным WMAP и по комбинации данных WMAP, BAO и H_0 ([20])

Название параметра	Параметр	WMAP	WMAP+BAO+ H_0
постоянная Хаббла	H_0	$71,0 \pm 2,5$ км/с/Мпк	$70,4 \pm 1,4$ км/с/Мпк
барионная плотность	Ω_b	$0,0449 \pm 0,0028$	$0,0456 \pm 0,0016$
плотность холодной темной материи	Ω_c	$0,222 \pm 0,026$	$0,227 \pm 0,014$
плотность темной энергии	Ω_Λ	$0,734 \pm 0,029$	$0,728 \pm 0,016$
амплитуда флуктуаций спектра	σ_8	$0,801 \pm 0,030$	$0,809 \pm 0,024$
мощности материи в объеме 8 Мпк			
показатель спектра мощности	n_s	$0,963 \pm 0,014$	$0,963 \pm 0,012$
первичных флуктуаций			
возраст Вселенной сейчас	t_0	$13,75 \pm 0,13$ гигаlet	$13,75 \pm 0,11$ гигаlet
красное смещение реионизации	z_{reion}	$10,5 \pm 1,2$	$10,4 \pm 1,2$
угловой размер радиуса звукового горизонта	θ_*	$0,5952 \pm 0,0016^\circ$	$0,5953 \pm 0,0014^\circ$
размер радиуса зв. горизонта	$d_A(z_*)$	$14\,116 \pm 163$ Мпк	$14\,073 \pm 130$ Мпк
красное смещение эпохи рекомбинации	z_*	$1090,79 \pm 0,94$	$1090,89 \pm 0,69$
возраст Вселенной эпоху рекомбинации	t_*	$379\,164 \pm 5243$ лет	$377\,730 \pm 3205$ лет
полная масса нейтрино всех типов	$\sum m_\nu$	$< 0,6$ эВ	$< 0,58$ эВ

многие аспекты анализа данных СМВ и измерения космологических параметров описаны в деталях.

В настоящее время (конец 2011 г.) завершается наблюдательный этап эксперимента Planck (рис. 27). При этом наблюдения на высокочастотном комплексе (High Frequency Instrument — HFI) с полосами на 100, 143, 217, 353, 545, 857 ГГц уже завершены, на низкочастотном (Low Frequency Instrument — LFI) с полосами на 30, 44, 70 ГГц осталось лишь несколько месяцев измерений. Несмотря на то, что миссия Planck вторична по отношению к WMAP, понятно, что основные методы анализа данных уже опробованы на данных WMAP. Это не значит, что существенных открытий не будет, но, по-видимому, стандартная космологическая модель вселенной уже определена и зафиксирована в результатах WMAP. В этом плане можно ожидать достижений в направлениях исследований, использующих преимущества Planck-а перед WMAP, среди которых:

- более высокое разрешение (в 3 раза), что позволит измерить угловой спектр мощности до больших ℓ ;
- более высокая чувствительность (в 10 раз);
- 9 частотных полос, которые позволят улучшить модель фоновых компонент.

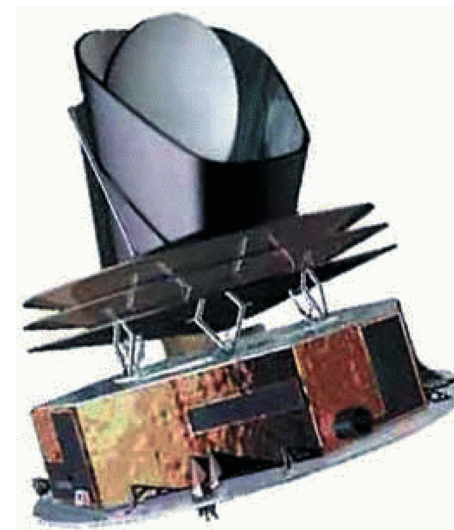


Рис. 27. Зонд Planck. Рисунок воспроизведен с сайта <http://www.rssd.esa.int/Planck/>

Научные цели включают измерение полной интенсивности и поляризации (в том числе и В-моды, определяемой тензорными возмущениями плотности), получение каталога скоплений галактик с помощью данных

об эффекте Зельдовича—Сюняева, наблюдение гравитационного линзирования СМВ, а также наблюдение ярких галактических ядер, межзвездной среды, магнитного поля Галактики и объектов Солнечной системы [58].

Представление космологических результатов миссии предполагается в конце 2012 г., а открытие архива наблюдений для астрономического сообщества — в январе 2013 г. Ожидается, что Planck улучшит точность определения космологических параметров, покажет особенности ионизационной истории Вселенной, даст информацию о динамике инфляционной эпохи и фундаментальной физике до инфляции. Что дальше? Подождем результатов миссии Planck!

Благодарности. Автор благодарен своим коллегам А. Г. Дорошкевичу, П. Д. Насельскому и И. Д. Новикову за плодотворное обсуждение работ по теме анализа данных на сфере. В данных исследованиях использовался открытый архив наблюдений миссии WMAP NASA. Для анализа данных и построения изображения СМВ применялся пакет GLESP⁶⁾ [32, 33]. Автор признателен Фонду некоммерческих программ Дмитрия Зимина «Династия» и РФФИ за поддержку исследований по данной тематике. Автор также признателен Н. В. Верходановой за коррекцию стиля текста.

Литература

1. *Верходанов О. В.* Лекция 1. Радиотелескопы в космологии. Стр. 202.
2. *Penzias A. A., Wilson R. W.* ApJ **142**, 419 (1965).
3. *Smoot G. F. et al.* ApJL **396**, L1 (1992).
4. *Alpher R., Herman R.* Phys. Rev. **74** 1737 (1948).
5. *Gatow G.* Det Kongelige Danske Videnskabernes Selskab, Mat.-Fis. Medd. **27**, 1 (1953).
6. *Чернин А. Д.* УФН **164**, 889 (1994).
7. *McKellar A., Kan-Mitchell J., Conti P. S.* Publ. Dominion Astrophys. Obs. (Victoria, BC) **7**, 251 (1941).
8. *Шкловский И. С.* АЖ **43** 747 (1966).
9. *Шамонов Т. А.* Приборы и Техника Эксперимента **1**, 83 (1957).
10. *Дорошкевич А. Г., Новиков И. Д.* Доклады АН СССР **154**, 809 (1964).
11. *Dicke R. H. et al.* ApJ **142**, 414 (1965).
12. *Насельский П. Д., Новиков Д. И., Новиков И. Д.* Реликтовое излучение, М.: Наука (2003).
13. *Doroshkevich A. G., Zel'dovich Ya. B., Syunyaev R. A.* In Longair M. S. and Einasto J. The large scale structure of the universe; Proc. Symp., Tallinn, Estonian SSR: Dordrecht, D. Reidel Publ. Co., p. 393 (1977).
14. *Парийский Ю. Н.* АЖ **50**, 673 (1973).
15. *Парийский Ю. Н., Петров З. Е., Черков Л. Н.* АЖ **3**, 483 (1977).
16. *Парийский Ю. Н., Корольков Д. В.* «Эксперимент „Холод“». Первый глубокий обзор неба с помощью радиотелескопа РАТАН-600», сб. «Итоги науки и техники», Астрономия **31** (Москва. ВИНТИ), 73 (1986).
17. *Bennett C. L. et al.* ApJS **148**, 1 (2003), astro-ph/0302207
18. *Spergel D. N. et al.* ApJS **148**, 175 (2003), astro-ph/0302209
19. *Верходанов О. В.* Лекция 4. Негауссовость микроволнового фона: новая физика и старые проблемы. Стр. 327.
20. *Komatsu E. et al.* ApJS **192**, 18 (2011), arXiv:1001.4538
21. *Natoli P., de Gasperis G., Gheller C., and Vittorio N.* Astron. Astrophys. **372**, 346 (2001), astro-ph/0101252
22. *Tegmark M.* ApJ **480**, L87 (1997), astro-ph/9611130
23. *Stroud A. H.* Approximate Calculation of Multiple Integrals (Englewood Cliffs: Prentice-Hall), 1971.
24. *Соболев С. Л.* Введение в теорию кубатурных формул (Москва: Наука), 1974.
25. *Mysovskikh I. P.* in Quantitative Approximation, eds. R. A. Devore & K. Scherer (New York: Academic Press), 1976.
26. *Konjaev S. I.* Mat. Заметки, 1979, **25**, 629.
27. *Bennet C. L. et al.* ApJ **396**, L7 (1992).
28. *Tegmark M.* ApJ **470**, L81 (1996).
29. *Crittenden R. G., Turok N. G.* Exactly Azimuthal Pixelizations of the Sky, Report-no: DAMTP-1998-78 (1998), astro-ph/9806374
30. *Górski K. M., Hivon E., & Wandelt B. D.* in «Evolution of Large-Scale Structure: from Recombination to Garching» (1999).
31. *Górski K. M., Hivon E., Banday A. J., Wandelt B. D., et al.* ApJ **622**, 759 (2005).
32. *Doroshkevich A. G., Naselsky P. D., Verkhodanov O. V. et al.* Intern. J. Mod. Phys. **14**, 275 (2003), astro-ph/0305537
33. *Verkhodanov O. V., Doroshkevich A. G., Naselsky P. D., et al.* Bull. SAO **58**, 40 (2005).
34. *Doroshkevich A. G., Verkhodanov O. B., Naselsky P. D., et al.* Intern. J. Mod. Phys. **20**, 1053 (2011), arXiv:0904.2517
35. *Press W. H., Teukolsky S. A., Vetterling W. T., Flannery B. P.* Numerical Recipes in FORTRAN, Second Edition, Cambridge University Press (1992), <http://www.nr.com>
36. *Gold B. et al.* ApJS **192**, 15 (2011), arXiv:1001.4555
37. *Hinshaw G. et al.* ApJS **170** 288 (2007), astro-ph/0603451
38. *Leach S. M. et al.* Astron. Astrophys. **491**, 597 (2008), arXiv:0805.0269
39. *Doroshkevich A. G. and Verkhodanov O. V.* Phys. Rev. D **83**, 043002 (2011), arXiv:1008.4094
40. *Kim J., Naselsky P., Christensen P. R.* Phys. Rev. D **79**, 023003 (2009).
41. *Eriksen H. K. et al.* Astrophys. J. **605**, 14 (2004).
42. *Stolyarov V., Hobson M. P., Ashdown M. A. J., Lasenby A. N.* MNRAS **336**, 97 (2002).
43. *Tegmark M., de Oliveira-Costa A., Hamilton A.* Phys. Rev. D **68**, 123523 (2003).
44. *Bennett C. L. et al.* Astrophys. J. Suppl. **148**, 97 (2003), astro-ph/0302208
45. *Hinshaw G. et al.* Astrophys. J. Suppl. **180**, 225 (2009), astro-ph/0803.0732
46. *Jarosik N. et al.* Astrophys. J. Suppl. **192**, 14 (2011), arXiv:1001.4744
47. *Reichardt C. L. et al.* ApJ **694**, 1200 (2009).
48. *Brown M. L. et al.* ApJ **705**, 978 (2009).
49. *Горбунов Д. С., Рубаков В. А.* Введение в теорию ранней Вселенной: Космологические возмущения. Инфляционная теория. (М.: КРАСАНД, 2010).
50. *Лукаш В. Н., Михеева Е. В.* Физическая космология. (М.: Физматлит, 2010).

⁶⁾ <http://www.glesp.nbi.dk>

51. Сахаров А. Д. ЖЭТФ **49**, 345 (1965).
 52. Lewis A., Challinor A., Lasenby A. ApJ **538**, 473 (2000), astro-ph/9911177
 53. Seljak U., Zaldarriaga M. ApJ **469**, 437 (1996), astro-ph/9603033
 54. Lewis A., Bridle S. Phys. Rev. D **66**, 103511 (2002), astro-ph/0205436
 55. Percival W. J. et al. 2009, MNRAS, 1741 MNRAS **401**, 2148 (2010), arXiv:0907.1660
 56. Riess A. G. et al. ApJ **699**, 539 (2009), arXiv:0905.0695
 57. Spergel D. N. et al. ApJS **170**, 377 (2007), astro-ph/0603449
 58. Tauber J. A. et al. Astron. Astrophys. **520A**, 1 (2010).

4

Негауссовость микроволнового фона: новая физика и старые проблемы

В этой лекции мы рассмотрим методы поиска негауссовости в данных миссии WMAP. К настоящему времени указания на отклонение от гауссовости данных микроволнового фона были получены различными методами в нескольких диапазонах мультиполей. Различные подходы при поиске негауссовости в данных реликтового фона чувствительны к различным сторонам этого явления, которое в некоторых случаях может быть обусловлено первичной негауссовостью, а в некоторых — остаточным проявлением фоновых излучений Галактики и/или систематикой, «просочившимися» при анализе наблюдательных данных. В конце лекции отдельно рассмотрим некоторые «популярные» аномалии CMB.

1. Введение

В трех предыдущих лекциях [1–3] мы поговорили о методах, применяемых в радиокосмологии, целью которых было исследование в некотором роде «стандартных» космологических свойств. Исходя из них, можно получить общее представление об эволюции, динамике и геометрии Вселенной. Напомним основные тесты радиокосмологии:

- **реликтовое излучение:**
 - спектр мощности;
 - статистические свойства сигнала (гауссовость);
- **радиогалактики:**
 - зависимость «размер — красное смещение»;
 - зависимость «плотность потока — красное смещение»;
 - зависимость « $\log N — \log S$ » («число источников — плотность потока»);
 - гравитационное линзирование;
 - формирование крупномасштабной структуры;
 - возраст звездных систем;
- **пульсары:**
 - двойные пульсары: тест на излучение гравитационных волн;

- пульсарная сетка: регистрация прохождения гравитационных волн.

Статистические свойства сигнала реликтового излучения (или космического микроволнового фона, СМВ — cosmic microwave background) следует рассматривать в отдельной лекции. Не только из-за того, что о статистике сигнала СМВ можно говорить сегодня, когда известно, как устроена Вселенная, и мы умеем моделировать ее процессы, но также и потому, что чувствительность наблюдений уже достигла уровня, на котором предметом исследования становятся отклонения от однородности. Статистика сигнала реликтового фона теоретически определяется физикой самых ранних этапов Вселенной, т. е. позволяет заглянуть за сферу последнего рассеяния.

В данной лекции рассмотрим основные методы поиска и исследования негауссовости в данных СМВ WMAP, а также коснемся некоторых аномалий на картах WMAP, широко обсуждаемых в научной литературе в последнее время. В основу лекции положен обзор из журнала «Успехи Физических наук» [4]. В ней будет сокращено описание некоторых методов, но добавлены моменты, обсуждаемые в научно-популярной литературе.

2. Почему важна гауссовость?

2.1. Физика

В стандартном космологическом сценарии с Большим взрывом и простой инфляцией [5–9] квантовые флуктуации скалярного поля генерируют неоднородности в распределении видимой и темной материи [10–14], что приводит к флуктуациям в реликтовом излучении Вселенной. При этом ожидается — и это подтверждается наблюдениями, — что флуктуации температуры и поляризации реликтового излучения (или космического микроволнового фона — СМВ — cosmic microwave background) с определенной степенью точности являются гауссовыми случайными полями, статистически изотропными в пространстве. Тем не менее, некоторые модели предсказывают небольшие, но все же заметные отклонения от гауссовой статистики сигнала и/или статистической изотропии, которые, в принципе, могут быть вызваны рядом причин. В инфляционной теории сравнительно сильная негауссовость возникает в моделях со сложной инфляцией [15–20] (например, если имеется нелинейная связь между классическими флуктуациями скалярного поля, генерируемыми на инфляционной стадии, и наблюдаемым полем флуктуаций плотности вещества), см. также [21–26]. Статистическая же анизотропия может быть вызвана анизотропным расширением на инфляционной стадии [27–34], связанным, например, с наличием классических векторных полей. Другими интересными с точки зрения космологии источниками негауссовости и статистической анизотропии могут быть нетривиальная топология пространства [35–39], топологические дефекты [40–43], анизотропное расширение [44, 45], первичное магнитное поле [46–50] и т. д. В связи с появлением новых данных на полной сфере [51] вопрос поиска

и объяснения негауссовых свойств реликтового излучения становится особенно актуальным.

Негауссовость и статистическая анизотропия являются довольно близкими, хотя и далеко не тождественными понятиями с точки зрения космологии. В дальнейшем при обсуждении возможных отклонений от простой картины гауссовых и статистически изотропных флуктуаций мы для краткости будем говорить о негауссовости, хотя ряд свойств карт СМВ, таких как соосность мультиполей (см. разделы 5.3 и 8), следует обсуждать скорее в терминах статистической анизотропии.

Надежное обнаружение негауссовости, вызванной процессами происходившими в ранней Вселенной, имело бы важнейшее значение для космологии. Различные космологические сценарии приводят к разным формам негауссовости возмущений плотности (см., например, [52–54] и [55–62], а также ссылки там). Например, возникающие трехточечные и высшие корреляционные функции имеют самую разнообразную зависимость от координат или волновых векторов. Поэтому исследование негауссовости потенциально позволяет выделить жизнеспособные космологические модели. При этом исследование флуктуаций СМВ обоснованно считается наиболее эффективным средством при поиске негауссовости [63].

2.2. Систематика

У многообразия возможных форм негауссовости есть однако и обратная сторона: а priori неизвестно, какой сигнал следует искать и в каких характеристиках СМВ негауссовость проявляется сильнее всего. Дело осложняется и тем, что к негауссовости СМВ могут приводить также эффекты, связанные с поздней Вселенной, такие как линзирование СМВ [64, 65], неучтенные точечные источники и др.

Есть еще две причины, которые приводят к негауссовости в реальном сигнале, возникающем при исследовании СМВ. Первая — это систематика, включающая наблюдательные эффекты и/или эффекты обработки данных (например, негауссова форма диаграммы направленности антенны, особенности наблюдений микроволнового фона в плоскости эклиптики и др.). Вторая — нестабильность алгоритмов разделения компонент, приводящая к остаточному загрязнению галактическими фоновыми компонентами (рис. 1), которые на малых угловых масштабах плохо изучены [66].

2.3. К вопросу о статистике

Отметим один момент, о котором необходимо сказать при обсуждении проблем негауссовости СМВ. Он связан с расчетом углового спектра мощности $C(\ell)$. По определению (см. Лекцию 3)

$$C(\ell) = \frac{1}{2\ell + 1} \left[|a_{\ell 0}|^2 + 2 \sum_{m=1}^{\ell} |a_{\ell m}|^2 \right], \quad (\text{III.4.1})$$

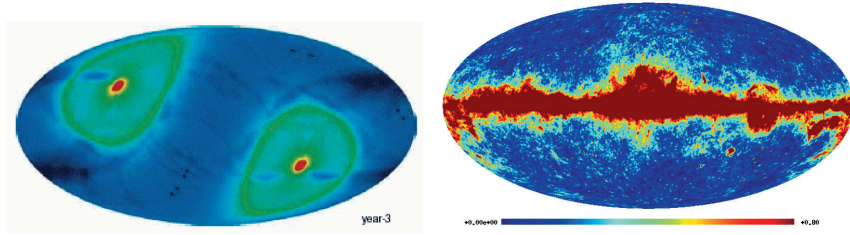


Рис. 1. (Цветную версию см. на вклейке, стр. 467) Два примера известных негауссовых эффектов, обусловленных выделенными координатными системами: эклиптической, проявляемой в картах чувствительности спутника WMAP (слева) и галактической (справа). Последний связан с излучением Галактики (здесь показана карта синхротронного излучения в К-канале WMAP), которое приходит в основном из галактической плоскости

а коэффициенты $a_{\ell m}$ получаются обращением:

$$a_{\ell m} = \int_0^\pi \sin \theta d\theta \int_0^{2\pi} d\phi \Delta T(x, \phi) Y_{\ell m}^*(x, \phi). \quad (\text{III.4.2})$$

В выражении (III.4.1) предполагается гауссово распределение $2\ell + 1$ коэффициентов $a_{\ell m}$, квадраты амплитуд которых усредняются с одинаковыми весами. В этом случае для двухточечного коррелятора справедливо (усреднение идет по ансамблю вселенных)

$$\langle a_{\ell m} a_{\ell' m'}^* \rangle = C_\ell \delta_{\ell\ell'} \delta_{mm'}. \quad (\text{III.4.3})$$

Для негауссовых данных при усреднении на заданном ℓ смысл величины C_ℓ становится неочевидным.

3. Постановка задачи

Для поиска и анализа негауссовых свойств температуры СМВ развиты как методы, использующие само распределение флуктуаций температуры по небесной сфере, $\Delta T(\theta, \phi)$, где θ, ϕ — углы в полярной системе координат, так и методы, основанные на разложении по сферическим гармоникам:

$$\Delta T(\theta, \phi) = \sum_{\ell=2}^{\infty} \sum_{m=-\ell}^{m=\ell} a_{\ell m} Y_{\ell m}(\theta, \phi), \quad (\text{III.4.4})$$

где $a_{\ell m}$ — комплексные величины, обладающие свойством

$$a_{\ell m}^* = a_{\ell, -m}, \quad (\text{III.4.5})$$

следующим из вещественности флуктуаций температуры $\Delta T(\theta, \phi)$. Теоретически связь между первичными неоднородностями, являющимися адиабатическими скалярными возмущениями, и коэффициентами $a_{\ell m}$ является линейной [67]:

$$a_{\ell m} = (-i)^\ell \int \frac{d^3 \mathbf{k}}{(2\pi)^3} \Phi(\mathbf{k}) g_{T\ell}(k) Y_{\ell m}^*(\hat{\mathbf{k}}), \quad (\text{III.4.6})$$

где $\Phi(\mathbf{k})$ описывает первичное возмущение плотности (точнее, гравитационного потенциала) в Фурье-пространстве, $g_{T\ell}(k)$ — передаточная функция, $\hat{\mathbf{k}}$ — единичный вектор вдоль направления волнового вектора. Линейная связь имеется и между флуктуациями температуры $\Delta T(\theta, \phi)$ и первичными флуктуациями $\Phi(\mathbf{k})$. Полная функция переноса излучения $g_{T\ell}(k)$ может быть рассчитана с помощью программы CMBfast [68]. Простая линейная связь позволяет, по крайней мере в принципе, связать статистику сигнала СМВ со статистикой первичных возмущений: если первичные флуктуации $\Phi(\mathbf{k})$ негауссовы, то негауссовость потенциально можно наблюдать и в реликтовом излучении. Для чувствительных обзоров всего неба, например, миссий WMAP¹⁾ и Planck²⁾, уже можно искать проявление отклонений от гауссовой статистики сигнала. Отметим, что выражение (III.4.6) справедливо не только для адиабатических первичных возмущений, но и для мод постоянной кривизны [67] (со своими передаточными функциями).

Простейшей и наиболее хорошо изученной величиной, в которой может проявляться негауссовость флуктуаций СМВ, является трехточечная корреляционная функция или ее гармонический аналог — биспектр

$$\langle a_{\ell_1 m_1} a_{\ell_2 m_2} a_{\ell_3 m_3} \rangle. \quad (\text{III.4.7})$$

Биспектр весьма чувствителен к некоторым формам негауссовости, считаясь «стандартными». К последним относят так называемую локальную форму, получаемую в предположении, что первичные флуктуации обладают нелинейностью, локальной в координатном пространстве [67]:

$$\Phi(x) = \Phi_L(x) + f_{\text{NL}}(\Phi_L^2(x) - \langle \Phi_L^2(x) \rangle), \quad (\text{III.4.8})$$

где $\Phi_L(x)$ обозначает линейное гауссово поле, $\langle \Phi_L(x) \rangle = 0$, и f_{NL} — константа, описывающая нелинейность в виде квадратичной поправки в возмущениях гравитационного потенциала (кривизны). Такая форма негауссовости действительно возникает в некоторых инфляционных моделях, использующих дополнительное скалярное поле (curvaton) [16, 69, 70] и/или нетривиальную динамику постинфляционного разогрева (modulated reheating) [18, 19]. «Стандартными» считаются также «равносторонняя» [71] и «ортогональная» формы [72] негауссовости. Исследованиям этих, а также некоторых других форм негауссовости сама команда космической миссии WMAP (Wilkinson Microwave Anisotropy Probe) посвятила несколько работ [26, 73–76], причем

¹⁾ <http://lambda.gsfc.nasa.gov>

²⁾ <http://www.rssd.esa.int/Planck/>

основным инструментом был именно угловой биспектр температуры СМВ. Авторы [76] установили, что данные за 7 лет наблюдений миссии WMAP согласуются при их анализе с гипотезой о гауссовости первичных флуктуаций на уровне достоверности 95 %. После комбинирования своих результатов с данными SDSS ($-29 < f_{\text{NL}} < 70$ [77]) они нашли, в частности, что $-5 < f_{\text{NL}} < 59$.

4. Методы поиска

В зависимости от исследуемых статистических свойств сигнала СМВ, параметра разрешения ℓ , описывающего угловые масштабы на сфере, а также поставленных целей применяются различные подходы при изучении особенностей распределения излучения на небесной сфере. За годы, прошедшие после появления данных миссии WMAP [73, 78–83], было объявлено о целом ряде отклонений в распределении сигнала СМВ от гауссовости и статистической изотропии [84–97, 100–104]. Для проверки и изучения негауссовости было предложено несколько тестов: на основе фазового анализа, мультипольных векторов, функционалов Минковского, вейвлетов и нидлетов, биспектра и триспектра, а также некоторых других. Ниже мы рассмотрим некоторые из этих методов, применяемых в упомянутых выше работах в приложении к данным миссии WMAP, чей выигрышный момент заключается в многократном полном многочастотном покрытии неба. Именно этот факт дал возможность широко применить описанные ниже алгоритмы. Необходимо отметить, что наблюдения космического микроволнового фонового излучения космической миссией WMAP NASA и дальнейшее их представление астрономическому сообществу в архиве наблюдений WMAP стало революционным шагом в современной космологии.

Сразу отметим, что окончательного ответа на вопрос о наличии или отсутствии негауссовых особенностей в статистике первичных возмущений плотности пока не получено. Некоторые особенности, из тех, что мы будем обсуждать, вполне могут быть вызваны упомянутыми выше систематическими эффектами и нестабильностью алгоритмов разделения компонент, другие могут быть просто статистическими флуктуациями. В последнем случае, как подчеркивает команда WMAP [73], оценки статистической значимости аномалий затруднены тем, что они были наблюдаемы a posteriori и нередко с использованием параметров, значения которых специально подбирались для того, чтобы добиться максимального негауссова сигнала.

Мы будем преимущественно говорить об анализе карты WMAP ILC, и немного о других картах, полученных методами, также упоминавшимися в Лекции 3 [3].

Наблюдения WMAP проводились в пяти полосах: 23 ГГц (полоса K), 33 ГГц (полоса Ka), 41 ГГц (полоса Q), 61 ГГц (полоса V) и 94 ГГц (полоса W) с измерением интенсивности и поляризации. Массивы данных представлялись на сайте для использования по итогам 1-го, 3-х, 5-ти и 7-и лет

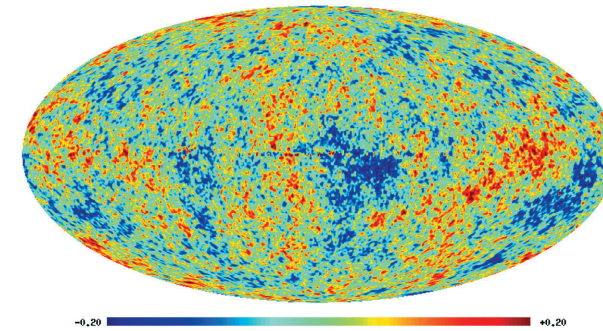


Рис. 2. Карта ILC СМВ, построенная по данным работы миссии WMAP 7-го года в галактических координатах. Рисунок приведен с разрешением до $\ell_{\text{max}} = 150$

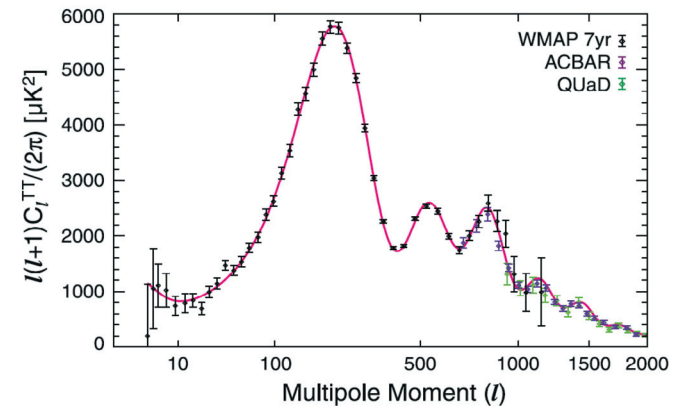


Рис. 3. Угловой спектр мощности $\ell(\ell + 1)C(\ell)/(2\pi)$ карты WMAP 7-го года наблюдений [76]. На рисунке также приведены результаты измерения углового спектра мощности флуктуаций температуры в экспериментах ACBAR [105] и QUaD [106] (показаны другим цветом). График построен в области мультиполей до $\ell < 2000$, где не столь высок вклад эффекта Зельдовича—Сюняева и точечных источников. Сплошной линией показан модельный спектр для Λ CDM-космологии с параметрами, определенными на основе результатов миссии WMAP.

работы миссии [78–83]. В результате анализа данных, включающих (1) регистрацию и запись временных рядов, (2) создание карты (map-making) и пикселизацию неба, (3) разделение компонент сигнала. Кроме того, построены данные о распределении анизотропии и поляризации СМВ, фоновых компонент (синхротронного и свободно-свободного излучения, излучения пыли), а также рассчитаны их спектры мощности. Построенная карта ILC WMAP сглаживалась диаграммой гауссовой формы с разрешением 1° . Весь архив

наблюдаемых и обработанных данных доступен и представлен научному сообществу на сайте WMAP.

Для не очень высоких гармоник ($\ell \leq 150$) подготовлена карта (рис. 2) распределения анизотропии СМВ, восстановленная методом ИЛС. На рис. 3 показан угловой спектр мощности, построенный с использованием данных миссии WMAP и экспериментов ACBAR [105] и QUaD [106].

5. Фазовый анализ

Впервые об обнаружении негауссовых свойств в данных WMAP было объявлено в работах, в которых исследовалась статистика данных 1-го года работы миссии [78–80] методами фазового анализа сигнала [84–86]. Хотя после предоставления карт СМВ команда WMAP объявила [80], что выделенный сигнал является гауссовым с достоверностью 95 %, было также отмечено, что ИЛС-карта содержит шум со сложными свойствами («complex noise properties») ³⁾. Чтобы представить себе значимость фазового описания в повседневной жизни, покажем, что фаза гармоники содержит информацию о положении, форме и ориентации предмета (см. пример на рис. 4). Напомним, что фаза — это показатель степени в комплексном степенном выражении для исследуемой функции.

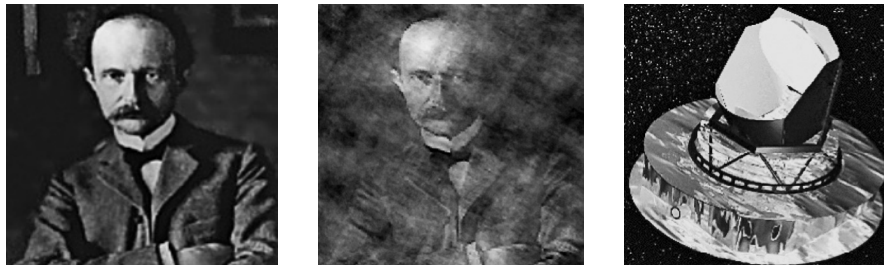


Рис. 4. Пример проявления фаз в изображении. Слева: портрет Макса Планка (в Фурье представлении: $|\delta_k^{\text{Max}}| \exp(i\Phi_k^{\text{Max}})$). Справа: изображение аппарата миссии Planck (в Фурье представлении: $|\delta_k^{\text{Sat}}| \exp(i\Phi_k^{\text{Sat}})$). В центре: изображение, полученное обратным преобразованием Фурье $FT^{-1}[|\delta_k^{\text{Sat}}| \exp(i\Phi_k^{\text{Max}})]$, где амплитуда берется из правого изображения, а фаза — из левого. Видно, что именно фазовые характеристики формируют изображение (в центре), воспринимаемое глазом. Рисунок подготовлен Л.-И. Чиангом для демонстрации фазового анализа в докладе по результатам работы [84]

Фазовый анализ сигнала СМВ опирается на тот факт, что фигурирующие в формуле (III.4.4) мультипольные коэффициенты $a_{\ell m}$ являются комплекс-

ными и могут быть представлены в виде

$$a_{\ell m} = |a_{\ell m}| \exp(i\phi_{\ell m}), \quad (\text{III.4.9})$$

причем $\phi_{\ell m}$ — фаза гармоники (ℓ, m). Из (III.4.5) следует, что для $m = 0$ и для всех ℓ фазы $\phi_{\ell, 0} = 0$, а $\phi_{\ell, -m} = -\phi_{\ell m}$. Однородные и изотропные гауссовы случайные поля имеют моды Фурье с независимыми распределениями вещественной и мнимой части. Поэтому если первичные неоднородности плотности являются однородным и изотропным гауссовым полем в пространстве, то они приводят к фазам $\phi_{\ell m}$, независимо и равномерно распределенным в интервале $[0; 2\pi]$ [107, 108], что как раз и соответствует соотношению (III.4.3).

Строгое определение однородного и изотропного гауссова случайного поля требует, чтобы амплитуда имела распределение Рэля, а распределение фазы было случайным [109]. В то же время, центральная предельная теорема гарантирует, что суперпозиция большого числа Фурье-мод со случайной фазой будет гауссовой. Поэтому требование случайного и равномерного распределения фаз само по себе служит определением негауссовости [107]. Если анализируемые данные негауссовы, то, как уже упоминалось, это может означать, что или какие-то механизмы в ранней Вселенной привели к негауссовым неоднородностям плотности, или имеются неучтенные систематические эффекты.

5.1. Цветовые фазовые диаграммы и негауссовость на высоких мультиполях ($100 < \ell \leq 400$)

Одними из первых цветовую визуализацию фаз для демонстрации фазовых связей применили Коулз и Чианг [110]. Не вдаваясь в детали методов визуализации, отметим, что наиболее подходящим для визуализации фазы является метод HSB (Hue—Saturation—Brightness, Цвет—Насыщение—Яркость), позволяющий учесть особенность фазы как круговой переменной. В этом методе чистые цвета — красный, зеленый и синий — соответствуют фазам 0° , 120° и 240° , а дополнительные цвета — желтый, голубой и фиолетовый — промежуточным фазам 60° , 180° и 300° , соответственно. При изменении фазы цвета плавно «перетекают» друг в друга, причем фиолетовый перетекает в красный, что согласовано с отождествлением фаз 360° и 0° .

Подход картографирования фаз был применен в работе [84] к данным СМВ с высоким разрешением, полученным Тегмарком и др. [111]. На рис. 5 показана цветовая кодировка фазового градиента $D_\ell \equiv \phi_{\ell+1, m} - \phi_{\ell, m}$ для карт FCM и WFM Тегмарка и др. Вертикальная ось задает номер мультиполя ℓ до $\ell = 600$, а горизонтальная ось — моду мультиполя m , где $m \leq \ell$. Хотя фазовый градиент для соседних мод — это наиболее примитивный путь проверки фазовых корреляций, видимое присутствие полос на фазовой карте FCM указывает на сильную связь между одинаковыми модами m соседних по ℓ мультиполей. В то же время, фазовая диаграмма для карты WFM показывает равномерное распределение фаз, совместное с негауссовостью сигнала.

³⁾ http://lambda.gsfc.nasa.gov/product/map/m_products.html

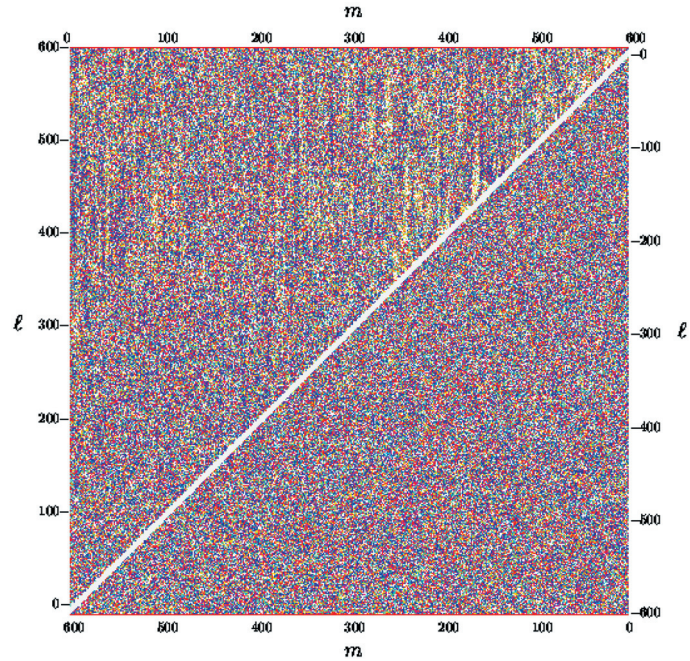


Рис. 5. (Цветную версию см. на вклейке, стр. 468) Цветовая фазовая диаграмма градиента D_ℓ для карт FCM (верхний левый треугольник) и WFM (нижний правый). 256 цветов воспроизводят фазовые интервалы в диапазоне $[0; 2\pi]$ (при черно-белой печати отображаются оттенками серого), для которых фазы берутся из комплексного представления гармоник. По вертикальной оси отложены номера мультиполей ℓ до $\ell = 600$, по горизонтальной — моды мультиполей m . Ввиду соотношения $a_{\ell,m} = a_{\ell,-m}^*$ приведены только моды с неотрицательными m . Хотя фазовый градиент (между соседними модами) является наиболее примитивным, наблюдаемые «грязные» полосы на FCM (сверху) указывают на сильную фазовую корреляцию мод соседних ℓ при одинаковых m . Данные WFM (снизу) демонстрируют видимое равномерное распределение фаз, соответствующее распределению фаз гармоник для случайных гауссовых полей. См. детали в [84]

Авторы [84] проверили «случайность» фаз более строгим образом, используя моделирование, и получили соответствующие статистические оценки разброса значений фаз [84, 112]. Для этого были построены 2000 симуляций случайных гауссовых полей, и было обнаружено, что отклонение от гауссовости для нескольких диапазонов мультиполей в районе $\ell \simeq 150, 290, 400$ and 500 наблюдается на уровне достоверности выше 95 % [84]. Пример таких гармоник, у которых фазы значительно отклоняются от статистически ожидаемых ($\ell = 350$ и 352 для карты FCM), показан на рис. 6. На приведенной карте наблюдается структура, перпендикулярная плоскости

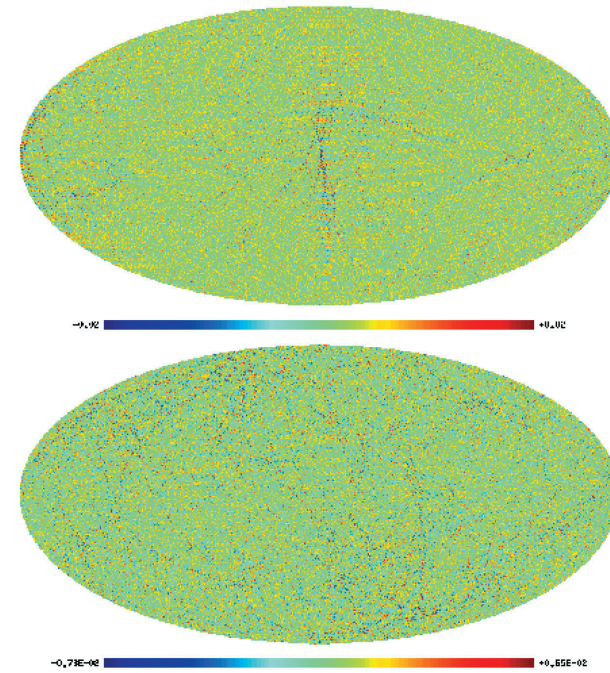


Рис. 6. (Цветную версию см. на вклейке, стр. 468) Вклад в вариации температуры CMB от двух мультиполей $\ell = 350$ и 352 для карт FCM (верхний рисунок) и WFM (нижний рисунок) в галактических координатах. Выбор мультиполей обусловлен обнаружением связи фаз для гармоник с $\Delta\ell = 2$ в карте FCM. Структура для $\varphi \simeq 0$ and π , видимая на FCM, перпендикулярна плоскости Галактики и проходящая через ее центр, исчезает на картах WFM, полученных винеровской фильтрацией, делая их практически гауссовой на этих мультиполях. См. детали в [84]

Галактики и проходящая через ее центр. Это было первое обнаружение негауссовости в картах миссии WMAP; такая негауссовость интерпретируется как остаточное влияние фона Галактики.

5.2. Круговой статистический анализ и негауссовость на $10 \leq \ell \leq 50$

Позднее фазовые свойства карт WMAP проверялись другими методами. С использованием кластерного анализа и круговой статистики, работающей с углами, при анализе распределения фаз в работах [85, 113] были независимо продемонстрированы негауссовы свойства карт CMB.

Были изучены фазы мультиполей из диапазона $2 \leq \ell \leq \ell_{\max} = 50$ для карт, взятых с Web-сайта WMAP. Кроме карт фоновых компонент, подготовленных командой WMAP для каждого частотного наблюдательного канала,

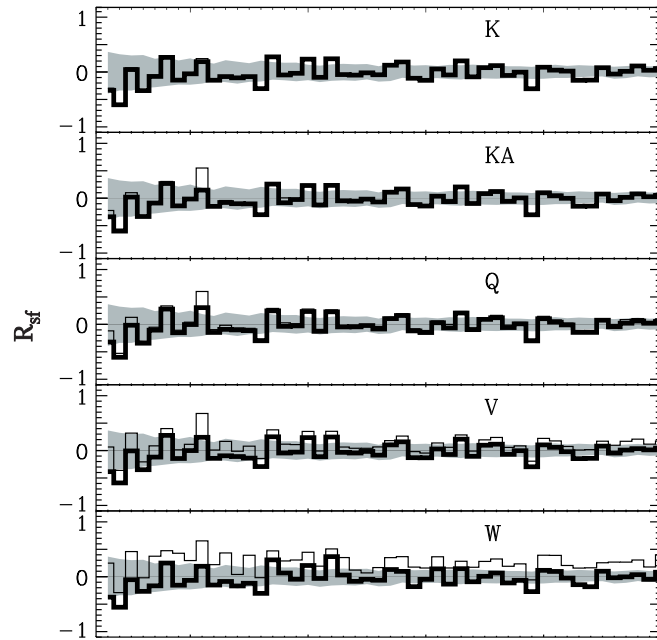


Рис. 7. Круговой корреляционный коэффициент между фазами сигнала ILC CMB и галактических компонент в каналах K—W в зависимости от номера гармоники ℓ . Толстая линия соответствует результату корреляций с фазами фоновой компоненты, представленными WMAP. Тонкая линия соответствует данным фона, полученного из разности общего сигнала WMAP в заданном канале и сигнала ILC CMB. Серая область показывает уровень 1σ -ошибки, определенный из симулирования 200 случайных реализаций. См. также [85, 113]

в работах [85, 113] также исследовались пять карт, являющихся разностью между сигналом в наблюдательном канале (S) и сигналом ILC: $F = S - ILC$. Такие карты мы будем называть «вторичными фоновыми картами», в отличие от тех, что получены при разделении компонент и представлены на сайте командой WMAP; последние мы будем называть просто «фоновыми картами». Если ψ_m и ϕ_m — соответственно фазы некоторой фоновой компоненты и карты ILC для данного ℓ и всех соответствующих величин m , то следуя статистике Фишера [114] для угловых величин, можно определить круговой кросс-корреляционный коэффициент в каждой моде ℓ :

$$R_{sf}(\ell) = \ell^{-1} \sum_{m=1}^{\ell} \cos(\phi_m - \psi_m). \quad (\text{III.4.10})$$

На рис. 7 приведены круговые корреляционные коэффициенты, рассчитанные между данными ILC и фоновыми компонентами, а также между ILC

и вторичными фонами для пяти частотных полос K—W. Как видно из рис. 7, для первых трех каналов эти коэффициенты невелики и не превышают случайный разброс (1σ), полученный в 200 модельных реализациях. Видно также, что для всех частотных полос формы функции $R_{sf}(\ell)$ подобны друг другу, что отражает сильную корреляцию между фазами во всех каналах [85]. Рис. 7 демонстрирует и то, что корреляция фаз ILC со вторичными фоновыми компонентами выглядит более значительной, чем для фонов WMAP. Таким образом, поведение (положение максимумов и минимумов) галактического фонового (без CMB) сигнала оказывается связанным с сигналом ILC CMB. Очень заметно проявление корреляций в 11-метровом мультиполе в частотных полосах Ka, Q, V и W, а также во всем канале W, в котором излучение пыли является доминирующим. Заметим, что 11-й мультиполь принадлежит диапазону пространственных гармоник $10 \leq \ell \leq 20$, в котором особенно существенно излучение плоскости Галактики, приходящее из области углов $|b| < 10^\circ$. Все это говорит о существовании остаточного сигнала галактических компонент в очищенном сигнале CMB. Остаточное влияние Галактики на очищенный сигнал можно продемонстрировать даже в одномерном скане, например, на склонении $\delta = 41^\circ$ (рис. 8) [115], где заметен неглубокий минимум температуры в карте ILC в области Галактики.

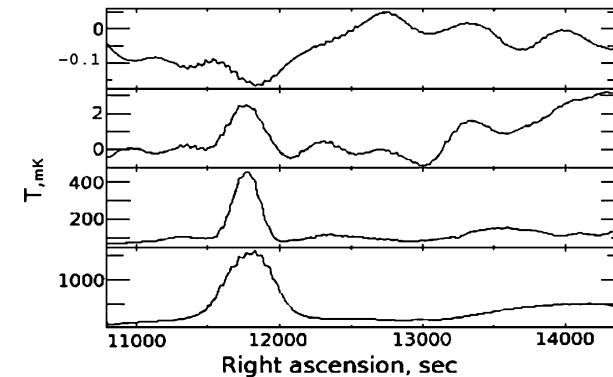


Рис. 8. Одномерные сканы карт WMAP на склонении $\delta = 41^\circ$ в области пересечения плоскости Галактики (см. пик на 2-м, 3-м и 4-м графиках). Сверху вниз: ILC, излучение пыли в W-канале, свободно-свободное излучение в канале V и синхротронное излучение в K-канале

5.3. Корреляции фаз соседних мультиполей и случайное блуждание в пространстве фаз

Чтобы проверить статистическую независимость фаз $\phi_{\ell,m}$ для нечетных и четных ℓ , Хансен и др. [104] использовали тригонометрические моменты

$$\text{Si}(\ell) = \ell^{-1} \sum_{m=1}^{\ell} \sin(\phi_{\ell,m}), \quad \text{Ci}(\ell) = \ell^{-1} \sum_{m=1}^{\ell} \cos(\phi_{\ell,m}) \quad (\text{III.4.11})$$

и рассчитывали средний угол для заданного мультиполя ℓ как арктангенс отношения средних значений синуса и косинуса для мультиполей с фиксированным ℓ :

$$\Theta(\ell) = \text{arctg} \left(\frac{\text{Si}(\ell)}{\text{Ci}(\ell)} \right). \quad (\text{III.4.12})$$

При этом для однородного и изотропного случайного гауссова поля, генерируемого первичными флуктуациями, однородность в распределении фаз приводит к однородности средних углов $\Theta(\ell)$ и отсутствию корреляций между углами $\Theta(\ell)$, характеризующими мультиполи с разными ℓ . В то же время, Хансен и др. [104] обнаружили такую корреляцию. Прежде всего, они подтвердили факт соосности квадрупольной и октупольной компонент (см. раздел 8), найденной в работе [104] как близость значений $\Theta(\ell)$ для $\ell = 2$ и $\ell = 3$. Более того, они показали, что подобный факт (соосность) не уникален. Аналогичное явление близости значений $\Theta(\ell)$ наблюдается для фаз некоторых пар мультиполей с $\Delta\ell = 1$ (т.е. имеется корреляция между соседними четными и нечетными мультиполями $\ell = 18, 19; 28, 29; 33, 34$ и др.) в галактической системе координат, а также с $\Delta\ell = 2$ ($\ell = 5, 7; 23, 25; 33, 35$ и др.) в эклиптической системе координат.

Кроме того, Хансен и др. [104] предложили алгоритм случайного блуждания для средних углов $\Theta(\ell)$ и обнаружили значительное расхождение между поведением средних углов для четных и нечетных гармоник, которое особенно ярко проявляется на карте ILC CMB, построенной в галактической системе координат. Наряду с различиями в значениях мультипольных коэффициентов C_ℓ для гармоник с четными и нечетными ℓ , о которых пойдет речь в разделе 11, этот результат указывает на нарушение пространственной четности в данных WMAP. Происхождение обнаруженного проявления негауссовости авторы объясняют как инструментальными, так и возможными космологическими причинами.

6. Нестабильность восстановления CMB на низких мультиполях ($2 \leq \ell \leq 10$)

Чтобы понять свойства кросс-корреляций карт «ILC-фон» как возможной причины негауссовости, был проведен [97] численный тест с использованием 10 000 модельных реализаций входных карт CMB со случайным

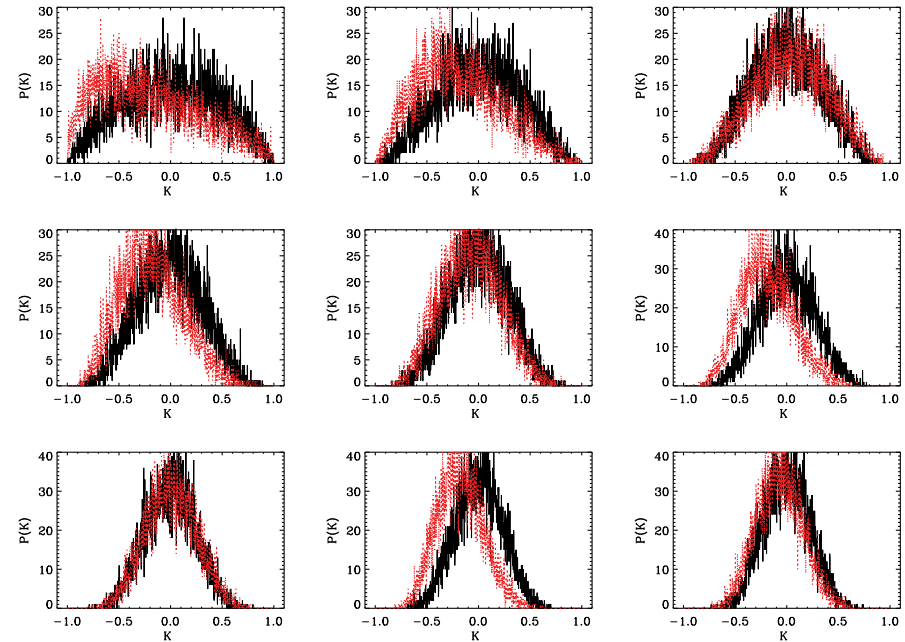


Рис. 9. Функция распределения $P(K)$ для кросс-корреляции случайных реализаций сигнала CMB и фоновой компоненты в полосе V. Сверху вниз слева направо: данные для $\ell = 2, 3, \dots, 10$. Черная сплошная линия соответствует входному сигналу, красная (при черно-белой печати — серая) линия соответствует выходному сигналу. См. также [97]

гауссовым сигналом [90]. Из 10 000 исходных карт модели CMB в космологии Λ CDM (назовем их входными картами) были получены столько же карт путем добавления фона Галактики и дальнейшего восстановления CMB методом ILC (назовем такие карты выходными). На рис. 9 приведены гistogramмы числа событий $P(K_\ell)$ в зависимости от величины K_ℓ , являющейся корреляционным коэффициентом между входной (или выходной) картой и картой фоновой компоненты для каждой симуляции и гармоники ℓ .

Для входной квадрупольной компоненты форма функции распределения хорошо соответствует функции $P(K) = A(1 - K^2)$, где A — множитель нормировки. По данным зависимости $P(K)$, приведенной на рис. 9 (сверху слева), определяются первый момент $\langle K \rangle = -0,00043$ и второй момент $\langle K^2 \rangle = 0,19934$ для функции $P(K)$ [116, 117]. Затем для выходных карт можно провести аналогичный анализ (на рис. 9 показано красным или при черно-белой печати — серым). На данном рисунке можно увидеть, что функция распределения для квадрупольной компоненты значительно сдвинута, так что $\langle K \rangle \simeq -0,254$ при дисперсии $\sigma^2 = \langle K^2 \rangle - \langle K \rangle^2 \simeq 0,1454$. Для квадрупольной и октупольной компонент не только смещен центр тяжести функции распределения для

выходного сигнала, но искажена и форма этой функции. Для $\ell = 4$ наблюдается практически полное соответствие функций распределения для входных и выходных карт. Для гармоник $\ell = 5, 7, 9$ вновь наблюдается искажение функции распределения, обусловленное влиянием фоновых компонент. Как следует из рис. 9, в результате применения метода ILC (точнее LILC, являющегося одной из модификацией ILC [90] и точно воспроизводящего карту ILC WMAP) в выходных картах получают отрицательные корреляции с фоном с большей вероятностью, чем положительные. Для квадрупольной и октупольной компонент характерные масштабы разностей между входными и выходными картами сравнимы с величиной сигнала СМВ. Как показано в [118], эти разности связаны с фоновыми компонентами. Чтобы это продемонстрировать, можно рассчитать, исходя из данных WMAP, комбинацию $d_{\ell,m} = a_{\ell,m}^{(Ka)} - a_{\ell,m}^{(V)}$, в которую дает вклад только фон, и прокоррелировать ее с коэффициентами $a_{\ell,m}$ для выходных карт LILC (например, для реализации 00008 [97]). Для четных мультиполей $\ell = 2, 4, 6, 8, 10$ этой реализации СМВ соответствующие корреляционные коэффициенты равны $K_n^{\text{even}} = 0,183, 0,421, 0,323, 0,136, 0,139$, в то время как для нечетных $\ell = 2n+1, n = 1, \dots, 4$ получено $K_n^{\text{odd}} = 0,908, 0,732, 0,732, 0,686$. Таким образом, видно, что сигнал после восстановления октупольной и других нечетных компонент характеризуется высоким уровнем корреляции с фоном. Другая важная характеристика — величина корреляции остаточной карты (полученной как разность между входной и выходной картами) с входной. Для четных мультиполей $\ell = 2n, n = 1, \dots, 5$ коэффициенты соответственно равны $K_n^{\text{even}} = -0,218, -0,458, 0,0152, -0,223, -0,130$, а для нечетных мультиполей $\ell = 2n+1, n = 1, \dots, 4$ получаются $K_n^{\text{odd}} = -0,172, -0,116, -0,128, -0,011$.

Кроме того, описанный подход проверки стабильности восстановления сигнала СМВ выявил [97] еще одну важную особенность метода разделения компонент ILC, имеющую отношение к проблеме квадруполь. Используем те же 10 000 входных и выходных карт и рассмотрим квадрупольную моду $a_{2,0}$, применив эстиматор $S = s_{2,0}^{\text{in}} \cdot s_{2,0}^{\text{out}}$, где величина $s_{2,0}^{\text{in,out}} = +1$ или -1 для положительного или отрицательного знака амплитуды $a_{2,0}^{\text{in,out}}$, соответственно, а обозначения in и out относятся к входной и выходной картам. При правильном восстановлении сигнала должно получаться $S = +1$. Тем не менее, значение $S = -1$ получается для 2148 карт из 10 000 реализаций. Можно предположить, что такой сильный эффект вызван изменением знака $a_{2,0}$ у тех реализаций, для которых он изначально был положительным, $s_{2,0}^{\text{in}} = +1$, а связано это изменение знака с «просочившимся» фоновым сигналом. Действительно, у всех фоновых компонент во всех частотных каналах К—W миссии WMAP знак $a_{2,0}^f$ отрицателен, $s_{2,0}^f = -1$. Если такое предположение верно, то сильное влияние фона на обсуждаемую характеристику существует для 43 % реализаций, у которых $s_{2,0}^{\text{in}} = +1$. Заметим, что гармоники с четным значением величины $\ell + m$ являются особенно сложными для восстановления с учетом того, что наиболее мощная часть фоновых компонент сконцентрирована в плоскости Галактики, а она в основном дает вклад

в моды с четным значением $\ell + m$. Также любопытно отметить, что силовое изменение знака в квадрупольной компоненте меняет форму восстановленного квадруполья и решает проблему существования «Оси Зла» [95]; в этом отношении такая процедура аналогична модифицированным методам разделения компонент [119].

7. Мозаичная корреляция

В работах [120, 121] был предложен мозаичный корреляционный метод анализа распределенного сигнала, позволяющий обнаружить и исследовать возможное остаточное влияние фоновых компонент (как протяженных, так и определяемых точечными источниками), как возможной причины негауссовости в заданных областях при заданном угловом масштабе. Метод реализован в пиксельном параметрическом пространстве. Исследуются две карты с достаточно высоким разрешением и одинаковым разбиением небесной сферы на пиксели: карта температуры $\Delta T(\theta_i, \phi_i)$ и карта фонового излучения $S(\theta_i, \phi_i)$, где i — номер пикселя. На их основе строится мозаичная корреляционная карта с более низким разрешением, каждый пиксел которой (назовем его М-пикселом) содержит некоторое число пикселов исходных карт. М-пикселу с номером p ($p = 1, 2, \dots, N_0$, где N_0 — полное число М-пикселов на сфере) присваивается значение корреляционного коэффициента между областями двух исследуемых карт более высокого разрешения, покрываемыми этим М-пикселом. Иначе говоря, рассчитывается корреляционный коэффициент двух карт внутри телесного угла Ξ_p , стягивающего данный М-пиксел. Величины телесных углов Ξ_p выбираются одинаковыми и равными Ξ для всех М-пикселов; значение Ξ (величина корреляционного окна) определяет угловой масштаб, на котором изучается корреляция. Полный корреляционный коэффициент для двух исходных карт на угловом масштабе Ξ равен

$$K(\Xi) = \frac{\sum_p \sum_{(\theta_i, \phi_i) \in \Xi_p} (\Delta T(\theta_i, \phi_i) - \overline{\Delta T(\Xi_p)})(S(\theta_i, \phi_i) - \overline{S(\Xi_p)})}{\sigma_{\Delta T_p} \sigma_{S_p}}, \quad (\text{III.4.13})$$

где $\sigma_{\Delta T_p}^2$ и $\sigma_{S_p}^2$ — соответствующие дисперсии.

Данный метод позволяет проверить качество разделения компонент СМВ при многочастотных наблюдениях в предположении, что корреляция случайного гауссова сигнала реликтового излучения с фоновыми компонентами должна быть минимальной. Присутствие остаточного коррелированного сигнала в данных СМВ может привести к систематическим ошибкам в определении углового спектра мощности в разных диапазонах мультиполей [97, 116] и, как следствие, к уменьшению точности определения космологических параметров. Применив различные корреляционные окна, можно увидеть, что в распределении корреляционных коэффициентов карт WMAP ILC и фонового излучения пыли имеется сдвиг на величину $-0,26$

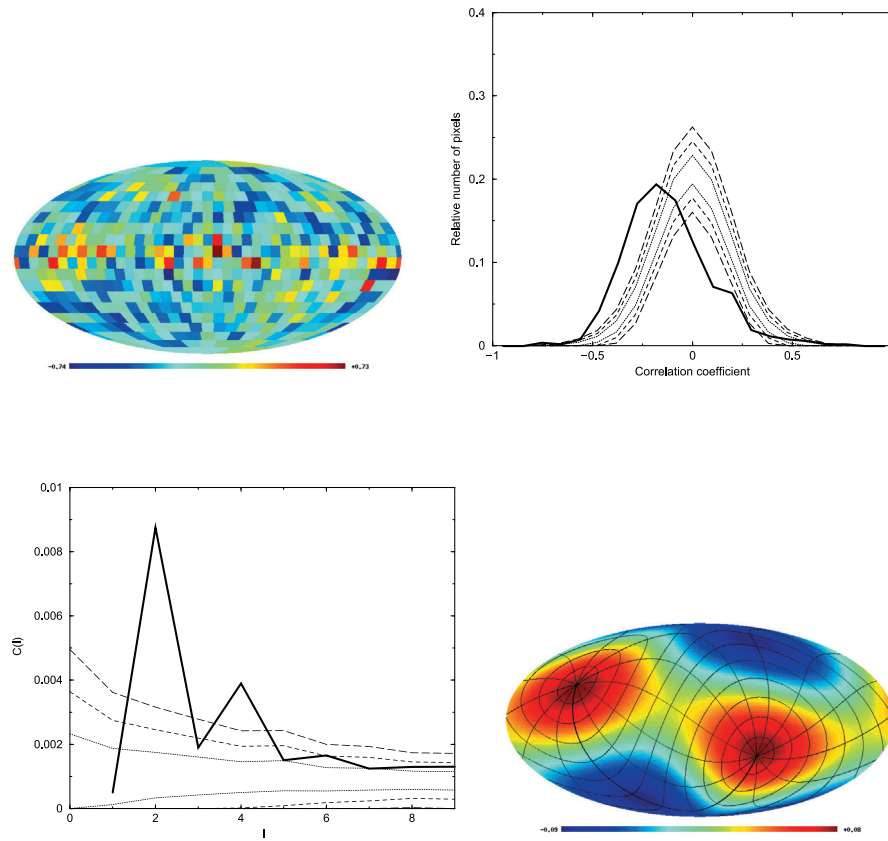


Рис. 10. (Цветную версию см. на вклейке, стр. 469) Результаты мозаичной корреляции карт CMB ILC WMAP и фонового излучения пыли в канале W с корреляционным окном $\Xi_p=540' \times 540'$. Вверху слева: мозаичная карта M_c ; сверху справа: сплошной линией показана гистограмма распределения пикселей по коэффициентам карты M_c ; снизу слева: угловой спектр мощности карты M_c ; снизу справа: карта квадрупольной компоненты сигнала M_c с наложенной сеткой экваториальной системы координат. Пунктирная, короткая и длинная штриховые линии на правом верхнем и нижнем левом рисунках обозначают соответственно $\pm 1\sigma$, $\pm 2\sigma$ и $\pm 3\sigma$ уровни разброса в модельных мозаичных картах корреляций, рассчитанных для 200 случайных гауссовых полей в космологической модели Λ CDM. См. также [120, 121]

для $\Xi=540' \times 540'$ относительно ожидаемого нулевого значения, получаемого при моделировании с учетом гауссового сглаживания в окне радиусом 1° и маскирования области Галактики. Это проиллюстрировано на рис. 13, где

приведены мозаичная карта корреляционных коэффициентов для корреляционного окна $\Xi_p=540' \times 540'$, гистограммы распределения пикселей по коэффициентам для этой карты. Кроме того, показаны карты модельных гауссовых возмущений в Λ CDM-космологии, угловой спектр мощности и карта квадрупольной компоненты мозаичной карты M_c (см. детали в [121]). Помимо собственно сдвига в распределении пикселей по корреляционным коэффициентам, обращает на себя внимание значительное искажение формы этого распределения. Медианы распределения пикселей мозаичных карт для корреляционных масштабов $160'$, $300'$ и $540'$ равны соответственно $-0,219$, $-0,233$ и $-0,274$. Интересно отметить, что сдвиг в распределении пикселей карт корреляций подобен сдвигу, возникающему при статистически нестабильном восстановлении сигнала ILC в квадрупольной компоненте [97].

Результаты применения данного метода к картам CMB WMAP и пыли показывают существование значительного сигнала в квадрупольной компоненте мозаичной карты, приводящего к пику в угловом спектре мощности. Этого пика нет в случае вычисления корреляции карты симулированных гауссовых возмущений с распределением корреляции пыли. Положение пятен на карте квадрупольной говорит о присутствии сигнала, связанного не только с эклиптической системой координат, но также и экваториальной, что наблюдается и при использовании других методов [122, 123].

8. Мультипольные векторы

Уже в работе [94] была отмечена корреляция направлений, задаваемых квадрупольной и октупольной компонентами CMB (рис. 11). Простое ко-

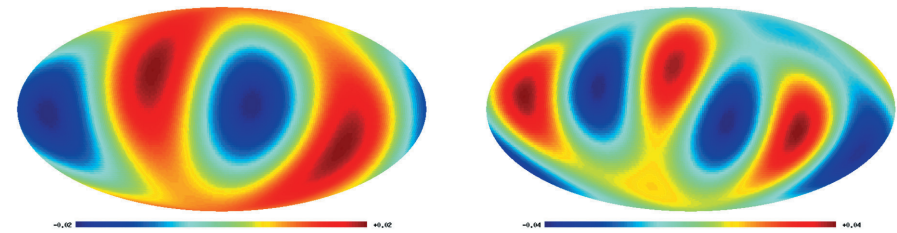


Рис. 11. (Цветную версию см. на вклейке, стр. 469) Форма квадрупольной (слева) и октупольной (справа) на карте WMAP ILC 7-го года

личественное описание этого явления состоит в нахождении, отдельно для квадрупольной и октупольной, единичного вектора \hat{n} , проекция углового момента на который имеет максимальную дисперсию. А именно, рассмотрим вклад мультиполей с заданным значением ℓ в анизотропию температуры CMB

$$\Delta T_\ell(\theta, \phi) = \sum_{m=-\ell}^{\ell} a_{\ell m} Y_{\ell m}(\theta, \phi) \tag{III.4.14}$$

и построим дисперсию — функцию направления $\hat{\mathbf{n}}$

$$\langle \Delta T_l(\hat{\mathbf{n}} \cdot \mathbf{L})^2 \Delta T_l \rangle = \sum_{m=-\ell}^{\ell} m^2 |a_{\ell m}(\hat{\mathbf{n}})|^2, \quad (\text{III.4.15})$$

где \mathbf{L} — оператор углового момента, « $\langle \rangle$ » обозначает усреднение по небесной сфере, а коэффициенты $a_{\ell m}(\hat{\mathbf{n}})$ вычисляются в системе координат, третья ось которой совпадает с $\hat{\mathbf{n}}$. Используя данные 1-го года миссии WMAP, авторы работы [94] нашли, что векторы, дающие максимумы дисперсии для квадруполя и октуполя, весьма близки:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{n}}_2 &= (-0,1145, -0,5265, 0,8424), \\ \hat{\mathbf{n}}_3 &= (-0,2578, -0,4207, 0,8698). \end{aligned}$$

Их скалярное произведение, которое могло бы быть любым числом из интервала (0, 1) (дисперсия (III.4.15) не изменяется при изменении знака $\hat{\mathbf{n}}$, поэтому $\hat{\mathbf{n}}_2 \hat{\mathbf{n}}_3$ можно считать положительным), равно

$$\hat{\mathbf{n}}_2 \hat{\mathbf{n}}_3 = 0,9838.$$

Вероятность такого совпадения для гауссовой карты они оценили как 1/60.

Для более подробного изучения вопроса о соосности мультиполей Копи и др. [98, 99] предложили использовать формализм мультипольных векторов, впервые введенных Максвеллом [124], и продемонстрировали его инструментарий для исследования анизотропии реликтового излучения на больших масштабах. Среди свойств этих векторов можно отметить их независимость от выбора системы координат, что делает их применимыми для проверки нулевой гипотезы о статистической изотропии, а также для поиска выделенных направлений на небе, обусловленных различными причинами, приводящими к негауссовости: нестандартной физикой, систематикой, остаточным влиянием фоновых компонент, топологией Вселенной и т. п. [100].

Следуя Копи и др. [99], вклад мультиполей с заданным значением ℓ в анизотропию температуры СМВ можно представить в эквивалентном формуле (III.4.14) виде:

$$\Delta T_\ell(\theta, \phi) = \sum_{i_1, \dots, i_\ell} K_{i_1, \dots, i_\ell} \cdot e_{i_1}(\theta, \phi) \dots e_{i_\ell}(\theta, \phi),$$

где пространственные индексы i_α пробегает значения от 1 до 3, $\mathbf{e}(\theta, \phi) = (\sin \theta \cos \phi, \sin \theta \sin \phi, \cos \theta)$ — единичный трехмерный вектор в направлении (θ, ϕ) на сфере, K_{i_1, \dots, i_ℓ} — бесследовый симметричный вещественный тензор ℓ -го ранга в трехмерном пространстве. Этот тензор, как и набор амплитуд $a_{\ell m}$, имеет $2\ell + 1$ независимых вещественных компонент. Идея состоит в том, чтобы записать этот тензор в виде комбинации ℓ единичных вещественных трехмерных векторов $\mathbf{v}^{(\ell, \alpha)}$, $\alpha = 1, \dots, \ell$ (всего 2ℓ независимых компонент) и общей амплитуды A_ℓ :

$$K_{i_1, \dots, i_\ell} = A_\ell \left[v_{i_1}^{(\ell, 1)} \dots v_{i_\ell}^{(\ell, \ell)} \right]_{TF},$$

где « $[]_{TF}$ » обозначает выделение симметричной бесследовой части. Известно, что такое представление существует и единственно, так что набор единичных векторов $\mathbf{v}^{(\ell, \alpha)}$ вместе с амплитудой A_ℓ полностью характеризует мультипольную компоненту $\Delta T_\ell(\theta, \phi)$. Отметим, что векторы $\mathbf{v}^{(\ell, \alpha)}$ определяются с точностью до знака, так как изменение знака каждого из этих векторов может быть скомпенсировано изменением знака амплитуды A_ℓ . Отметим еще, что мультипольные векторы не зависят от полной мощности C_ℓ мультиполей температуры с фиксированным ℓ : если все $a_{\ell m}$ при заданном ℓ домножаются на общий множитель, то величина A_ℓ также будет умножена, а $\mathbf{v}^{(\ell, \alpha)}$ останутся неизменными. В частности, если использовать величину $\tilde{a}_{\ell m} = a_{\ell m} / \sqrt{C_\ell}$, то мультипольные векторы $\mathbf{v}^{(\ell, \alpha)}$ зависят только от $\tilde{a}_{\ell m}$, но не от C_ℓ . В этом смысле мультипольные векторы несут информацию, дополнительную к той, что закодирована в угловом спектре мощности. И на это не влияют какие-либо предположения о гауссовости и статистической изотропии.

Сравнительно простой алгоритм нахождения мультипольных векторов предложен в работе [98], где исходя из известных коэффициентов $a_{\ell m}$ проводится их построение с применением стандартного гармонического разложения. Полные выкладки и рекуррентные формулы для нахождения $\mathbf{v}^{(\ell, \alpha)}$ в таком подходе приведены в [98]. Имеется также открытый программный код⁴⁾.

Копи и др. [99, 100] ввели еще векторы площади

$$\mathbf{w}^{(\ell, \alpha \beta)} = \mathbf{v}^{(\ell, \alpha)} \times \mathbf{v}^{(\ell, \beta)}.$$

Они ортогональны плоскостям ℓ -го мультиполя, в которых лежат пары векторов $(\mathbf{v}^{(\ell, \alpha)}, \mathbf{v}^{(\ell, \beta)})$, и также определены с точностью до знака. Для квадруполя имеется два мультипольных вектора $\mathbf{w}^{(2, 1)}$ и $\mathbf{w}^{(2, 2)}$ и всего один вектор площади $\mathbf{w}^{(2, 12)}$; октуполь характеризуется тремя мультипольными векторами и тремя векторами площади.

Наблюдение, сделанное в работах [99, 100] состоит в том, что плоскости квадруполя и октуполя близки друг к другу, т. е. направления векторов $\mathbf{w}^{(2, 12)}$, $\mathbf{w}^{(3, 12)}$, $\mathbf{w}^{(3, 13)}$ и $\mathbf{w}^{(3, 23)}$ скоррелированы на уровне достоверности более 99%. Точнее, вектор $\mathbf{w}^{(2, 12)}$ лежит почти посередине между тремя векторами $\mathbf{w}^{(3, 12)}$, $\mathbf{w}^{(3, 13)}$ и $\mathbf{w}^{(3, 23)}$, а для скалярных произведений из результатов работы [100] следует (использовались данные трех лет миссии WMAP)

$$\frac{\mathbf{w}^{(2, 12)} \cdot \mathbf{w}^{(3, 12)}}{|\mathbf{w}^{(2, 12)}| |\mathbf{w}^{(3, 12)}|} = 0,858, \quad \frac{\mathbf{w}^{(2, 12)} \cdot \mathbf{w}^{(3, 13)}}{|\mathbf{w}^{(2, 12)}| |\mathbf{w}^{(3, 13)}|} = 0,804, \quad \frac{\mathbf{w}^{(2, 12)} \cdot \mathbf{w}^{(3, 23)}}{|\mathbf{w}^{(2, 12)}| |\mathbf{w}^{(3, 23)}|} = 0,872.$$

Все эти величины близки к 1, что и означает соосность квадруполя и октуполя. Отметим, что векторы октуполя $\mathbf{w}^{(3, 12)}$, $\mathbf{w}^{(3, 13)}$ и $\mathbf{w}^{(3, 23)}$ сами по себе близки друг к другу («плоскостность» октуполя).

⁴⁾ <http://www.phys.cwru.edu/projects/mpvectors/>

Кроме того, все четыре вектора площадей скоррелированы с плоскостью эклиптики, а также (на уровне достоверности более 95 %) с направлением диполя и положением точек равноденствий. Все это выглядит как противоречие с предположением о гауссовой и статистически изотропной карте ПЛС.

9. Функционалы Минковского

Функционалы Минковского [125] являются эффективным методом для исследования морфологии совокупности областей в пространстве (в случае СМВ-областей на небесной сфере). Их активно применяют для изучения статистики сигнала. Исторические аспекты и алгоритмические детали этого подхода описаны в книге [52]. Коротко отметим, что в космологии трехмерная версия этого метода применялась еще в 1990-х гг. при изучении распределения объектов во Вселенной [126, 127]. Идея применить морфологические характеристики карты для описания статистических свойств анизотропии сигнала СМВ была описана и развита в целом ряде работ [52, 128–134].

В качестве рассматриваемой величины удобно выбрать не саму температуру, а поле с единичной дисперсией

$$\nu(\theta\phi) = \frac{\Delta T(\theta, \phi)}{\sigma_0},$$

где σ_0 — дисперсия флуктуаций температуры,

$$\sigma_0^2 = \langle \Delta T^2 \rangle = \frac{1}{4\pi} \sum_{\ell} (2\ell + 1) C(\ell). \quad (\text{III.4.16})$$

Как и раньше, « $\langle \rangle$ » обозначает усреднение по небесной сфере. Зафиксируем некоторое значение ν и для данной карты построим все связные области $R_i(\nu)$ на единичной небесной сфере, внутри которых $\nu(\theta, \phi) > \nu$. Вообще говоря, области $R_i(\nu)$ не являются односвязными, т. е. в них могут быть дыры (а внутри этих дыр снова могут быть области с $\nu(\theta, \phi) > \nu$, которые тоже нужно включить в набор $\{R_i(\nu)\}$). Теперь можно определить три глобальных (т. е. относящихся ко всей сфере) функционала Минковского:

(1) нормированную площадь

$$A(\nu) = \frac{1}{4\pi} \sum_i A[R_i(\nu)],$$

где $A[R]$ — площадь области R ;

(2) нормированную полную длину изолиний

$$L(\nu) = \frac{1}{4\pi} \sum_i L[R_i(\nu)],$$

где $L[R]$ — длина границы области R ;

(3) генус $G(\nu)$ — разность числа связных областей с $\nu(\theta, \phi) > \nu$ и числа связных областей с $\nu(\theta, \phi) < \nu$ (эквивалентной генусу величиной является эйлерова характеристика).

Замечательно, что эти три функционала полностью описывают морфологию набора областей $\{R_i(\nu)\}$ (в d -мерном пространстве имеется $d + 1$ таких функционалов). Аналогичным образом можно определить три локальных функционала Минковского, относящихся не ко всей сфере, а к отдельной ее части.

В приложениях к анализу СМВ вместо генуса часто используют другую характеристику:

$$\tilde{G}(\nu) = N_{\max}(\nu) + N_{\min}(\nu) - N_{\text{sad}}(\nu),$$

где $N_{\max}(\nu)$, $N_{\min}(\nu)$ и $N_{\text{sad}}(\nu)$ — число максимумов, минимумов и седловых точек функции $\nu(\theta, \phi)$, лежащих внутри всех областей $R_i(\nu)$. Для сферы $G(\nu) = \tilde{G}(\nu) - 1$.

Глобальные функционалы Минковского для гауссова поля вычисляются аналитически. На плоскости нормированные функционалы равны [52]

$$\begin{aligned} A(\nu) &= \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \Phi\left(\frac{\nu}{\sqrt{2}}\right), & L(\nu) &= \frac{1}{8\theta_c} \exp\left(-\frac{\nu^2}{2}\right), \\ G(\nu) &= \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \frac{1}{\theta_c^2} \exp\left(-\frac{\nu^2}{2}\right), \end{aligned} \quad (\text{III.4.17})$$

где $\Phi(x) = (2/\sqrt{\pi}) \int_0^x e^{-x^2} dx$ — функция ошибок, θ_c — корреляционная длина поля. Последняя определяется следующим образом:

$$\theta_c^{-1} = \sqrt{\frac{\langle (\nabla \Delta T)^2 \rangle}{\langle \Delta T^2 \rangle}} = \frac{\sigma_1}{\sigma_0},$$

где σ_1 — дисперсия градиента температуры,

$$\sigma_1^2 = \frac{1}{4\pi} \sum_{\ell} \ell(\ell + 1)(2\ell + 1) C(\ell). \quad (\text{III.4.18})$$

Таким образом, поиск отклонений от гауссовости можно вести путем проверки выполнения соотношений типа (III.4.17).

Функционалы Минковского использовались для проверки гауссовости данных WMAP. Эриксен и др. [89] применили три функционала, описанных выше, а также ряд других характеристик для анализа карты СМВ WMAP 1-го года миссии, и сравнили результаты с данными моделирования гауссовых возмущений с учетом шумового сигнала WMAP. Авторы обнаружили, что при анализе всей сферы на угловых масштабах между 1° и 4° все виды статистики в общем-то согласуются с предположением о гауссовости сигнала СМВ. В то же время, было продемонстрировано, что свойства СМВ, принадлежащего из Северной и Южной галактических полусфер, сильно различаются.

Статистика сигнала из южной полусферы на исследованных угловых масштабах $1^\circ - 4^\circ$ в целом согласуется с гипотезой о гауссовости, в то время как для северной полусферы наблюдается ряд особенностей. Если функционалы площади и длины $A(\nu)$ и $L(\nu)$ вполне вписываются в гипотезу о гауссовости, то генус на северной полусфере превышает ожидаемый на всех угловых масштабах, а на масштабе $3,4^\circ$ он имеет столь большую амплитуду, что только одна из 5000 реализаций имеет большую амплитуду для отрицательных значений порогов ν . Во-вторых, используя статистику, введенную в работе [135] (длина скелетной линии), и другие статистики, авторы [89] определили значения параметра

$$\gamma = \frac{\sigma_1^2}{\sigma_0\sigma_2},$$

где σ_0 и σ_1 — дисперсии температуры и ее градиента, определенные в (III.4.16) и (III.4.18), а σ_2 — дисперсия производных второго порядка, которая определяется вполне аналогично. Параметр γ оказался на северной полусфере больше, чем в 99 % симуляций, в то время как для южной полусферы подобный эффект отсутствует. Отметим, что еще до работы Эриксена и др. [89] Парк [88] также сообщил об асимметрии амплитуд генуса между северной и южной полусферами. Однако результаты Парка получены для значительно меньших угловых масштабов, чем в [89], так что прямую связь между этими двумя группами результатов установить трудно. В любом случае исследование генуса Минковского продемонстрировало, что гауссова модель флуктуаций имеет проблемы с описанием данных WMAP на больших и средних угловых масштабах.

Функционалы Минковского применялись и для оценок значения параметра f_{NL} [136] в модели негауссовых первичных возмущений, задаваемой формулой (III.4.8). С этой целью авторы генерировали карты СМВ в рамках этой модели и рассматривали их отличие от карт, рассчитанных в модели с гауссовыми первичными неоднородностями (в действительности, как подчеркивают авторы, при не слишком больших значениях f_{NL} выражения для функционалов Минковского в негауссовой модели могут быть с хорошей точностью получены аналитически). Авторами также учитывались различные наблюдательные эффекты, запутывающие ситуацию, такие как функция окна пиксела, «замазывание» диаграммой направленности, неоднородный шум, экранирующие маски на картах и другие. Зная поведение функционалов Минковского на различных масштабах и для различного уровня негауссовости в модельных картах, авторы работы [136] получили ограничения на уровень негауссовости на основе данных WMAP 3-го года миссии. А именно, они получили $-70 < f_{NL} < 91$ на уровне достоверности 95 % из карт, скомбинированных из данных каналов Q+V+W миссии WMAP, сглаженных гауссовым фильтром на масштабах $10'$, $20'$ и $40'$. Для комбинации карт V+W была получена смещенная в отрицательную сторону оценка $-108 < f_{NL} < 64$, отличающаяся, например, от смещенных в положитель-

ную сторону пределов на f_{NL} , полученных в работе [137] для тех же данных с помощью биспектра, $27 < f_{NL} < 147$.

10. Сферические вейвлеты

10.1. Негауссов эксцесс

Среди первых работ, посвященных обнаружению негауссовости в данных СМВ WMAP, имеется блок исследований, основанных на методике анализа с помощью вейвлетов [87, 138]. Первые попытки использования этой техники для поиска негауссовых особенностей проводились в 1990-х гг. для данных COBE-DMR [139] с помощью вейвлетов Добеши (Daubechies), позднее со сферическими вейвлетами Хаара (Spherical Haar Wavelet — SHW) [140]. Особенно чувствительными к проявлениям негауссовости являются сферические вейвлеты типа «мексиканская шляпа» (Spherical Mexican Hat Wavelet — SMHW) [141–143].

SMHW может быть построен с помощью евклидова вейвлета типа «мексиканская шляпа» (Mexican Hat Wavelet — MHW) с применением стереографической проекции, предложенной в [144]. SMHW зависит от трех параметров — общего масштаба R и координат (θ, ϕ) точки на сфере, выполняющей роль полюса, относительно которого осуществляется стереографическая проекция. Для каждого выбора центра вейвлета удобно ввести новую (штрихованную) систему координат, в которой центр является Северным полюсом. Тогда явный вид вейвлета SMHW — следующий:

$$\Psi_S(y, R) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}N(R)} \left[1 + \left(\frac{y}{2} \right)^2 \right]^2 \left[2 - \left(\frac{y}{R} \right)^2 \right] e^{-y^2/(2R^2)}, \quad (\text{III.4.19})$$

$N(R)$ — нормировочный множитель:

$$N(R) = R \left(1 + \frac{R^2}{2} + \frac{R^4}{4} \right)^{1/2}. \quad (\text{III.4.20})$$

Расстояние на касательной плоскости задается величиной y , которая соотносится с полярным углом как

$$y = 2 \operatorname{tg} \frac{\theta'}{2},$$

где θ' — полярный угол в штрихованной системе координат. Разложение флуктуаций температуры по вейвлетам имеет стандартный вид:

$$w(R; \theta, \phi) = \int \sin \theta' d\theta' d\phi' \Psi_S(R; \theta') \Delta T(\theta', \phi'),$$

где имеется в виду, что температура пересчитана в штрихованную систему координат (именно из-за этого w зависит от θ и ϕ). На практике для каждого масштаба R выбирают конечное количество центров вейвлетов, то есть

имеют дело с конечным числом коэффициентов вейвлетного разложения $w_i(R) \equiv w(R; \theta_i, \phi_i)$, $i = 1, \dots, N_R$.

Коэффициенты вейвлетного разложения $w_i(R)$ линейным образом выражаются через флуктуации температуры. Поэтому для гауссова сигнала СМВ эти коэффициенты также должны иметь гауссову статистику. Для поиска отклонений от гауссовости на заданном масштабе R можно определить несколько величин. Виелва и др. [87] использовали два простых эстиматора негауссовости: коэффициенты асимметрии (skewness) $S(R)$ и эксцесса (kurtosis) $K(R)$:

$$S(R) = \frac{1}{N_R} \sum_{i=1}^{N_R} w_i^3(R) / \sigma^3(R), \quad (\text{III.4.21})$$

$$K(R) = \frac{1}{N_R} \sum_{i=1}^{N_R} w_i^4(R) / \sigma^4(R) - 3, \quad (\text{III.4.22})$$

где N_R — число вейвлетных коэффициентов на масштабе R , а $\sigma(R)$ — дисперсия вейвлетных коэффициентов на этом масштабе:

$$\sigma^2(R) = \frac{1}{N_R} \sum_{i=1}^{N_R} w_i^2(R). \quad (\text{III.4.23})$$

Используя данный подход, авторы [87] получили избыток эксцесса $K(R)$ на двух последовательных масштабах $R_8 = 4,17^\circ$ и $R_9 = 5^\circ$ в данных СМВ WMAP. Полученная величина эксцесса на $R_8 = 4,17^\circ$ реализуется только в 40 случаях из 10 000 при моделировании методом Монте-Карло. Этот результат авторы принимают как показатель негауссовости карты WMAP, что справедливо и для масштаба R_9 . Виелва и др. обнаружили негауссовый сигнал во всем частотном диапазоне миссии WMAP (от 23 ГГц до 94 ГГц) и продемонстрировали его частотную независимость. Также было показано, что после добавления загрязняющего сигнала в виде переоцененного фона к модельным гауссовым картам СМВ, негауссовый сигнал не обнаруживается. Исходя из последнего наблюдения, авторы [87] заключают, что добавление галактического фона к моделям СМВ не приводит к возникновению негауссовости при поиске вейвлет-анализом. Также, что галактические фоновые компоненты не служат источником обнаруженной негауссовости карты ILC СМВ. Кроме того, в результате применения метода показано, что сигнал на северной полусфере соответствует гауссовой модели, в то время как на южной полусфере, как и на полной сфере, в данных СМВ наблюдается негауссовость.

10.2. Холодное пятно

Применяя вейвлеты типа SMHW, Круз и др. [138] выделили в микроволновом фоне Холодное пятно (рис. 12), имеющее сложную структуру. Существованием этого пятна они и объясняют негауссовость сигнала на южной

полусфере. Галактические координаты области, названной Холодным пятном (Cold Spot — CS), такие: ($b = -57^\circ$, $l = 209^\circ$). Вероятность соответствия гауссовой модели распределения сигнала при использовании SMHW составляет около 0,2% [138]. Частотная зависимость сигнала в области CS аналогична другим пятнам СМВ. Авторы также обнаружили, что при удалении из SMHW-анализа данной зоны, оставшийся массив данных соответствует гауссовым предположениям.

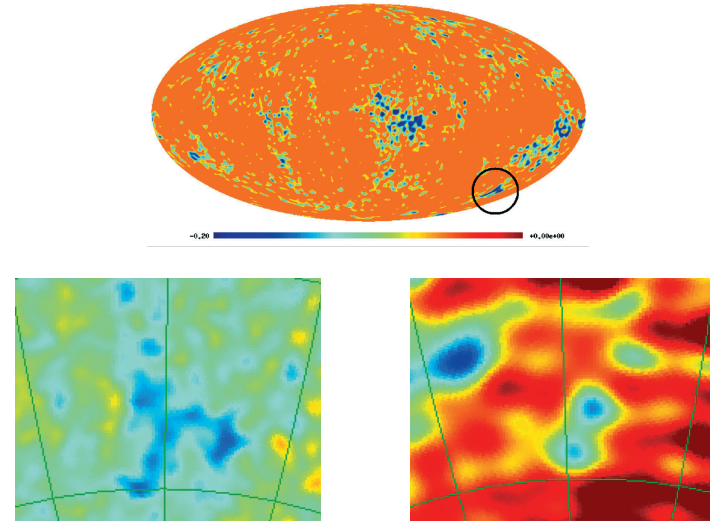


Рис. 12. (Цветную версию см. на вклейке, стр. 470) Слева: положение негауссова Холодного пятна на сфере в галактических координатах. В центре: Холодное пятно на карте ILC WMAP крупным планом. Справа: зона Холодного пятна на карте 408 МГц 1982 г. [145]

Следует отметить, впрочем, что выводы Круза и др. [138] критиковались Дзяном и Хутерером [146] на том основании, что использование весовых функций, отличающихся от SMHW (в частности, гауссовых весов с изменяемой шириной), не приводит к обнаружению негауссовости сигнала. Таким образом, вопрос о статистической значимости CS до конца не решен.

После получения указания на негауссовость сигнала в Холодном пятне, а также сообщения о пониженной плотности источников [147] в сглаженных картах радиообзора NVSS [148] (которая тоже однако поставлена под сомнение [149]), было выдвинуто несколько гипотез о его происхождении, связанных с гигантским эффектом Сакса—Вольфа [147], топологическим дефектом [43], артефактом анализа данных [150], простым случайным отклонением [149, 151]. Отметим, что такое пятно на карте СМВ WMAP не уникально [150, 151], а его свойства определяются в основном низкими гармониками

($2 \leq \ell \leq 20$). Статистика внегалактических объектов в области CS в разных диапазонах длин волн в рамках погрешности не отличается от других областей в данной полосе галактических широт [153]. Имеются и другие пятна, негауссовы свойства которых также определяются низкими ℓ [152]. Кроме того, следует отметить другой интересный момент, приведенный в [150] и заключающийся в том, что CS обнаруживается и в данных 1982 г. на картах низкочастотного обзора (408 МГц) [145] (см. рис. 12), в которых большой вклад в фон дает синхротронное излучение.

10.3. Нидлеты

В заключение этого раздела упомянем о втором поколении сферических вейвлетов — нидлетах, которые были введены в функциональный анализ в работах [154, 155], см. рис. 13. Сферический нидлет определяется как [156]

$$\psi_{jk}(\theta, \phi) = \sqrt{\lambda_{jk}} \sum_{\ell} b\left(\frac{\ell}{B^j}\right) \sum_{m=-\ell}^{\ell} Y_{\ell m}^*(\theta, \phi) Y_{\ell m}(\theta_k, \phi_k), \quad (\text{III.4.24})$$

где (θ, ϕ) — координаты на сфере, j — номер нидлет-гармоники, λ_{jk} — нормировочный множитель. Точки (θ_k, ϕ_k) (вершины нидлетов) могут быть совмещены с центрами пикселей в заданной схеме пикселизации. Число B задает базис нидлетов такой, что в него включены только мультиполи из диапазона $\ell \in [B^{j-1}, B^{j+1}]$, т. е. функция $b(\ell/B^j)$ соответствует функции окна и равна нулю вне диапазона $[B^{j-1}, B^{j+1}]$ [157].

Подход с нидлетами использовался для оценки первичной негауссовости, характеризуемой параметром f_{NL} , с помощью нидлет-биспектра [156]. Его преимущество по сравнению с обычным подходом, использующим гармонический биспектр (III.4.7), состоит в более адекватной работе с областями, закрытыми маской. Оценка величины f_{NL} , полученная в работе [156] с учетом влияния точечных источников, равна $f_{\text{NL}} = 84 \pm 40$.

11. Угловой спектр мощности

Одним из замечательных проявлений негауссовых свойств карты СМВ WMAP является асимметрия четности, на которую обратили внимание Ким и Насельский [103]. Простота предложенного ими подхода связана с возможностью использования лишь углового спектра мощности СМВ C_{ℓ} , без привлечения карт и индивидуальных гармоник $a_{\ell m}$. Для гауссова случайного поля первичных возмущений $\Phi(\mathbf{k})$ с плоским спектром мощности ожидается существование плато в угловом спектре мощности СМВ на низких мультиполях, обусловленного эффектом Сакса—Вольфа, а именно, $\ell(\ell+1)C_{\ell} \approx \text{const}$. Сферические гармоники при отражении координат меняются как $Y_{\ell m}(\hat{\mathbf{n}}) = (-1)^{\ell} Y_{\ell m}(-\hat{\mathbf{n}})$. Поэтому асимметрия в угловом спектре мощности для четных и нечетных гармоник может рассматриваться как асимметрия мощности

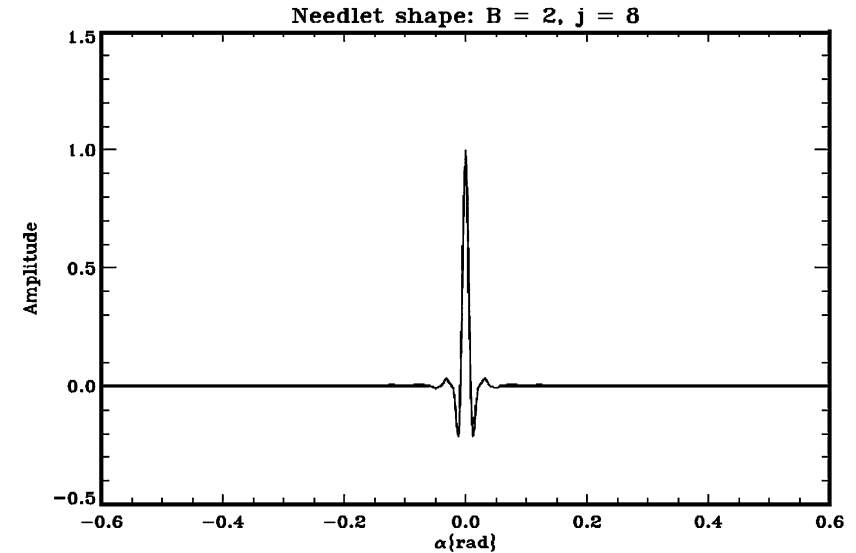


Рис. 13. Пример нидлета с $B = 2$ и $j = 8$ в пиксельном пространстве [157]

четных и нечетных компонент карт. Авторы [103] обнаружили, что мощность нечетных мультиполей систематически превышает мощность четных при небольших ℓ , и назвали этот феномен «асимметрией четности». Чтобы количественно описать такую асимметрию, предлагается рассмотреть следующие величины:

$$P^+ = \sum_{\text{четные } \ell < \ell_{\text{max}}} \ell(\ell+1)C_{\ell}/(2\pi),$$

$$P^- = \sum_{\text{нечетные } \ell < \ell_{\text{max}}} \ell(\ell+1)C_{\ell}/(2\pi).$$

Используя данные спектра мощности WMAP и результаты моделирования методом Монте-Карло, авторы [103] рассчитали отношение P^+/P^- для диапазонов мультиполей $2 \leq \ell \leq \ell_{\text{max}}$, где ℓ_{max} лежит между 3 и 23. Сравнивая P^+/P^- для данных WMAP с аналогичным отношением, полученным для модельных карт, можно оценить величину p , равную доле модельных спектров, в которых значение P^+/P^- меньше или равно значению для карты WMAP. Было обнаружено, что нижняя граница значения p получается при $\ell_{\text{max}} = 18$, где p равна 0,004 и 0,001 для данных пяти и трех лет миссии WMAP соответственно. Этот факт означает, что существует предпочтение для нечетных мультиполей ($2 \leq \ell \leq 18$) в данных WMAP на уровне 99,6% (с наложенной экранирующей маской в данных) и 99,76% (без маски). Авторы предполагают, что низкая амплитуда квадруполь СМВ WMAP может

быть частью той же аномалии, что и асимметрия четности. С учетом асимметрии мощности сигнала СМВ на северной и южной полусферах, сильнее проявляющейся на мультиполях $2 \leq \ell \leq 19$, чем на $20 \leq \ell \leq 40$ [90], авторы [103] также предполагают общее происхождение аномалий в области малых ℓ , таких как асимметрия мощности на полусферах, низкая амплитуда квадруполь и асимметрия четности, которое может иметь как космологическое объяснение, так и быть вызвано систематикой в наблюдениях и анализе данных миссии WMAP.

12. Аномалии

Особый интерес представляют аномалии карты СМВ, обнаруженные в данных WMAP. Отметим, что именно им посвящается большая часть статей в популярной прессе, где рассказывается о новой физике, призванной объяснить особенности распределения сигнала. Наиболее известные из них следующие:

- аномалии квадруполь: низкая амплитуда и Ось Зла;
- неоднородность в распределении сигнала СМВ между южным и северным полусферами;
- Холодное пятно;
- «четыре пальца»;
- «темный поток»;
- кольца на карте СМВ.

О некоторых аномалиях мы уже говорили выше, остальные опишем ниже.

12.1. Аномалии квадруполь

С квадруполем ИЛС WMAP связаны две проблемы: (1) непонятна причина его низкой амплитуды (рис. 3) и (2) нет очевидного объяснения происхождения Оси Зла (рис. 11). Осью Зла называется средняя линия [95, 158], соединяющая экстремумы квадруполь или октуполь. Такие линии у квадруполь и октуполь оказываются сонаправленными (или соосными). В этом случае говорят о проблеме выравнивания (alignment) или соосности квадруполь и октуполь. Кроме этого, наблюдается «выстраивание» пятен вдоль оси, а не случайный разброс их по сфере. Это явление называют проблемой планарности Оси Зла. Особенности структуры квадруполь и октуполь обсуждались впервые Тегмарком и др. в 2004 г. [94] (см. выше раздел 8). Сам термин «Ось Зла» появился в 2005 г. в работе Лэнд и Магуэйхо [95] (см. препринт в astro-ph) в журнале Physical Review Letters и быстро стал физическим термином (наряду с темной материей и темной энергией). Существования такого космологического эффекта очень маловероятно в гауссовой и изотропной вселенной и отвергается с вероятностью выше 94 % [95, 158]. Было немало работ по исследованию происхождения Оси Зла и возможной ее связи с эклипкой и с движением Солнечной системы [93, 99], с особенностью

разделения компонент и восстановления сигнала СМВ [97, 119] и с новой физикой, связанной с особенностями ранних этапов эволюции Вселенной: анизотропией расширения, магнитными полями и т. д. [44, 45, 159]. Авторы [160] отмечают, что планарность квадруполь и октуполь не является статистически значимой. Они также подчеркивают, что остаточное излучение фонов в карте ИЛС не влияет существенно на уровень эффекта. Другие авторы [161] заключают, что характеристики низких мультиполей аномально сильно отличаются от случайных, и считают, что это может быть обусловлено статистической неизотропностью Вселенной на больших масштабах, либо проблемами восстановления сигнала методом ИЛС. Кроме того, квадруполь имеет аномально низкую амплитуду, что дополнительно усугубляет проблему этого мультиполя. Поэтому часть упомянутых работ увязывает низкую амплитуду квадруполь с общей проблемой низких мультиполей вообще. Отметим, что теоретически появление мультиполя с малой амплитудой для гауссовых реализаций СМВ не запрещено.

12.2. Неоднородность сигнала СМВ в разных полусферах

Распределение сигнала между полусферами (южной и северной) обладает наблюдаемой анизотропией как в галактической системе координат, так и в эклиптической [123, 162]. Неизотропность сигнала на сфере видна и «невооруженным» глазом: количество ярких, контрастных пятен в южной полусфере превышает соответствующее число в северной. Это различие обнаруживается численно и при расчете спектра мощности [123, 162], и при вычислении функционалов Минковского (см. выше раздел 9).

Кроме того, вклад в анизотропию распределения сигнала на сфере дает также обсуждавшийся выше (см. раздел 10.2) эффект **Холодного пятна**, частично формирующего один из «**четырёх пальцев**» (см. 14). Эта структура также связана с октуполем [73].

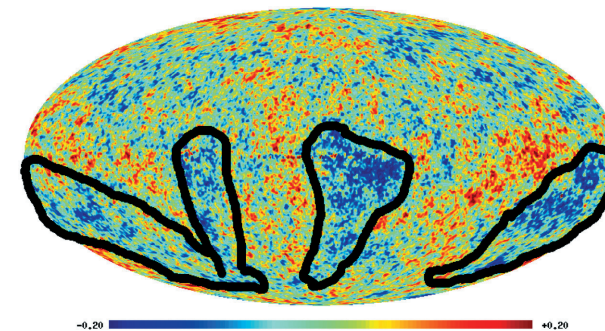


Рис. 14. (Цветную версию см. на вклейке, стр. 470) Холодные пятна на карте ИЛС СМВ, формирующие структуру «четыре пальца»

Несмотря на признание существования аномальных структур, связанных, как правило, с низкими мультиполями ($\ell \leq 20$), команда WMAP полагает, что их существование не противоречит изотропии фона СМВ [73].

12.3. Темный поток

Одним из направлений новой физики является гипотеза о возможном проявлении через взаимодействие соседней браны, призванная объяснить статистический эффект, обнаруженный при исследовании крупномасштабных потоков материи. Для поиска потока применялась одна из составляющих компонент эффекта Зельдовича—Сюняева (ЗС) [163] — кинематический эффект ЗС, обусловленный собственным движением скопления как целого по отношению к системе отсчета СМВ. Используя данные о скоплениях галактик и величину флуктуаций сигнала СМВ в направлении на их центры, вызванного эффектом Зельдовича—Сюняева, можно оценить космологические параметры (постоянную Хаббла H_0 и параметр плотности Ω_0) [164]. Авторы исследования [165, 166] использовали данные WMAP5 и каталога, построенного по рентгеновским данным и содержащего свыше 1000 скоплений. Авторы рассчитали диполь по значениям пикселей СМВ, определяемый, по их мнению, кинематическим эффектом ЗС и демонстрирующий постоянную скорость, по крайней мере, в масштабе ~ 800 Мпк. И, как предполагают авторы, он может быть связан с «темным потоком» материи. Для проверки результатов они изменяли число используемых скоплений от 150 до 700, а также проводили моделирование диполя СМВ, и в результате рассматривают обнаруженный диполь как надежно установленный.

В работе [167] была проверена возможность обнаружения такого диполя в данных WMAP. Отметим сразу, что разрешение ILC WMAP ($\sim 1^\circ$) не позволяет массово исследовать эффект ЗС из-за малости масштабов на карте СМВ. Но можно, собрав большую выборку объектов, изучать эффект (или верхний предел) статистически. Мы использовали выборку, содержащую 2442 далеких радиогалактик ($z > 0,3$) [167], и в предположении, что радиогалактики являются индикаторами скоплений, измерили величину флуктуаций СМВ WMAP7 в направлении на эти объекты. Это позволит нам оценить сигнал (или обнаружить) возможного «темного» потока. Полезным моментом является тот факт, что сигнал СМВ на карте флуктуаций ILC выделяется с использованием каналов, на которых эффект ЗС, если он есть, будет иметь отрицательное значение. Удачно, что угловой масштаб эффекта ЗС, обнаруженного командой WMAP [76], соответствует разрешению карты ILC 7-го года наблюдений. Измеренные нами параметры диполя $(T_x, T_y, T_z) = (0,003 \pm 0,016, 0,001 \pm 0,018, 0,002 \pm 0,010)$ с амплитудой $T_{\max} = 0,012$ и моделированием 200 случайных гауссовых флуктуаций свидетельствуют, что обнаруживаемый диполь отличается от диполя WMAP СМВ и от найденного в работах [165, 166]. По нашим данным амплитуда диполя находится ниже 1σ -уровня шума модельных вариаций, и делать вывод

о существовании «темного потока» еще рано. По крайней мере, в видимой Вселенной доминирует хаббловский поток.

12.4. Кольца на карте СМВ

Любопытное исследование СМВ, основанное на статистике сигнала, приводится в работе Гурзаяна и Пенроуза [168]. Оно активно обсуждалось в научно-популярной и околопопулярной прессе, потому что было интерпретировано как подтверждение конформной циклической космологии. Авторы [168] обнаружили на сфере точки, вокруг которых можно построить концентрические кольца (рис. 15) с глубиной (15 мК), определяемой дисперсией температуры, меньше ожидаемой на уровне достоверности 6σ , т. е. вероятность такой случайной вариации температуры фона в кольце будет порядка 10^{-7} .

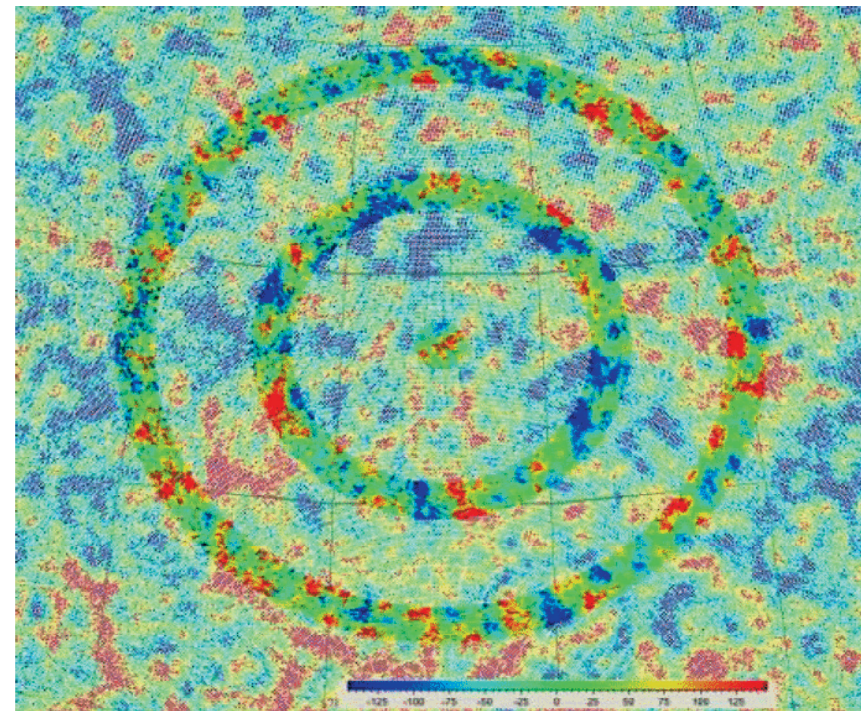


Рис. 15. (Цветную версию см. на вклейке, стр. 470) Примеры колец на карте СМВ. Воспроизведено из работы [168]

И с еще меньшей вероятностью центры таких кругов будут совпадать.

По гипотезе авторов [168] такой феномен (сигнал), говорит о том, что в прошлом в других зонах (циклах расширения-сжатия Вселенной) происхо-

дило взаимодействие сверхмассивных черных дыр. Это приводило к вспышкам гравитационного излучения, которые появлялись «не в форме гравитационных волн, но как сферические, в значительной степени изотропные, расталкивающие вспышки энергии в первоначальном веществе Вселенной, в качестве которого мы [Гурздян и Пенроуз] берем некоторую форму первичной темной материи с импульсом и скоростью света, направленными к нашей поверхности последнего рассеяния» [168].



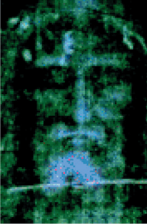


Description	Symbol
<p>Pattern A: The happy-face smiley.</p> <p>Included for its wide cultural and scientific usage.</p> <p>Unicode symbol 0x263a</p>	
<p>Pattern B: The sad-face smiley.</p> <p>Included for comparison with symbol A.</p> <p>Unicode symbol 0x2639</p>	
<p>Pattern C: The face of Jesus from the Turin shroud.</p> <p>Included because it seems to crop up all over the place.</p> <p>Does not have a unicode symbol.</p>	
<p>Pattern D: The satanic pentagram symbol.</p> <p>Included for comparison with symbol C.</p> <p>Unicode 6 symbol 0x26E6.</p>	
<p>Pattern E: The look of disapproval.</p> <p>Included for recent cultural significance.</p> <p>Unicode symbols 0xCA0 and 0x05F.</p>	

Рис. 16. Примеры различных шаблонов, используемых и обнаруженных на сфере при анализа неба СМВ. Воспроизведено из первоапрельской работы Zuntz, Zibin, Zunckel, и Zwart, 2011

Публикация вызвала большой резонанс, который отразился в архиве статей, неожиданно ставшим аналогом форума, если судить по появившимся ссылкам:

- Moss et al., arXiv: 1012.1305;
- Wehus & Eriksen, 2010, arXiv:1012.1268;
- Gurzadyan & Penrose 2010, arXiv:1012.1486;
- Hajan, 2010, arXiv:1012.1656;
- Zuntz, Zibin, Zunckel, and Zwart, 2011, arXiv:1103.6262;
- ..., 2011 и т. д.

Не вдаваясь в особые космологические модели, остановимся просто на статистике сигнала. При анализе данных СМВ существует очень важная проблема единственности нашей случайной реализации, усугубляющаяся еще и тем, что мы ее не знаем. Для единственной реализации мы можем подобрать эstimаторы которые «легко» будут находить различные неожиданные особенности. Пример таких эstimаторов и шаблонов поиска показан в первоапрельской статье [169] (см. примеры шаблонов на рис. 16). В рамках подобного поиска, по-видимому, можно найти и оптимальное положение шаблонов в виде концентрических колец.

12.5. Другие эффекты

Из-за особенностей распределения сигнала (дипольной компоненты излучения Млечного Пути) основной вклад Галактики попадает в четные ($\ell+m$) гармоники. Нечетные мультиполи в этом случае содержат почти чистый сигнал СМВ. Тогда при разделении компонент возможно появление пятен, симметричных относительно галактической плоскости и возможно имеющих противоположный знак, на восстановленной карте [170]. Аналогичная ситуация будет и для эклиптической плоскости. Особенности нечетных гармоник, дающих почти чистый сигнал СМВ и исследованных в [171], в частности, поставили вопрос о «нечетности» нашей Вселенной.

Симметрии пятен тесно связаны с выделенностью систем координат, в которых экваториальная плоскость или полюсы лежат в особых точках: минимумах, максимумах и седлах. Кроме двух «очевидных» небесных систем координат: галактической и эклиптической, отмечается еще и экваториальная, привязанная к Земле ([121, 122, 172]).

И последнее, что мы отметим, — казус с проявлением символов «S» и «H» (Stephen Hawking) (рис. 17), которые были обнаружены на карте ILC WMAP и обсуждались даже в работе команды WMAP [173]. Согласно руководителю миссии Planck Я. Тауберу, эта особенность отсутствует на картах эксперимента Planck. Эффект обнаружения таких символов аналогичен поиску шаблонов, приведенных на рис 16.

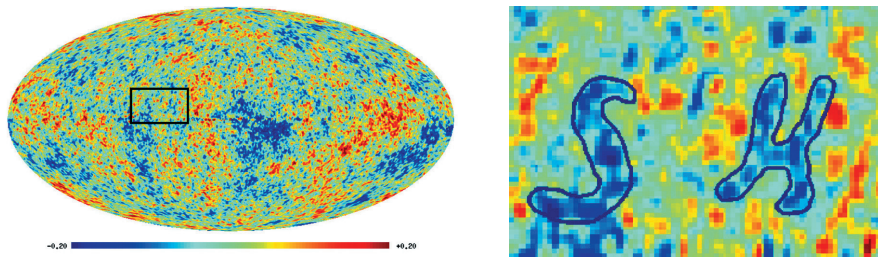


Рис. 17. (Цветную версию см. на вклейке, стр. 471) Символы «S» и «H» (Stephen Hawking) на карте ILC CMB

13. Резюме

Итак, мы дали общее описание некоторых тестов, интенсивно используемых в последнее десятилетие для поиска и изучения негауссовости и статистической анизотропии данных СМВ, имеющих различную природу.

Необходимо сделать несколько замечаний к упомянутым методам.

- Как было показано для различных диапазонов мультиполей в большом числе работ, в данных СМВ WMAP имеются указания на отклонения от гауссовости, обнаруживаемые методами фазового анализа, кросс-корреляциями с галактическими фоновыми компонентами, с помощью сферических вейвлетов, функционалов Минковского, угловых спектров мощности и другими методами.
- Различные методы тестирования негауссовых свойств чувствительны к различному типу проявления этого феномена, например, фазовый анализ видит остаточные проявления галактических фоновых компонент (или систематики) в очищенном сигнале СМВ, в то время как биспектр и схожие методы не чувствительны к этому типу негауссовости.
- Низкие мультиполи данных WMAP СМВ демонстрируют отклонение от гауссовости и/или статистической изотропии практически для всех методов тестирования этого феномена.
- Уровень первичной негауссовости некоторых типов, например, такого, который описывается параметром f_{NL} , оценивается методами, нечувствительными к остаточному сигналу галактического фона. Например, «сдвинув» пятна фона без изменения размера, можно получить карту с гауссовой статистикой распределения сигнала, оцениваемой по распределению температуры, но со связанными фазами разных мультиполей.
- Моделирование в рамках представления о гауссовых и статистически изотропных первичных возмущениях и стандартной Λ CDM-космологии служит важным инструментом для понимания процесса наблюдений,

анализа данных и оценки уровня достоверности. Полезно и моделирование с негауссовыми и/или статистически анизотропными первичными возмущениями с теми или иными конкретными предположениями об их свойствах. Однако если СМВ имеет негауссовы свойства другой (еще невыясненной) природы, отличной от заложенной в модели, применение последнего подхода может нас ограничить в интерпретации данных.

- У нас имеется единственная реализация данных реального СМВ, характеристики которого точно не известны, так как истинный СМВ сигнал скрыт галактическим фоном, сглажен негауссовой диаграммой направленности, сложен с шумом. Для единственной, даже гауссовой, реализации СМВ, в принципе, можно подобрать тест, который выявит ее «ложную» негауссовость, хотя бы в силу того, что (1) наблюдения дают ограниченный набор данных, и (2) эти данные получены из исходного массива, явно содержащего негауссовы систематические погрешности и вклады фоновых излучений. Вопрос о корректной оценке статистической достоверности особенностей, обнаруженных a posteriori, до сих пор дебатруется. И в этом случае обнаружение отклонения от гауссовой статистики для единственной и конечной реализации сигнала может быть лишь вопросом времени.

Перспективы развития направления, затронутого в этой лекции, связаны с повышением точности экспериментов и еще более аккуратной оценкой загрязняющих факторов, снижающими нашу зависимость от априорной информации в процессе моделирования методом Монте-Карло. Эксперименты с хорошей чувствительностью, такие как миссия Planck, покрывающие широкий диапазон частот и имеющие лучшее разрешение, позволяют проверить результаты, полученные миссией WMAP и, может быть, уточнят результаты поиска первичной негауссовости.

Благодарности. Автор благодарен своим коллегам А. Г. Дорошкевичу и П. Д. Насельскому за плодотворное обсуждение работ по теме негауссовости. Отдельная признательность В. А. Рубакову за дискуссии и замечания, позволившие значительно улучшить исходный текст, а также расширить ряд разделов, особенно «Физика», «Мультипольные векторы», список литературы. В данных исследованиях использовался открытый архив наблюдений миссии WMAP NASA. Для анализа данных и построения изображения СМВ применялся пакет GLESP⁵⁾ [174, 175]. Автор признателен Фонду некоммерческих программ Дмитрия Зимица «Династия» и РФФИ за поддержку исследований по данной тематике. Автор также признателен Н. В. Верховдановой за коррекцию стиля текста.

Литература

1. *Верходанов О. В.* Лекция 1. Радиотелескопы в космологии. Стр. 202.
2. *Верходанов О. В.* Лекция 2. Космология с радиогалактиками. Стр. 250.

⁵⁾ <http://www.glesp.nbi.dk>

3. *Верходанов О. В.* Лекция 3. Реликтовое излучение: как измерить космологические параметры. Стр. 293.
4. *Верходанов О. В.* УФН, **182**, в печ. (2012).
5. *Старобинский А. А.* ЖЭТФ Письма в Редакцию **30** 719 (1979).
6. *Sato K.* MNRAS **195**, 467 (1981).
7. *Guth A.* Phys. Rev. D **23**, 347 (1981).
8. *Albrecht A., Steinhardt P. J.* Phys. Rev. Lett. **48**, 1220 (1982).
9. *Linde A. D.* Phys. Lett. **108B**, 389 (1982).
10. *Mukhanov V. F., Chibisov G. V.* JETP Lett. **33**, 532 (1981).
11. *Hawking S. W.* Phys. Lett. B **115**, 295 (1982).
12. *Starobinsky A. A.* Phys. Lett. B **117**, 175 (1982).
13. *Guth A. H., Pi S. Y.* Phys. Rev. Lett. **49**, 1110 (1982).
14. *Bardeen J. M., Steinhardt P. J., Turner M. S.* Phys. Rev. D **28**, 679 (1983).
15. *Allen T. J., Grinstein B., Wise M. B.* Phys. Lett. B **197**, 66 (1987).
16. *Linde A., Mukhanov V.* Phys. Rev. D **56** 535 (1997).
17. *Bernardeau F., Uzan J.-P.* Phys. Rev. D **66**, 103506 (2002).
18. *Dvali G., Gruzinov A., Zaldarriaga M.* Phys. Rev. D **69** (2004) 023505, arXiv:astro-ph/0303591
19. *Kofman L.* Report # CITA-03-12; arXiv:astro-ph/0303614
20. *Barnaby N., Cline J. M.* Phys. Rev. D. **75**, 6004 (2007), astro-ph/0611750
21. *Falk T., Rangarajan R., Srednicki M.* ApJ **403**, L1 (1993).
22. *Maldacena J. M.* JHEP **05**, 013 (2003).
23. *Salopek D. S., Bond J. R.* Phys. Rev. D **42**, 3936 (1990).
24. *Bartolo N., Matarrese S., Riotto A.* JHEP **0404**, 006 (2004), astro-ph/0308088
25. *Bartolo N., Komatsu E., Matarrese S., Riotto A.* Phys. Rept. **402**, 103 (2004), astro-ph/0406398
26. *Komatsu E. et al.* ApJS **180**, 330 (2009), arXiv:0803.0547
27. *Gumrukcuoglu A. E., Contaldi C. R., Peloso M.* Proc. 11th Marcel Grossmann Meeting on General Relativity, eds. H. Kleinert, R. T. Jantzen, and R. Ruffini, World Scientific, 2007, Rep.#UMN-TH-2515/06, astro-ph/0608405
28. *Gumrukcuoglu A. E., Contaldi C. R., Peloso M.* JCAP **0711**, 005 (2007), astro-ph/0707.4179
29. *Ackerman L., Carroll S. M., Wise M. B.* Phys. Rev. D **75**, 083502 (2007), astro-ph/0701357
30. *Watanabe M. A., Kanno S., Soda J.* Phys. Rev. Lett. **102**, 191302 (2009), hep-th/0902.2833
31. *Dimopoulos K., Karciuskas M. and Wagstaff J. M.* Phys. Rev. D **81**, 023522 (2010), hep-ph/0907.1838
32. *Watanabe M. A., Kanno S., Soda J.* Prog. Theor. Phys. **123**, 1041 (2010).
33. *Dulaney T. R., Gresham M. I.* Phys. Rev. D **81**, 103532 (2010), arXiv:1001.2301
34. *Gumrukcuoglu A. E., Himmetoglu B., Peloso M.* Phys. Rev. D **81**, 063528 (2010), astro-ph.CO/1001.4088
35. *Starobinsky A. A.* JETP Lett. **57**, 622 (1993), gr-qc/9305019
36. *de Oliveira-Costa A., Smoot G. F., Starobinsky A. A.* ApJ **468**, 457 (1996), astro-ph/9705125
37. *Inoue K. T., Tomita K., Sugiyama N.* MNRAS **314**, L21 (2000), astro-ph/9906304
38. *Dineen P., Rocha G., Coles P.* MNRAS **358** 1285 (2005); astro-ph/0404356
39. *Kunz M., Aghanim N., Riazuelo A., Forni O.* Phys. Rev. D **77**, 023525 (2008).
40. *Turok N.* Phys. ScriptaT **36**, 135 (1991).
41. *Turok N., Spergel D.* Phys. Rev. Lett. **64**, 2736 (1990).
42. *Durrer R.* New Astron. Rev. **43**, 111 (1999).
43. *Cruz M. et al.* Science **318**, 1612 (2007), arXiv:0710.5737
44. *Jaffe T. et al.* Astrophys. J. **629**, L1 (2005), astro-ph/0503213
45. *Demianski M., Doroshkevich A.* Phys. Rev. D **75**, 123517 (2007).
46. *Durrer R., Kahniashvili T., Yates A.* Phys. Rev. D **58**, 123004 (1998), astro-ph/9807089
47. *Mack A., Kahniashvili T., Kosowsky A.* Phys. Rev. D **65**, 123004 (2002), astro-ph/0105504
48. *Naselsky P. D., Chiang L.-Y., Olesen P., Verkhodanov O. V.* Astrophys. J. **615**, 45 (2004), astro-ph/0405181
49. *Kahniashvili T., Ratra B.* Phys. Rev. D **71**, 103006 (2005), astro-ph/0503709
50. *Kahniashvili T., Lavrelashvili G., Ratra B.* Phys. Rev. D **78**, 063012 (2008), arXiv:0807.4239
51. *Tauber J. A. et al.* Astron. Astrophys. **520**, A1 (2010).
52. *Naselsky P. D., Novikov D. I., Novikov I. D.* *The Physics of the Cosmic Microwave Background* (Cambridge University Press, 2006) (Cambridge astrophysics series 41).
53. *Горбунов Д. С., Рубаков В. А.* Введение в теорию ранней Вселенной: Космологические возмущения. Инфляционная теория. (М.: КРАСАНД, 2010).
54. *Лукаш В. Н., Михеева Е. В.* Физическая космология. (М.: Физматлит, 2010).
55. *Kim J., Naselsky P.* Phys. Rev. D. **79** 123006 (2009)
56. *Yadav A. P. S., Wandelt B. D.* Advances in Astronomy, id. 565248 (2010), arXiv:1006.0275
57. *Bartolo N., Matarrese S., Riotto A.* Advances in Astronomy, id. 157079 (2010), arXiv:1001.3957
58. *Komatsu E. et al.* Science White Paper, arXiv:0902.4759
59. *Komatsu E.* Classical and Quantum Gravity **27**, 124010 (2010).
60. *Libanov M., Ramazanov S., Rubakov V.* JCAP **06**, 010 (2011), arXiv:1102.1390
61. *Libanov M., Mironov S., Rubakov V.* Phys. Rev. D **84**, 083502 (2011), arXiv:1105.6230
62. *Creminelli P., D'Amico G., Musso M., Norena J., Trincherini E.* JCAP **1102**, 006 (2011), arXiv:1011.3004
63. *Verde L., Wang L., Heavens A. F., Kamionkowski M.* MNRAS **313**, 141 (2000).
64. *Lesgourgues J., Liguori M., Matarrese S., Riotto A.* Phys. Rev. D **71**, 103514 (2005), astro-ph/0412551
65. *Lewis A., Challinor A., Hanson D.* JCAP **03**, 018 (2001), arXiv:1101.2234
66. *Semenova T. A., Pariiskii Yu. N., Bursov N. N.* Astron. Rep. **53**, 1 (2009).
67. *Komatsu E., Spergel D. N.* Phys. Rev. D **63**, 063002 (2001), astro-ph/0005036
68. *Seljak U., Zaldarriaga M.* ApJ **469**, 437 (1996).
69. *Lyth D. H., Wands D.* Phys. Lett. B **524**, 5 (2002), hep-ph/0110002
70. *Moroi T., Takahashi T.* Phys. Lett. B **522**, 215 (2001), hep-ph/0110096
71. *Creminelli P., Nicolis A., Senatore L., et al.* JCAP **0605**, 004 (2006), astro-ph/0509029

72. *Senatore L., Smith K. M., Zaldarriaga M.* JCAP **1001**, 028 (2010), arXiv:0905.3746
73. *Bennett C. L. et al.* ApJS **192** 17 (2011); arXiv:1001.4758
74. *Komatsu E. et al.* ApJS **148** 119 (2003); arXiv: astro-ph/0302223
75. *Spergel D. N. et al.* ApJS **170** 377 (2007); arXiv: astro-ph/0603449
76. *Komatsu E. et al.*, ApJS **192** 18 (2011); arXiv:1001.4538
77. *Slosar A., Hirata C., Seljak U., Ho S., Padmanabhan N.* JCAP **8** 31 (2008).
78. *Bennett C. L. et al.* ApJS **148**, 1 (2003), astro-ph/0302207
79. *Bennett C. L. et al.* ApJS **148**, 97 (2003), astro-ph/0302208
80. *Spergel D. N. et al.* ApJS **148** 175 (2003); astro-ph/0302209
81. *Hinshaw G. et al.* ApJS **170**, 288 (2007), astro-ph/0603451
82. *Hinshaw G. et al.* ApJS **180**, 225 (2009), astro-ph/0803.0732
83. *Jarosik N. et al.* ApJS **192**, 14 (2011), arXiv:1001.4744
84. *Chiang L.-Y., Naselsky P. D., Verkhodanov O. V., Way M. J.* ApJ **590**, L65 (2003), astro-ph/0303643
85. *Naselsky P. D., Doroshkevich A. G., Verkhodanov O. V.* ApJ **599**, L53 (2003), astro-ph/0310542
86. *Coles P., Dineen P., Earl J., Wright D.* MNRAS **350**, 989 (2004).
87. *Vielva P., Martinez-Gonzalez E., Barreiro R. B., Sanz J. L. and Cayon L.* ApJ **609**, 22 (2004), astro-ph/0310273
88. *Park C. G.* MNRAS **349**, 313 (2004).
89. *Eriksen H. K. et al.* ApJ **612**, 64 (2004), arXiv:astro-ph/0401276
90. *Eriksen H. K. et al.* ApJ **605**, 14 (2004).
91. *Hansen F. K., Cabella P., Marinucci D., Vittorio N.* ApJ **607**, L67 (2004).
92. *Larson D. L., Wandelt B. D.* ApJ **613**, L85 (2004).
93. *Schwarz D. J., Starkman G. D., Huterer D., Copi C. J.* Phys. Rev. Lett. **93**, 221301 (2004).
94. *de Oliveira-Costa A., Tegmark M., Zaldarriaga M., Hamilton A.* Phys. Rev. D **69**, 063516 (2004).
95. *Land K. and Magueijo J.* Phys. Rev. Lett. **95**, 071301 (2005), astro-ph/0502237
96. *Cruz M., Tucci M., Martinez-Gonzales E., Vielva P.* MNRAS **369**, 57 (2006).
97. *Naselsky P. D., Verkhodanov O. V., Nielsen M. T. B.* Astrophys. Bull. **63**, 216 (2007), arXiv:0707.1484
98. *Copi C. J., Huterer D., Starkman G. D.* Phys. Rev. D **70**, 043515 (2004), astro-ph/0310511
99. *Copi C. J., Huterer D., Schwarz D. J., Starkman G. D.* MNRAS **367**, 79 (2006), astro-ph/0508047
100. *Copi C. J., Huterer D., Schwarz D. J., Starkman G. D.* Phys. Rev. D **75**, 023507 (2007).
101. *Rakic A., Schwarz D. J.* Phys. Rev. D **75**, 103002 (2007).
102. *Hoftuft J. et al.* arXiv:0903.1229
103. *Kim J., Naselsky P.* Astrophys. J. **714**, L265 (2010).
104. *Hansen M., Frejsel A. M., Kim J., Naselsky P., Nesti F.* Phys. Rev. D **83**, 10350 (2011), arXiv:1103.6135
105. *Reichardt C. L. et al.* ApJ **694**, 1200 (2009).
106. *Brown M. L. et al.* ApJ **705**, 978 (2009).
107. *Bardeen J. M., Bond J. R., Kaiser N., Szalay A. S.* ApJ **304**, 15 (1986).
108. *Bond J. R., Efstathiou G.* MNRAS **226**, 655 (1987).
109. *Watts P. I. R., Coles P.* MNRAS **338**, 806 (2003).
110. *Coles P., Chiang L.-Y.* Nature **406**, 376 (2000).
111. *Tegmark M. de Oliveira-Costa A., Hamilton A.* Phys. Rev. D **68**, 123523 (2003).
112. *Chiang L.-Y., Naselsky P. D., Coles P.* ApJ **602**, L1 (2004), astro-ph/0208235
113. *Naselsky P. D., Doroshkevich A. G., Verkhodanov O. V.* MNRAS **349**, 695 (2004), astro-ph/0310601
114. *Fisher N. I.* *Statistical analysis of Circular Data* (Cambridge University Press, 1993).
115. *Khabibullina M. L., Verkhodanov O. V., Parijskij Yu. N.* Astrophys. Bull. **63**, 95 (2008).
116. *Naselsky P. D., Verkhodanov O. V.* Astrophys. Bull. **62** 203 (2007).
117. *Naselsky P. D., Verkhodanov O. V.* Int. J. Mod. Phys. D. **17** 179 (2008); arxiv:0609409
118. *Chiang L.-Y., Coles P., Naselsky P. D., Olesen P.* JCAP **7**, 21 (2007), arxiv:0608421
119. *Doroshkevich A. G., Verkhodanov O. V.* Phys. Rev. D **83**, 043002 (2011), arxiv:1008.4094
120. *Verkhodanov O. V., Khabibullina M. L., Majorova E. K.* Astrophys. Bull. **64**, 263 (2009), arXiv:0912.3073
121. *Verkhodanov O. V., Khabibullina M. L.* Astrophys. Bull. **65**, 390 (2010).
122. *Verkhodanov O. V., Sokolov V. V., Khabibullina M. L., Karpov S. V.* Astrophys. Bull. **65**, 238 (2010), arXiv:1009.3720
123. *Naiden Ya. V., Verkhodanov O. V.* Astrophys. Bull. **66**, 345 (2011).
124. *Maxwell J. C.* *A Treatise on Electricity and Magnetism*, 3rd edn. Vol. I. (Clarendon Press, London, 1891).
125. *Minkowski H.* Math. Annal. **57**, 443 (1903).
126. *Mecke K. R., Buchert T., Wagner H.* Astron. Astrophys. **288**, 697 (1994).
127. *Schmalzing J., Buchert T.* ApJ **482**, L1 (1997).
128. *Doroshkevich A. G.* Astrofizika **6**, 581 (1970).
129. *Gott J. R. III, et al.* ApJ **352**, 1 (1990).
130. *Naselsky P. D., Novikov D.* ApJ **444**, L1 (1995).
131. *Novikov D., Schmalzing J., Mukhanov V. F.* Astron. Astrophys. **364**, 17 (2000), astro-ph/0006097
132. *Novikov D. I. et al.* Int. J. Mod. Phys. D **10**, 245 (2001).
133. *Schmalzing J. and Gorski K. M.* MNRAS **297**, 355 (1998).
134. *Winitzki S. and Kosowsky A.* New Astron. **3**, 75 (1997).
135. *Novikov D. I., Colombi S., and Dore O.* MNRAS **366**, 1201 (2006), astro-ph/0307003
136. *Hikage C. et al.* MNRAS **389**, 1439 (2008), arXiv:0802.3677
137. *Yadav A. P. S. and Wandelt B. D.* Phys. Rev. Lett. **100**, 181301 (2008).
138. *Cruz M., Martinez-Gonzalez E., Vielva P., and Cayon L.* MNRAS **356**, 29 (2005).
139. *Pando J., Valls-Gabaud D., and Fang L.-Z.* Phys. Rev. Lett **81**, 4568 (1998).
140. *Barreiro R. B. et al.* MNRAS **318**, 475 (2000).
141. *Cayón L. et al.* MNRAS **326**, 1243 (2001).
142. *Martinez-Gonzalez E., Gallegos J E, Argueso F, Cayon L, Sanz J L* MNRAS **336**, (2002) 22, astro-ph/0111284
143. *Cayón L.* MNRAS **339**, 1189 (2003).
144. *Antoine J. P. and Vanderheynt P.* J. Math Phys. **39**, 3987 (1998).
145. *Haslam C. G. T., Salter C. J., Stoffel H., and Wilson W. E.* Astron. Astrophys. **47**, 1 (1982).

146. Zhang R. and Huterer D. *Astropart. Phys.* **33**, 69 (2010), arXiv:0908.3988
147. Rudnick L., Brown S., Williams L. R. *ApJ* **671**, 40 (2007), arXiv:0704.0908
148. Condon J. J. et al. *AJ* **115**, 1693 (1998).
149. Smith K. M. and Huterer D. *MNRAS* **403**, 2 (2010), arXiv:0805.2751
150. Naselsky P. D. et al. *Astrophys. Bull.* **65**, 101 (2010), arxiv.org:0712.1118
151. Verkhodanov O. V., Khabibullina M. L., Majorova E. K., and Parijskij Yu. N. *Astrophys. Bull.* **63**, 366 (2008), arXiv:0902.0281
152. Verkhodanov O. V. and Basova A. A. *Astrophys. Bull.* **66**, 407 (2011).
153. Soloviev D. I. and Verkhodanov O. V. *Astrophys. Bull.* **65**, 121 (2010).
154. Narcowich F. J., Petrushev P., and Ward J. D. *SIAM J. Math. Analysis* **38** (2), 574 (2006).
155. Narcowich F. J., Petrushev P., Ward J. D. *J. Functional Analysis* **238** (2), 530 (2006).
156. Rudjord Ø. et al., *ApJ* **701**, 369 (2009), arXiv:0901.3154
157. Marinucci D. et al. *MNRAS* **383**, 539 (2008).
158. Land K. and Magueijo J. *MNRAS* **378**, 153 (2007).
159. Koivisto T. and Mota D. F. *JCAP* **06**, 018 (2008).
160. Park C.-G., Park C. and Gott J. R. III, *ApJ* **660**, 959 (2007), astro-ph/0608129
161. Copi C. J., Huterer D., Schwarz D. J., and Starkman G. D. *MNRAS* **399**, 295 (2009).
162. Hansen F. K., Banday A. J., and Gorski K. M. *MNRAS* **354**, 641 (2004).
163. Zeldovich Ya. B. and Sunyaev R. A. *Astrophys. Space Sci.* **4**, 301 (1969).
164. de Zotti G., Ricci R., Mesa D., et al. *Astron. Astrophys.* **431**, 893 (2005), astro-ph/0410709
165. Kashlinsky A., Atrio-Barandela F., Ebeling H., et al. *ApJ* **712**, 81 (2010), arXiv:0910.4958
166. Atrio-Barandela F., Kashlinsky A., Ebeling H., et al. *ApJ* **719**, 77 (2010), arXiv:1001.1261
167. Verkhodanov O. V. and Khabibullina M. L. *Astrophys. Bull.* **66**, 183 (2011), arXiv:1108.4377
168. Gurzadyan V. G. and Penrose R. (2010). arXiv:1011.3706
169. Zuntz J., Zibin J. P., Zunckel C., Zwart J. (2011). arXiv:1103.6262
170. Berkutov V. S., Naiden Ya. V., and Verkhodanov O. V. *Astrophys. Bull.* **65**, 187 (2010).
171. Land K. and Magueijo J. *Phys. Rev. D* **72**, 101302 (2005), astro-ph/0507289.
172. Verkhodanov O. V. and Naiden Ya. V. *Astrophys. Bull.* **67**, 1 (2012).
173. Bennett C. L. et al. *Astrophys. J. Suppl.* **192** 17 (2011); arXiv:1001.4758
174. Doroshkevich A. G. et al. *Int. J. Mod. Phys. D* **14** 275 (2005); astro-ph/0305537
175. Doroshkevich A. G. et al. *Int. J. Mod. Phys. D* **20** 1053 (2011); arXiv: 0904.2517

5

Лабораторная работа 1 **Построение углового спектра мощности** **реликтового излучения**

Целями данного практикума являются ознакомление с процессом анализа данных микроволнового излучения на небесной сфере, исследование карт реликтового излучения, построение спектра мощности. Необходимо сгенерировать собственную карту реликтового излучения на небесной сфере, используя модель спектра в сценарии эволюции Вселенной Λ CDM и гипотезу о случайных гауссовых полях первичных возмущений, добавить точечные источники, сгладить ее гауссовой диаграммой и исследовать поведение спектра мощности в зависимости от заданных условий. В результате выполнения работы отрабатываются навыки работы с современными методами и системами анализа данных микроволнового фонового излучения на небесной сфере.

Задача

1. Построить карту СМВ в рамках Λ CDM.
2. Сгенерировать шаблон карты с радиоисточниками и сгладить ее гауссовой диаграммой направленности.
3. Найти спектр мощности суммы этих карт.

Необходимые ресурсы

Пакет анализа данных фоновых излучений на сфере GLESP¹⁾ [1], библиотека расчета быстрого преобразования Фурье FFTW²⁾ версии не ранее 3.2, Интернет, компьютер с ОС Linux.

Продолжительность работы

1–2 дня.

Проверочные вопросы

1. Что такое спектр мощности карты излучения?
2. Какое количество пятен на сфере образует мультиполь с номером l ?

¹⁾ <http://www.glesp.nbi.dk>

²⁾ <http://www.fftw.org>

3. На каких мультиполях вклад точечных источников в спектр мощности становится существенным?
4. Почему при вычитании дипольной компоненты не меняется остальной спектр?
5. Сколько пиков на спектре мощности СМВ в модели вселенной Λ CDM до $\ell < 1000$?

1. Описание работы

Предлагаемая лабораторная работа позволит конспективно изучить некоторые процедуры в обработке карт реликтового излучения. Этот практикум является вспомогательной частью для Лекций 3 [2] и 4 [3] поможет почувствовать особенности анализа данных на сфере. Задание включает в себя самостоятельное описание и примеры использования процедур.

Говоря о важности понимания распределения микроволнового фона и умения обращаться с мультиполями и угловым спектром мощности, напомним, что исследование реликтового излучения — центральная проблема современной наблюдательной космологии. Только один факт — две Нобелевские премии: за открытие самого излучения (премия 1978 г.) и за обнаружение его флуктуаций (премия 2006 г.) — говорит о международном признании важности этого направления исследований. Космическое микроволновое фоновое излучение, предсказанное Г. Гамовым в 1946 г. и обнаруженное Пензиасом и Уильсоном в 1965 г., является основным доказательством теории горячей вселенной. Реликтовое излучение образовалось на красном смещении $z \sim 1100$, когда возраст Вселенной составлял всего около 380 тыс. лет. В то время это было оптическое излучение горячего газа с температурой ~ 3000 К, однородно заполнявшее всю Вселенную. Из-за расширения Вселенной и, как следствие, ее охлаждения, произошла рекомбинация водорода (ядра и электроны объединились в атомы) и излучение стало распространяться свободно. В ходе расширения Вселенной температура реликтового излучения уменьшилась примерно в тысячу раз. Сейчас это излучение характеризуется очень высокой степенью изотропии (до $\delta T/T = 10^{-5}$ на различных угловых масштабах), т. е. одинаковой интенсивностью по различным направлениям. Но теоретически оно не может быть абсолютно однородным, так как в наблюдаемой Вселенной существуют структуры (галактики и их скопления), формирование которых должно было отразиться на однородности космического микроволнового фона (СМВ — cosmic microwave background).

Современные галактики и их скопления образовались в результате роста незначительных по амплитуде неоднородностей плотности вещества, существовавших до рекомбинации водорода во Вселенной. В любой космологической модели можно найти закон роста амплитуды неоднородностей в ходе расширения Вселенной. Для этого надо знать, каковы были амплитуды неоднородности вещества в момент рекомбинации. Это позволяет установить,

за какое время они могли вырасти и стать порядка единицы. После этого области с плотностью, значительно превышающей среднюю, должны были выделиться из общего расширяющегося фона и дать начало галактикам и их скоплениям. Амплитуда начальных неоднородностей плотности в момент рекомбинации связана с уровнем флуктуаций отделившегося излучения: поскольку до рекомбинации излучение было жестко связано с веществом (электроны рассеивали фотоны), то неоднородности в пространственном распределении вещества приводили к неоднородностям плотности энергии излучения, т. е. к различию температуры излучения в разных по плотности областях Вселенной. Теория предсказывает существование периодической зависимости средней величины флуктуации от углового масштаба и описывает их в рамках физики звуковых волн в плазме. Впервые этот эффект появления неоднородностей был предсказан А. Д. Сахаровым в 1965 г. [4] и называется сейчас сахаровскими осцилляциями. Осцилляции возникают в результате взаимодействия адиабатических флуктуаций плотности вещества с излучением в звуковых волнах вблизи момента рекомбинации водорода. Существует различие в амплитуде неоднородностей в зависимости от углового масштаба, и оно проявляется в пиках на спектре мощности реликтового излучения, характеризующем распределение температуры СМВ на небесной сфере. Положение и величина этих пиков зависят от параметров космологической модели, в частности, от величины вклада барионного вещества в общую космологическую плотность, плотности темной энергии, параметра Хаббла, массы нейтрино и других. После рекомбинации вещество перестает взаимодействовать с излучением и становится для него прозрачным. Таким образом, наблюдаемое сейчас реликтовое излучение хранит всю информацию о неоднородностях плотности во Вселенной в период рекомбинации. Флуктуации СМВ были открыты в 1992 г. при анализе данных наблюдений специализированного спутника COBE (COsmic Background Explorer), запущенного в 1989 г. и в течение нескольких лет проводившего измерение микроволнового фона в радиодиапазоне на трех частотах.

Анализ данных реликтового излучения на всей небесной сфере содержит несколько этапов, включающих

- 1) регистрацию данных в формате временных рядов,
- 2) пикселизацию,
- 3) преобразование карты в сферические гармоники,
- 4) разделение компонент излучения,
- 5) анализ статистики сигнала,
- 6) вычисление спектра $C(\ell)$ — мощности сигнала в зависимости от номера гармоники (мультиполя),
- 7) оценку космологических параметров.

Каждый этап представляет собой отдельную задачу, решаемую различным набором методов. Поясним частично приведенные шаги. Карты СМВ

строятся на полной сфере на основании данных, полученных на космических телескопах. До 2010 г. были две космические миссии — это зонды COBE [5] и WMAP³⁾ [6], которые проводили обзор неба на нескольких частотах с целью поиска искажений реликтового фона. За счет вращения спутника последовательно измерялась температура фона на небе, т. е. строились временные ряды $T(t)$, где в каждый момент времени в соответствии с выбранным временным шагом было проведено измерение. Шаг обычно выбирается равным в угловом измерении трети размера полуширины диаграммы направленности. Полученные данные передавались на Землю, и с учетом знания движения зонда строилась сетка пикселизации. Т. е. в каждом пикселе сферы в зависимости от небесных координат и с учетом формы пиксела производилось осреднение измеренных значений температуры. В 2010 г. была запущена миссия Planck, которая представит результаты и карты неба в 2013 г.

Для обработки данных используется гармонический анализ на сфере, включающий разложение по сферическим гармоникам (мультиполям) и их анализ. Стандартное разложение вариаций температуры на небе $\Delta T(\theta, \phi)$ на сферические гармоники $Y_{\ell m}$ записывается следующим образом:

$$\Delta T(\theta, \phi) = \sum_{\ell=2}^{\infty} \sum_{m=-\ell}^{m=\ell} a_{\ell m} Y_{\ell m}(\theta, \phi), \quad (\text{Л1.1})$$

$$Y_{\ell m}(\theta, \phi) = \sqrt{\frac{(2\ell+1)(\ell-m)!}{4\pi(\ell+m)!}} P_{\ell}^m(x) e^{im\phi},$$

$$x = \cos \theta,$$

где $P_{\ell}^m(x)$ — присоединенные полиномы Лежандра.

Для непрерывной функции $\Delta T(x, \phi)$ коэффициенты разложения $a_{\ell m}$ записываются как

$$a_{\ell m} = \int_{-1}^1 dx \int_0^{2\pi} \Delta T(x, \phi) Y_{\ell m}^*(x, \phi) d\phi, \quad (\text{Л1.2})$$

где $Y_{\ell m}^*$ обозначает комплексное сопряжение $Y_{\ell m}$.

Обратим внимание, что сферические гармоники $Y_{\ell m}$ и коэффициенты при них $a_{\ell m}$ являются а) комплексными, б) двухпараметрическими. Вариации температуры $\Delta T(\theta, \phi)$ являются, естественно, вещественной функцией координат. Разложение по сферическим гармоникам ортогонально, т. е. если удалить какую-либо гармонику из карты, оставшиеся не изменяются. Сферическая гармоника называется мультиполем. Ей приписывается номер ℓ . Каждая гармоника представляется набором из $2\ell + 1$ мод, описывающих положение пятен на сфере и отмеченных в обозначении индексом m . Наличие

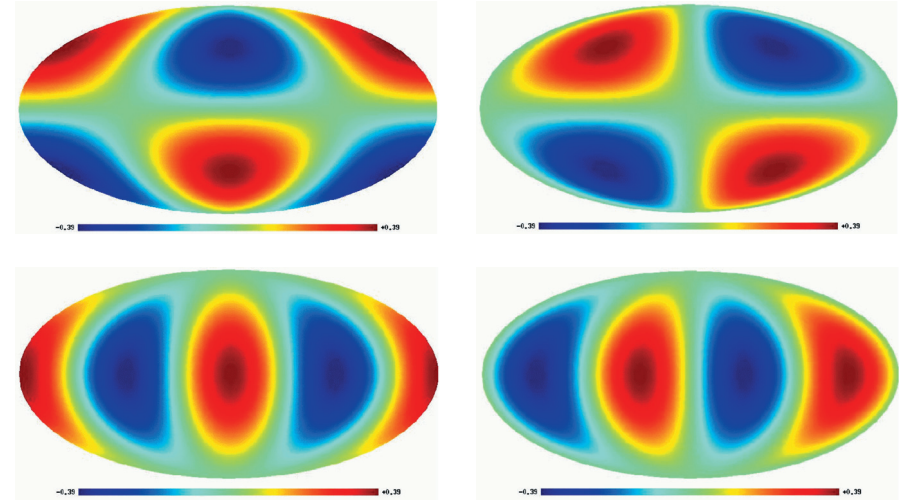


Рис. Л1.1. (Цветную версию см. на вклейке, стр. 471) Сферические функции (квадруполи): $Y_{21}(\theta, \phi)$ (cos -компонент: $a_{21} = (1, 0)$) (верхний слева), $Y_{21}(\theta, \phi)$ (sin -компонент: $a_{21} = (0, 1)$) (верхний справа), $Y_{22}(\theta, \phi)$ (cos -компонент: $a_{22} = (1, 0)$) (нижний слева), $Y_{22}(\theta, \phi)$ (sin -компонент: $a_{22} = (0, 1)$) (нижний справа)

у каждого мультиполя двух мод (ℓ, m) есть следствие двумерности исходной карты. Первые гармоники имеют свои названия: монополь ($\ell = 0$), диполь ($\ell = 1$), квадруполь ($\ell = 2$) и октуполь ($\ell = 3$). В названии гармоник таким образом прослеживается количество пятен, которые они формируют на сфере — 2^ℓ . Монополь — это фактически температура реликтового излучения (2,73 К), помноженная на площадь сферы. Диполь — это два пятна, горячее и холодное, размером с полусферу, используемых, например, для описания движения местной группы галактик (реально в излучение фона входят также космологический диполь и диполь, связанный с излучением нашей Галактики). При анализе неоднородностей фона обычно из карты исключают монополь и диполь, тем самым приводя средний сигнал к нулевому значению. Номер мультиполя ℓ соответствует характерному угловому масштабу $2\pi/\ell$ в радианах в одномерном центральном сечении. На рис. Л1.1 приведены различные виды квадруполей.

Получив разложение по сферическим гармоникам, можно перейти к процедуре разделения компонент. Реликтовое излучение, будучи чернотельным, имеет одинаковые характеристики на всех частотах, в то время как вклады нашей Галактики и источников меняются. Можно записать для регистрируемого сигнала:

$$\text{Сигнал} = (\text{РИ} + \text{синхротрон. И.} + \text{И. пыли} + \text{свободно-свободное И.} + \text{РадиоИсточники}) * \text{Диаграмма} + \text{Шум},$$

³⁾ <http://lambda.gsfc.nasa.gov>

где символ «*» обозначает процедуру свертки, а символ «И» — термин «излучение».

Вклад нашей Галактики для синхротронного излучения, излучения пыли и свободно-свободного излучения оценивается по дополнительным наблюдениям и экспериментам. Для этого измеряются спектральные индексы, показывающие зависимость потока излучения от длины волны и углового масштаба. Зная диаграмму направленности, догадываясь о свойствах шума, можно решить системы уравнений и выделить реликтовое излучение (РИ) из регистрируемого сигнала. Задача эта нетривиальна, и именно в этой процедуре скрыты самые большие подводные камни, например, такие как неточное знание поведения фоновых компонент в зависимости от частоты наблюдения и углового масштаба, диаграммы направленности антенна и шум системы.

Выделив реликтовое излучение, можно, с одной стороны, построить его спектр мощности и по его форме оценить космологические параметры, а, с другой стороны, исследовать статистику флуктуаций. Спектр мощности СМВ показывает, сколько энергии на каких угловых масштабах содержится в приходящем излучении. Для полной сферы он определяется как среднее значение квадратов всех мод гармоник

$$C(\ell) = \frac{1}{2\ell + 1} \left[|a_{\ell 0}|^2 + 2 \sum_{m=1}^{\ell} |a_{\ell, m}|^2 \right].$$

В данном выражении удваиваются гармоники с модой $m > 0$, что объясняется комплексным сопряжением гармоник и, следовательно, равенством квадратов их амплитуд. Отметим, что при вычислении спектра мощности мы явно закладываем в анализ данных гипотезу о случайном гауссовом распределении амплитуд первичных возмущений, которое отражается и на распределении амплитуд гармоник реликтового излучения. Это гипотеза используется в процедуре осреднения всех мод m для заданного мультиполя ℓ . Вариация амплитуд мод гармоник для заданного ℓ происходит внутри допустимого интервала определяемого как cosmic variance.

Спектр мощности $C(\ell)$ отражает физические условия в ранней Вселенной и таким образом является функцией соответствующих космологических параметров [14],

$$C(\ell) \equiv C_{\ell}(h, \Omega_b h^2, \Omega_{CDM} h^2, \Omega_{\Lambda}, \Omega_{\nu}, n, \dots).$$

Здесь, в частности, указаны постоянная Хаббла $h = H_0/100$ км/с/Мпк, плотность барионной материи Ω_b , плотность скрытой массы Ω_{CDM} , плотность «темной энергии» Ω_{Λ} , плотность массивных нейтрино Ω_{ν} , показатель спектра адиабатических возмущений n и другие параметры. Полученные современные значения основных параметров такие: постоянная Хаббла $h = 0,704 \pm 0,014$, плотность вещества $\Omega_m = 0,2726 \pm 0,0016$, барионная плотность $\Omega_b = 0,0456 \pm 0,0016$, возраст Вселенной $t_0 = 13,75 \pm 0,11$ Гигалет, спектральный индекс $n_s = 0,963 \pm 0,016$ на масштабе $k = 0,05$ Мпк⁻¹,

$\Omega_{\nu} h^2 < 0,0076$, что дает верхний предел на массу нейтрино 0,2 эВ [7], установленных на конец 2011 г., в комбинации WMAP7, ВАО (Барионные Акустические Осцилляции в распределении галактик [8]) и постоянной Хаббла H_0 [9]).

Такая модель вселенной: с Λ -членом, холодной темной материей (CDM — cold dark matter) и начальной инфляционной стадией (быстрым расширением до момента 10^{-37} сек) — называется инфляционной Λ CDM-моделью. Решение функционала, связанного с подгонкой космологической модели к наблюдательным данным, в настоящий момент практически автоматизировано и выполняется программой CAMB [10] CMBFast [11], принимающей со своего входа космологические параметры и выдающей в виде результата гладкий спектр мощности флуктуаций микроволнового фонового излучения (рис. Л1.2).

На рис. Л1.2 слева приведена карта реликтового излучения, построенная по данным спутника WMAP (<http://lambda.gsfc.nasa.gov>) с разрешением $\ell \leq 100$. На том же рисунке справа показан спектр мощности СМВ построенный по данным WMAP и других экспериментов.

В данной практической работе по анализу данных реликтового излучения можно выделить следующие этапы:

1. Симуляция карты реликтового излучения для модели вселенной Λ CDM.
2. Добавление в модельную карту радиисточников с различной плотностью потока.
3. Сглаживание карты диаграммой направленности выбранного размера в области пространственных гармоник.
4. Вычисление спектра мощности.

2. Процедуры GLESP

На первом этапе необходимо сгенерировать карту по заданному спектру мощности. Угловой спектр мощности можно рассчитать, используя on-line программу CAMB по web-адресу

http://lambda.gsfc.nasa.gov/toolbox/tb_camb_form.cfm.

Для анализа и дальнейшего моделирования можно использовать FITS-файл, содержащий таблицу в кодировке ASCII, либо заранее рассчитанный файл, доступный на сайте

http://sed.sao.ru/~vo/cosmo_school/presentations/vo/LCDM.dat,

в котором записана двухколоночная символьная таблица с номерами мультиполей и соответствующими значениями спектра мощности в модели вселенной Λ CDM ($\Omega_{\Lambda} = 0,728$, $\Omega_{CDM} = 0,227$, $\Omega_b = 0,046$) [7].

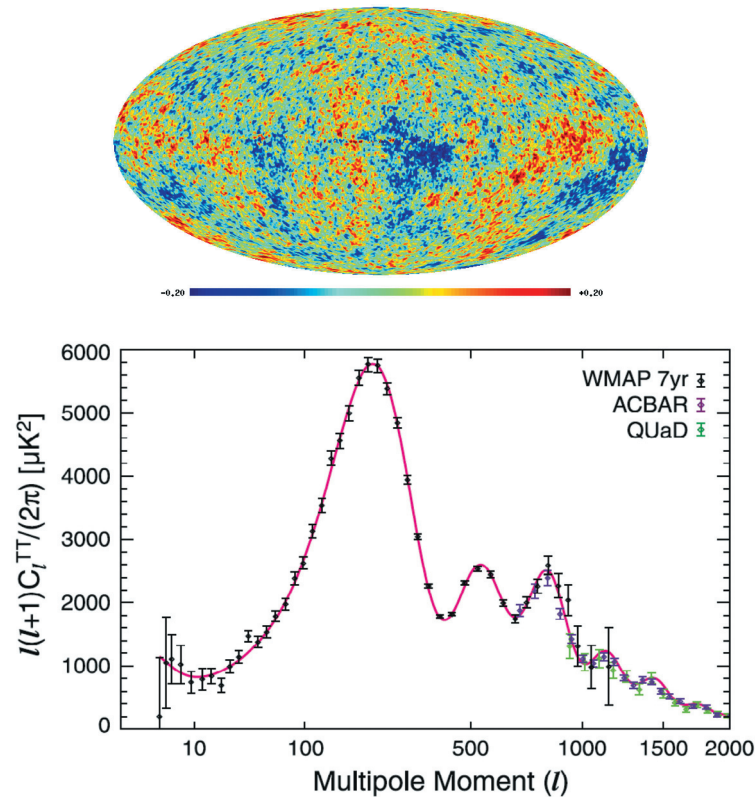


Рис. Л1.2. Слева: карта ILC CMB, построенная по данным работы миссии WMAP 7-го года в галактических координатах. Рисунок приведен с разрешением до $\ell_{\max} = 150$. Справа: угловой спектр мощности $\ell(\ell + 1)C(\ell)/(2\pi)$ карты WMAP 7-го года наблюдений [7]. На рисунке также приведены результаты измерения углового спектра мощности флуктуаций температуры в экспериментах ACBAR и QUaD (показаны другим цветом). Сплошной линией показан модельный спектр для Λ CDM-космологии с параметрами, определенными на основе результатов миссии WMAP. Серым цветом показан диапазон cosmic variance. Рисунок воспроизведен с сайта <http://lambda.gsfc.nasa.gov>

Для моделирования карты используется программа «*cl2map*» пакета GLESP, которая запускается со следующими параметрами:

```
cl2map -DI LCDM.dat -r 6 -lmax 1000 -nx 2001 -np 4002 -ao alm.fts -o map.fts
```

В формате задания этой команды присутствуют следующие ключи: «-DI» — флаг показывает, что следующий параметр «*LCDM.dat*» — файл со спектром мощности; «-r» — флаг показывает, что будет генерироваться случайный

гауссовый шум, соответствующий случайным гауссовым полям начальных возмущений плотности, с некоторым стартовым номером посева, заданным следующим параметром строки (например, здесь 6); «-lmax 1000» — ключ показывает, что максимальный мультиполь, для которого будет генерироваться карта $\ell_{\max} = 1000$; «-nx 2001 -np 4002» — ключи «-nx» и «-np» задают сетку пикселизации, определяющую число колец и количество пикселей в экваториальном кольце соответственно (число колец всегда должно быть не меньше $n_x = 2\ell_{\max}$, а число пикселей в экваториальном кольце — $2n_x$, чтобы соблюсти теорему Найквиста и сделать пиксели квазиквадратными); ключ «-ao» показывает, что следующий параметр «*alm.fts*» — файл для вывода сгенерированных коэффициентов сферических гармоник $a_{\ell m}$ в виде FITS-файла; ключ «-o» показывает, что следующий параметр «*map.fts*» — файл для вывода сгенерированной карты флуктуаций реликтового излучения.

Посмотреть карту можно, переведя ее в GIF-картинку и отобразив, например, с помощью программы «*xv*»:

```
f2fig map.fts -o map.gif; xv map.gif
```

Посмотреть коэффициенты $a_{\ell m}$ можно, переведя их из двоичного представления в ASCII-таблицу, с помощью программы «*alm2dl*»:

```
alm2dl -g alm.fts > alm.dat; less alm.dat
```

На втором этапе работы по практике необходимо создать свой файл со списком радиоисточников, которые потом должны быть нанесены на небо. Файл должен содержать информацию не менее, чем о 20 источниках, записанную в следующем ASCII-формате:

```
hh:mm:ss1 dd:mm:ss1 amplitude1
hh:mm:ss2 dd:mm:ss2 amplitude2
hh:mm:ss3 dd:mm:ss3 amplitude3,
```

где в первой и во второй колонках приводятся экваториальные координаты радиоисточников, а в третьей — плотность потока в мЯн. Списки реальных источников можно получить, используя базу данных CATS⁴ [12]. Например, можно построить выборку радиоисточников обзора NVSS [13] (рис. Л1.3), проведенного на радиоинтерферометре VLA (США).

Для добавления к карте CMB карты с источниками нужно сначала сгенерировать карту с источниками командой:

```
mappat -fp src.dat -o src.fts -nx 2001 -np 4002
```

Разрешение обеих карт (число колец и пикселей в экваториальном кольце) должно быть одинаковое. Ключ «-fp» говорит о том, что следующий параметр «*src.dat*» — файл со списком радиоисточников. Ключ «-o» используется для ввода имени выходного файла «*src.fts*».

⁴ <http://cats.sao.ru>

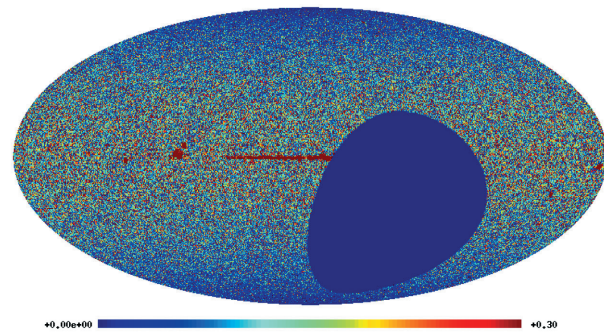


Рис. Л1.3. (Цветную версию см. на вклейке, стр. 471) Карта излучения от источников в обзоре NVSS [13]

Далее обе карты: с СМВ и источниками, могут быть сложены с помощью команды «*difmap*»:

```
difmap -sum src.fits map.fits -o map_src.fits
```

На третьем этапе практикума необходимо разложить на сферические гармоники новую карту «*map_src.fits*» и сгладить ее гауссовой диаграммой направленности. Для расчета разложения по сферическим гармоникам используем старую процедуру «*cl2map*», но с новым ключом:

```
cl2map -map map_src.fits -lmax 1000 -ao alm_src.fits > /dev/null
```

Здесь ключ «*-map*» показывает, что осуществляется ввод карты «*map_src.fits*» для гармонического анализа.

Сглаживание производится процедурой «*rsalm*»:

```
rsalm alm_src.fits -fw 10 -o alm_sm.fits
```

Здесь ключ «*-fw 10*» говорит о том, что для сглаживания будет использована гауссова диаграмма направленности размером $10'$. Результирующие гармоники записываются в FITS-файл «*alm_sm.fits*».

Используя программу «*alm2dl*» можно вычислить спектр мощности $C(\ell)$:

```
alm2dl -lmax 1000 alm_sm.fits -cl > cl.dat,
```

который визуализируется как двухколоночная ASCII-таблица, например, с помощью программы «*xmgr*». Карты для гармоник «*alm_sm.fits*» можно построить, используя также «*cl2map*»:

```
cl2map -lmax 1000 -nx 2001 -np 4002 -ai alm_sm.fits -o map_sm.fits
```

```
f2fig map_sm.fits -o map_sm.gif
```

3. Резюме

Для выполнения практикума необходимо смоделировать несколько карт с различным угловым разрешением, например, для $\ell_{\max} = 20, 50, 70, 100, 200, 500$. Сравнить вклад радиоисточников в спектр мощности в зависимости от разрешения карты и от размера сглаживающей диаграммы направленности антенны.

В данном практикуме описаны некоторые процедуры, которые можно выполнить над картами и сферическими гармониками, включая преобразование сигнала, введение пикселизации неба, сглаживание, и простейший статистический анализ. При усложнении задачи можно подключить процедуру удаления радиоисточников из карт различными методами и сравнить получаемый сигнал с исходным, который был задан до выполнения всех процедур. Кроме того, в идеальном случае проводится моделирование тысяч случайных гауссовых реализаций в заданной космологической модели (по умолчанию, Λ CDM) и соответствующих операций над ними. Это позволяет оценить доверительный интервал получаемых параметров спектра и качество удаления точечных компонент излучения на сфере.

Для углубленного изучения темы рекомендуются к прочтению монографии по теории СМВ [14–16], а также обзор по работам на РАТАН-600 [17].

Благодарности. В данных исследованиях используется открытый архив наблюдений миссии WMAP NASA. Для анализа данных и построения изображения СМВ применяется пакет GLESP [18, 19]. Автор признателен Фонду некоммерческих программ Дмитрия Зимина «Династия» за поддержку исследований по данной тематике. Автор также признателен Н. В. Верходановой за коррекцию стиля текста.

Литература

1. Doroshkevich A. G., Naselsky P. D., Verkhodanov O. V. Int. J. Mod. Phys. D, **14**, 275, astro-ph/0305537
2. Верходанов О. В. Лекция 3. Реликтовое излучение: как измерить космологические параметры. Стр. 293.
3. Верходанов О. В. Лекция 4. Негауссовость микроволнового фона: новая физика и старые проблемы. Стр. 327.
4. Сахаров А. Д. ЖЭТФ **49**, 345 (1965).
5. Smoot G. F. et al. ApJL **396**, L1 (1992).
6. Hinshaw G. et al. ApJS **170** 288 (2007), astro-ph/0603451
7. Komatsu E. et al. ApJS **192**, 18 (2011), arXiv:1001.4538
8. Percival W. J. et al. 2009, MNRAS, 1741 MNRAS **401**, 2148 (2010), arXiv:0907.1660
9. Riess A. G. et al. ApJ **699**, 539 (2009), arXiv:0905.0695
10. Lewis A., Challinor A., Lasenby A. ApJ **538**, 473 (2000), astro-ph/9911177
11. Seljak U., Zaldarriaga M. ApJ **469**, 437 (1996), astro-ph/9603033

12. Verkhodanov O. V., Trushkin S. A., Andernach H. and Chernenkov V. N. *Bull.SAO* **58**, 118 (2005), arXiv:0705.2959
13. Condon J. J. Cotton W. D., Greisen E. W. et al. *AJ* **115**, 1693 (1998).
14. Насельский П. Д., Новиков Д. И., Новиков И. Д. *Реликтовое излучение* (Изд-во «Наука», 2003).
15. Горбунов Д. С., Рубаков В. А. Введение в теорию ранней Вселенной: Космологические возмущения. Инфляционная теория. (М.: КРАСАНД, 2010).
16. Лукаш В. Н., Михеева Е. В. *Физическая космология*. (М.: Физматлит, 2010).
17. Парийский Ю. Н., Корольков Д. В. 1986. «Эксперимент „Холод“». Первый глубокий обзор неба с помощью радиотелескопа РАТАН-600». В сб. «Итоги науки и техники». *Астрономия*. **31**. Москва. ВИНТИ. 73–197.
18. Верховданов О. В., Дорошкевич А. Г., Насельский П. Д. и др. *Бюлл. САО*, **58**, 40 (2005).
19. Doroshkevich A. G., Verkhodanov O. V., Naselsky P. D., et al. *Intern. J. Mod. Phys.* **20**, 1053 (2011), arXiv:0904.2517

6

Лабораторная работа 2 **Селекция кандидатов в далекие радиогалактики**

Целями данного практикума являются ознакомление с процессом селекции далеких радиогалактик, методикой построения континуальных радиоспектров и оптического отождествления радиоисточников с объектами цифровых обзоров неба. Студент должен отобрать кандидаты в далекие радиогалактики, используя их свойства в различных диапазонах волн, и составить свой каталог. В результате выполнения задания отрабатываются навыки работы с современными базами данных и системами обработки данных.

Задача

1. Построить свою выборку объектов — кандидатов в далекие радиогалактики. Желательно, чтобы выборка содержала не менее 5-ти объектов, отождествляемых в оптическом диапазоне, и не менее 5-ти — неотожествляемых.
2. Дополнительный (необязательный) этап — оценить возраст отождествляемых радиогалактик.

Необходимые ресурсы

Интернет, базы данных CATS, DSS, SDSS, компьютер с ОС Linux.

Продолжительность работы

2–4 дня.

Проверочные вопросы

1. Что такое «крутой радиоспектр» радиоисточника?
2. Какая классификация радиоисточников существует?
3. С какими оптическими объектами отождествляются радиоисточники?
4. Почему далекие радиогалактики могут помочь в поиске протоскопленных?
5. Какие факторы уменьшают вероятность правильного отождествления радиоисточников с оптическими кандидатами?

1. Описание работы

Предлагаемая лабораторная работа является небольшим исследованием, которое позволит изучить свойства радиоисточников в выбранном направлении на небе. Практикум является вспомогательной частью для Лекции 2 [1]. Задание включает в себя самостоятельное описание и примеры решения задачи в некоторой области неба.

Поиск далеких объектов, которые могут быть как галактиками, так и квазарами, — одна из важнейших задач наблюдательной астрофизики, так как помогает определить космологические параметры, связанные со временем появления и развитием звездных систем, крупномасштабной структурой Вселенной [2]. В связи с этим очень интересен поиск и составление наиболее полного каталога далеких радиогалактик. Как уже отмечалось в лекции [1], самые далекие объекты — галактики, не имеют регистрируемого радиоизлучения. В общем смысле радиогалактика — это галактика с радиоизлучением. Но, учитывая, что им обладают практически все галактики, мы будем говорить о радиогалактиках как об относительно сильных радиоисточниках на длине волны 21 см с плотностью потока $S > 10$ мЯн, имеющих протяженную радиоструктуру и отождествляющихся с галактиками, причем, в основном, с эллиптическими. Радиогалактики в скоплениях отождествляются с гигантскими эллиптическими галактиками или сD-галактиками, являющимися самыми мощными радиоисточниками скоплений и образованными, по-видимому, за счет слияния спиральных галактик. Небольшая часть радиогалактик отождествляется с N-галактиками.

Поиск далеких радиогалактик ($z > 1$) особенно интересен тем, что с помощью них можно исследовать эпоху образования галактик в протоскоплениях (или скоплениях). Кроме того, обнаружение поглощения в Ly α , создаваемого веществом, окружающим далекие радиогалактики, может помочь исследовать нейтральный газ на больших красных смещениях и проверить модели образования галактик.

Фонарев и Райли в 1974 г. [4] предложили в зависимости от структуры выделять 2 типа радиоисточников, которые сейчас обозначаются как FR I и FR II. Будем применять эту классификацию для радиогалактик.

У первого типа радиогалактик радиояркость спадает к краям источника (рис. Л2.1), у второго типа — концентрируется преимущественно в боковых компонентах, так называемых «горячих пятнах» («hot spots»).

Структура радиоисточника сейчас определяется путем радиоинтерферометрических наблюдений (см. Лекцию 1 [3]), во время которых синтезируются карты объектов, доступные через Интернет. Таким образом, например, на VLA получены изображения обзора FIRST (Faint Image Radio Survey at Twenty cm) [5], данные которого будут использованы в настоящей работе.

Среди характеристик радиоисточников следует упомянуть его размер, спектральный индекс, плотность потока. Размер сложного источника можно определять как расстояние между наиболее удаленными компонентами

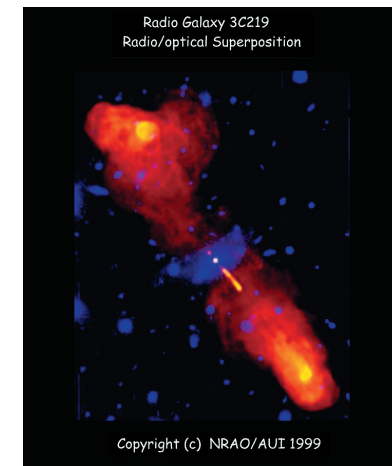
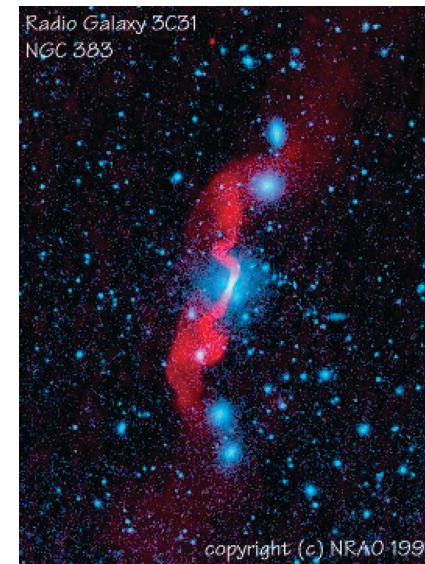


Рис. Л2.1. Слева: изображение радиогалактики 3С 31, относящейся к классу FR I. Справа: изображение радиогалактики 3С 219, относящейся к классу FR II. Рисунки воспроизведены с сайта <http://www.cv.nrao.edu/~abridle/images.htm>

в дуговых секундах. Спектральный индекс — это наклон касательной к кривой непрерывного радиоспектра источника на заданной частоте. В случае линейной аппроксимации это просто наклон прямой или коэффициент при переменном параметре. Спектр радиоисточника обычно аппроксимируется кривой (в логарифмическом масштабе) из следующего набора:

- $y = A + B * x$,
- $y = A + B * x + C * x^2$,
- $y = A + B * x + C * e^x$,
- $y = A + B * x + C * e^{-x}$,

где $y = \lg 10(S)$, $x = \lg 10(\nu)$, S — плотность потока в Янских (Ян), ν — частота в МГц. Плотность потока — это скорость выделения объектом энергии на единицу площади в единичной полосе частот, измеряемая в Ян (Jy) и в миллиЯнских (мЯн или mJy)¹⁾. Таким образом, при линейной аппроксимации спектра радиоисточника спектральным индексом, обычно обозначаемым α , будет являться коэффициент B (см. выше первую кривую из набора), в любом другом случае это будет наклон касательной кривой спектра в данной точке (т. е. на данной частоте). В простейшем случае, когда для построения спектра используются две точки на различных частотах ν_1 и ν_2

¹⁾ 1 Ян = 10^{-26} Вт м⁻² Гц⁻¹ = 10^{-23} эрг сек⁻¹ см² Гц⁻¹.

с плотностью потока S_1 и S_2 , спектральный индекс вычисляется простым соотношением: $\alpha = \lg 10(S_1/S_2)/\lg 10(\nu_1/\nu_2)$.

Поиск далеких радиогалактик состоит из нескольких последовательных шагов (см., например, работы [6–8]):

1. Отбор радиоисточников с крутыми спектрами (спектральный индекс $\alpha < -1$) преимущественно с плотностями потоков от 10 до 100 мЯн в сантиметровом диапазоне волн. При такой селекции учитываются два эффекта:
 - далекие объекты часто имеют крутые радиоспектры (установлено экспериментально),
 - среди источников из данного диапазона плотностей потоков велик процент далеких объектов.
2. Определение структуры радиоисточника с помощью радиоинтерферометрических данных, без которого невозможно провести классификацию объектов.
3. Отбор двойных радиоисточников (радиогалактик), имеющих структуру типа FR II.
4. Оптическое отождествление радиоисточников, получение многоцветной фотометрии и красного смещения.
5. Оценка возрастов с использованием различных эволюционных моделей звездного населения эллиптических галактик и измерение/оценка красных смещений отождествленных объектов.

Пункты 4) и 5), требующие соответствующих наблюдательных данных, приводятся здесь для получения общего представления о проводящихся исследованиях.

В данной практической работе по отбору кандидатов в далекие радиогалактики можно выделить следующие этапы:

1. Кросс-идентификация высоко- и низкочастотных каталогов, хранящихся в виде электронных таблиц в базе данных CATS²⁾ (astrophysical Catalogs Supporting system) [9]. Могут быть использованы такие каталоги как Техасский [10] (365 МГц), NVSS [11] и FIRST [5] (1400 МГц) и GB6 [12] (4850 МГц).
2. Отбор объектов с крутыми спектрами. После кросс-идентификации спектры исследуемых объектов в логарифмических масштабах аппроксимируются прямой, наклон которой и есть спектральный индекс.
3. Отбор объектов со сложной структурой по данным каталога FIRST и NVSS. Существенным здесь является именно каталог FIRST, который имеет разрешение 5" и позволяет выделять сложные и многокомпонентные структуры.
4. Оптическое отождествление отобранных источников с объектами каталога APM и оцифрованного Паломарского атласа DSS.

²⁾ <http://cats.sao.ru>

5. Расчет отношения правдоподобия отождествления.

Первый и второй этапы позволяют провести селекцию объектов с крутыми спектрами. Для этого предназначена база данных CATS: для первого этапа выполняется задача типа «select», для второго — «match». По результатам выполнения второго этапа с окном отождествления радиусом 60" (по умолчанию) составляется список неточечных объектов, т. е. таких, у которых в окне поиска попадает несколько компонентов.

Для определения структуры радиоисточников на третьем этапе требуется копирование изображений (FITS-файлов) радиоисточников через Интернет. Для этого используется браузер FIRST-обзора, имеющий web-адреса:

<http://sundog.stsci.edu/first/catalogs/readme.html>,

где дано описание данных, и

<http://third.ucllnl.org/cgi-bin/firstcutout>,

где строятся изображения радиоисточников в заданных координатах.

Из базы данных изображений необходимо отобрать именно те, которые имеют структуру типа FR II. Для селекции желательно использовать NVSS-координаты, определяемые интегрированием с большей диаграммой направленности, чем в FIRST-обзоре. Координаты отобранных источников используются для отождествления и получения оптических изображений из оцифрованного обзора неба DSS, имеющего web-адрес:

http://stdata.stsci.edu/dss/dss_form.html.

Полученные изображения можно обработать, например, в системе MIDAS и определить координаты и звездные величины. Кроме того, можно использовать каталог APM (Automated Measuring Machine), содержащий данные в виде списка выделенных объектов с измеренными координатами и звездными величинами, погрешности которых, к сожалению, не приводятся. APM система имеет, например, следующий web-адрес:

<http://www.aa.gov.au/local/www/apmcatbin>.

Если найдены оптические отождествления, то вероятность правильного отождествления (а именно, функция правдоподобия), зависящая от плотности фоновых объектов и ошибок определения координат, описывается следующей формулой [13]:

$$LR(r) = (1/(2\lambda)) \exp [0,5r^2(2\lambda - 1)],$$

где $\lambda = \pi\sigma_{RA}\sigma_{Dec}\rho$, ρ — плотность фоновых объектов, равная на высоких галактических широтах $5,16 \times 10^{-4} \text{sec}^{-2}$ $r = [(\Delta RA/\sigma_{RA})^2 + (\Delta Dec/\sigma_{Dec})^2]^{0,5}$, ΔRA , ΔDec — разности радио и оптических положений, σ_{RA}^2 и σ_{Dec}^2 — соответственно среднеквадратичные ошибки радио и оптических координат. Отождествление считается достоверным, если $LR > 2$. Если отождествление не найдено, то это значит, что искомый оптический объект слабее, чем обнаруживаемые на Паломарском атласе, т. е. $R \geq 22^m$. Этот факт может также говорить в пользу того, что родительская галактика является далекой.

Как результат выполнения задания, должны быть представлены: 1) список отобранных объектов, включающий радио и оптические координаты, 2)

плотности потока на низких и высоких частотах, 3) звездная величина или ее нижний предел, 4) спектральный индекс и 5) величина отношения правдоподобия, если имеется оптический кандидат на отождествление. Кроме того, надо показать файлы с таблицами объектов, картинки спектров и радиоизофот FIRST-источников, наложенных на соответствующие DSS изображения.

2. Процедуры

Селекция радиоисточников по спектральному индексу упрощается, если выбирать объекты, начиная с низких частот. Например, пользуясь процедурой «select» (рис. Л2.2), в меню для радиоисточников можно отметить каталог Texas и задать область на небе (рис. Л2.3).

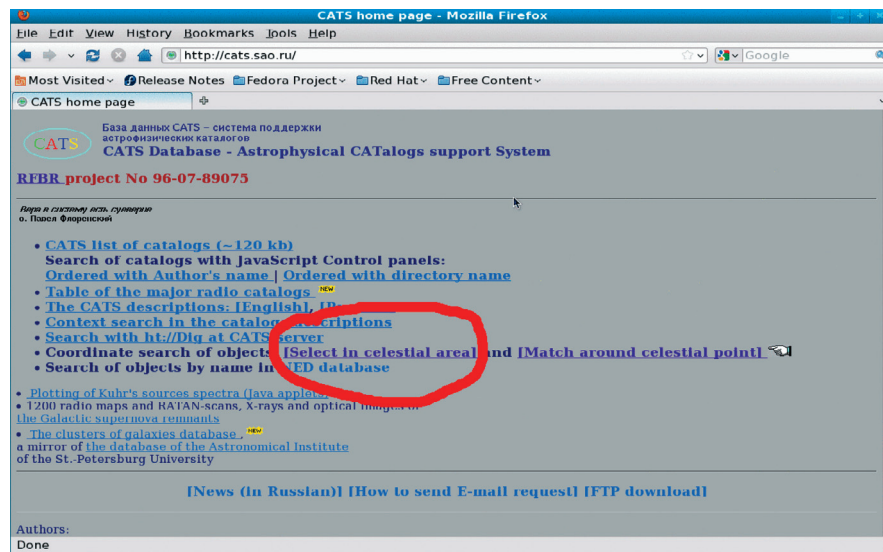


Рис. Л2.2. Web-страница CATS с выбором процедуры «select»

По результатам выбора объектов в площадке CATS выдается список объектов, который можно с небольшими изменениями подать на ввод в процедуру кросс-идентификации. Чтобы упростить задачу, здесь показан пример запуска команд Unix («grep» и «awk»), преобразующих формат вывода «select» в формат ввода в поле задачи «match»:

```
grep -v \# init.list | awk '{
    printf "%s %s %s %s %s %s %s J\n", $2,$3,$4,$5, $7,$8,$9
}' > modified.list
```

Для задач кросс-идентификации (рис. Л2.4) можно использовать, по крайней мере, следующие каталоги:

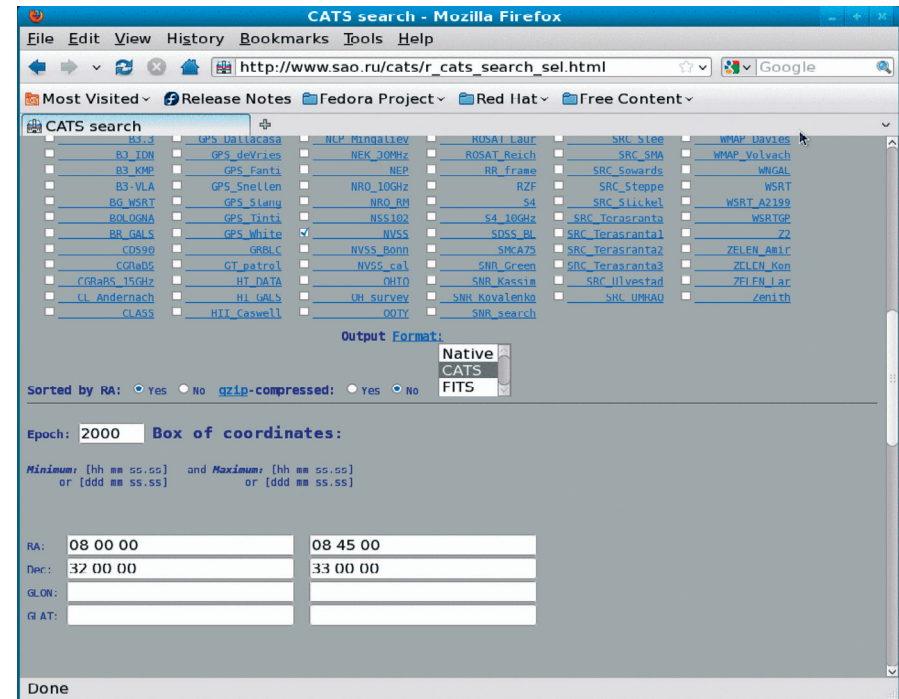


Рис. Л2.3. Web-страница CATS процедуры «select», демонстрирующая поля ввода координат площадки на небе

- Texas (365 МГц, $S > 150 - 250$ мЯн);
- WENSS (325 МГц, $S > 18$ мЯн, $\delta > 30^\circ$);
- NVSS (1,4 ГГц, $S > 2,3$ мЯн, $\theta = 45''$, $\delta > -40^\circ$);
- FIRST (1,4 ГГц, $S > 1$ мЯн, $\theta = 5''$, $\delta > 28^\circ$);
- GB6 (4,85 ГГц, $S > 18$ мЯн).

Спектр радиоисточника можно построить с помощью программы «spg» [14] системы анализа данных PATAH-600 FADPS³⁾ [15], которая позволяет считывать файл с результатами кросс-идентификации в формате выдачи базы данных CATS. Интерактивная программа «spg» запускается в таком виде:

```
spg -s -cats file.cats,
```

где *file.cats* — имя файла с результатом выборки данных в базе данных CATS. Описание программы можно найти, вызвав команду «man spg». По результатам расчета спектра программа «spg» вычисляет также спектральный индекс. На рис. Л2.5 в качестве примера приводится спектр радиоисточника RC B1146+052.

³⁾ <http://sed.sao.ru/~vo/fadps.e.html>

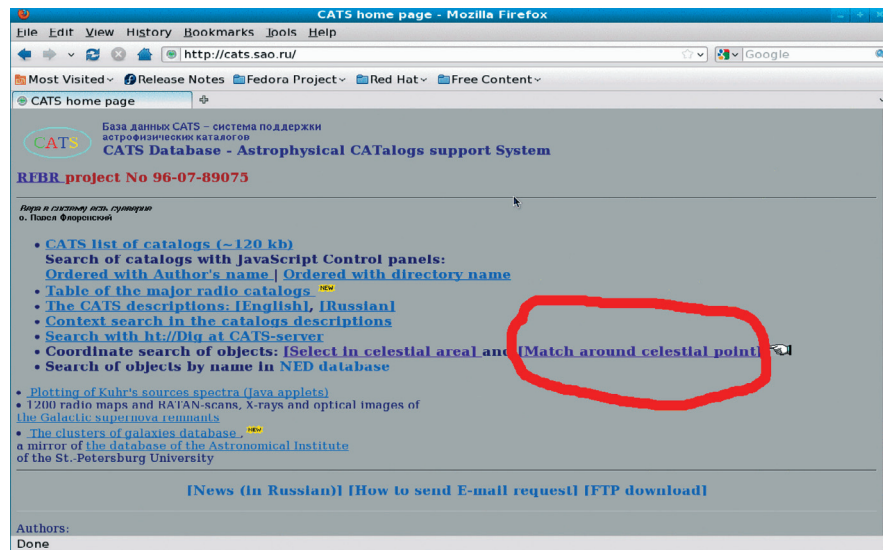


Рис. Л2.4. Web-страница CATS с выбором процедуры «match»

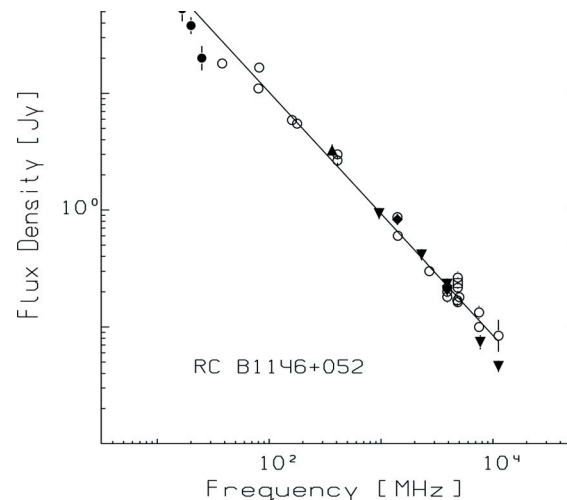


Рис. Л2.5. Радиоспектр источника RC B1146+052

Наложение радиоизофот на оптическое изображение можно провести несколькими способами. Например, использовать сайт SkyView⁴⁾ и выпол-

⁴⁾ <http://skyview.gsfc.nasa.gov>

нить процедуру наложения on-line, выбрав требуемые оптические и радио-каталоги. Можно использовать программу SAOimage DS9 <http://hea-www.harvard.edu/RD/ds9/> для визуализации приложений, имеющую также возможность наложения изофот. Но можно вывести радиоизофоты на оптическое изображение с помощью программы «skyview»⁵⁾. Для этого после ее вызова необходимо набрать, по крайней мере, 3 команды:

```
skyview> pa optic.fits
skyview> grid
skyview> contourovl radio.fits 0.001 2,
```

где первая команда выводит на экран изображение, записанное в FITS-файле *optic.fits* (с оптическими данными), вторая — наносит координатную сетку, третья — накладывает изофоты, построенные по радиоданным, содержащимся в файле *radio.fits*, начиная с уровня 0,001 Ян с шагом, пропорциональным 2. На рис. Л2.6 приводится результат наложения данных обзора FIRST на оптическое изображение радиоисточника GR 0910+48.

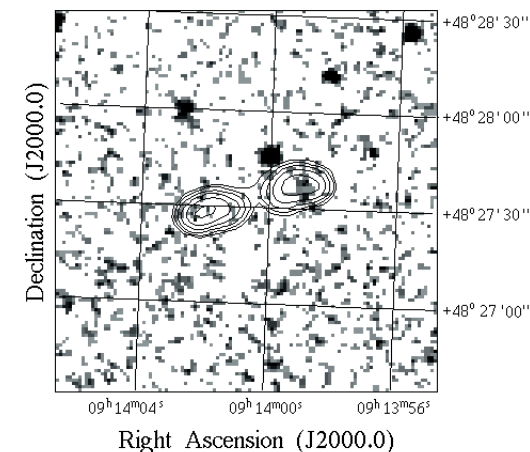


Рис. Л2.6. Изофоты радиогалактики GR 0910+48, наложенные на оптическое изображение обзора DSS 2

Если радиогалактика отождествляется в обзорах DSS 2 и/или Слоановском обзоре⁶⁾, или в другом оптическом обзоре, в результате чего удастся собрать более 3-х фотометрических точек, то можно оценить возраст этой ра-

⁵⁾ <http://www.ipac.caltech.edu/skyview/>

⁶⁾ <http://www.sdss.org>

диогалактики. Для этой цели применяется процедура оценки возраста по χ^2 , реализованная на сайте SED⁷⁾ [16] (рис. Л2.7).

SYSTEM	F	I	Mag	err	AB
Landolt	U	3600		0.2	OFF
	B	4400		0.2	OFF
	V	5500		0.2	OFF
	R	6500		0.2	OFF
	I	8000		0.2	OFF
UKIRT	J	12000		0.2	OFF
	H	16500		0.2	OFF
	K	22000		0.2	OFF
Gunn	gGunn	5200		0.2	OFF
	rGunn	6630		0.2	OFF

Рис. Л2.7. Web-страница SED с формой ввода фотометрических измерений для оценки возраста

Для определения возраста используется база данных кривых распределения энергии в спектрах эллиптических галактик. Достаточный массив объектов на различных красных смещениях с фотометрическими данными позволяет изучать космологическую эволюцию радиогалактик.

3. Резюме

Данная работа является вводной частью к построению выборок радиоисточников с заданными свойствами. Выборки могут определяться набором параметров, включающих координаты, плотности потока, типы радиоспектров и спектральные индексы, что оказывается важным в астрофизике. При космологических исследованиях надо помнить, что радиоисточники являются эволюционирующими объектами. Эволюционные свойства (скорость и частота слияний) на разных красных смещениях отличаются. Поэтому космологический анализ проводится, как правило, для статистически больших

выборок. Отдельный важный момент заключается в том, что иногда удается с использованием единственного уникального объекта (как, например, радиогалактики TN J0924–2201 на $z = 5,19$ [17] и RC J0311+0507 на $z = 4,514$ [18]) сделать выводы о свойствах объектов и сверхмассивных черных дырах, которые являются источником излучаемой энергии.

В предложенной работе практикант также знакомится с основными серверами и базами данных, используемыми в астрофизических исследованиях и являющимися стандартными инструментами при изучении физических свойств небесных объектов. Как правило, базы данных, которые ежегодно пополняются, содержат архивы наблюдений на крупнейших инструментах и результаты обработки этих данных. Кроме того, существует дополнительный инструмент в рамках Виртуальной обсерватории, позволяющий проводить более глубокий анализ сразу по всем базам данных в широком диапазоне длин волн. Такие методы несомненно открывают новые возможности в практической космологии.

Благодарности. В данных исследованиях используется открытый архив наблюдений NASA, NRAO и NOAO. Для анализа данных применяется база данных CATS [9] и система обработки радиоастрономических данных FADPS [15]. Автор признателен Фонду некоммерческих программ Дмитрия Зимины «Династия» за поддержку исследований по данной тематике. Автор также признателен Н. В. Верходановой за коррекцию стиля текста.

Литература

1. Верходанов О. В., Лекция 2. Космология с радиогалактиками. Стр. 250.
2. Верходанов О. В., Парийский Ю. Н., Радиогалактики и космология, (М.: Физматлит, 2009).
3. Верходанов О. В., Лекция 1. Радиотелескопы в космологии. Стр. 202.
4. Fanaroff B. L., Riley J. M., MNRAS **167**, 31p (1974).
5. White R. L., Becker R. H., Helfand D. J., and Gregg M. D., ApJ **475**, 479 (1997).
6. Копылов А. И. и др., АЖ **72**, 437 (1995).
7. Копылов А. И. и др., АЖ **72**, 613 (1995).
8. Parijskij Yu. N. et al., Bull. SAO, No **40**, 5 (1996).
9. Verkhodanov O. V., Trushkin S. A., Andernach H., and Chernenkov V. N., Bull. SAO **58**, 118 (2005), arXiv:0705.2959
10. Douglas J. N. et al., Astron. J. **111**, 1945 (1996).
11. Condon J. J. et al., AJ, **115**, 1693 (1998).
12. Gregory P. C., Condon J. J., ApJS **75**, 1011 (1991).
13. de Ruiter H. R., Willis A. G., Arp H. C., Astron. Astrophys. **28**, 211 (1977).
14. Verkhodanov O. V., In «Problems of modern radio astronomy» Proc. of the 27th Radio Astronomical Conf. (in Russian), Inst. Appl. Astronomy RAS, St.-Petersburg, V. 1, P. 322 (1997).
15. Verkhodanov O. V., in «Astronomical Data Analysis Software and Systems VI», eds. G. Hunt & H. E. Payne, ASP Conf. Ser., **125**, 46 (1997).

⁷⁾ <http://sed.sao.ru>

16. *Verkhodanov O. V. et al.*, Astron. Astrophys. Trans. **19**, 663 (2000).
17. *van Breugel W. J. M.*, et al., ApJ **518**, 61 (1999), astro-ph/9904272
18. *Копылов А. И., Госс Уи. М., Парийский Ю. Н., Соболева Н. С. и др.*, Письма в АЖ, **32**, 483 (2006), arXiv:0705.2771

IV

Гамма-всплески, массивные сверхновые и глобальное звездообразование на больших красных смещениях

В. В. Соколов

e-mail: sokolov@sao.ru;
Специальная астрофизическая обсерватория РАН,
Нижний Архыз, Карачаево-Черкесия, Россия

Курс лекций, прочитанный во время Летней (7-й) школы современной астрофизики «Наблюдательная и теоретическая космология», проходившей с 14 по 27 августа 2011 г. в САО РАН. Презентация курса доступна в Интернете по ссылке:
http://sed.sao.ru/~vo/cosmo_school/presentations/sokolov.ppt

Курс лекций представляет собой краткий обзор и обсуждение постановки некоторых наблюдательных задач по гамма-всплескам (GRB), их родительским галактикам и звездообразованию на малых и больших красных смещениях. В настоящее время главный вопрос в исследовании родительских галактик гамма-всплесков формулируется так: есть ли сходство или разница между ними и типичными галактиками? Обсуждается прямая связь между «длинными» гамма-всплесками и взрывами массивных звезд, гамма-всплески и некоторые загадки массивных сверхновых. О наблюдательных космологических тестах, не зависящих от модели: темп гамма-всплесков и темп звездообразования на больших красных смещениях.

1

Введение.

О современном ожидаемом максимуме в истории звездообразования во Вселенной

Общие понятия современной теории развития вселенной Λ CDM представлены на рис. 1.

Согласно этим представлениям, в истории звездообразования должен наблюдаться некоторый максимум, как это показано на рис. 2.

Как вписываются в эту картину новые объекты, обнаруженные в 1967 г. со спутника VELA, — гамма-всплески? Они представляют собой короткие (длительностью $\sim 0,01$ – 100 сек.) вспышки гамма-излучения (в основном в диапазоне sub-MeV) с огромным выходом электромагнитной энергии до $\sim 10^{51}$ – 10^{54} эрг. Их быстрая временная переменность ($\delta T < 10$ мс) означает, что это компактные объекты размером менее $c\delta T < 3000$ км. Согласно данным со спутников BATSE+KONUS, гамма-всплески распределены изотропно по небесной сфере, что говорит об их космологическом происхождении. По своей длительности они делятся на две группы: короткие ($\sim 0,2$ с, таких 25 %) и длинные (~ 30 с, около 75 %). Компоненты гамма-всплесков наблюдаются и на других длинах волн: рентген, ультрафиолет, оптика, инфракрасный, радио. На рис. 3 приведены примеры кривых блеска и типичный спектр.

Было запущено много спутников (например, русские спутники Венера-11, Венера-12, Прогноз-6, Прогноз-9, Конус, Гранат, американские Pioneer—Venus Orbiter и SolarMaximum Mission, и другие...), на борту которых находилась аппаратура, предназначенная для обнаружения гамма-всплесков. А еще раньше (~ 1964 г.) их наблюдали на спутниках-шпионах серии «Космос». (См. «Физика космоса. Малая энциклопедия» (1986 г.) стр. 206, статья «Гамма-всплески», где утверждается, гамма-всплески связаны с нейтронными звездами в Галактике...)

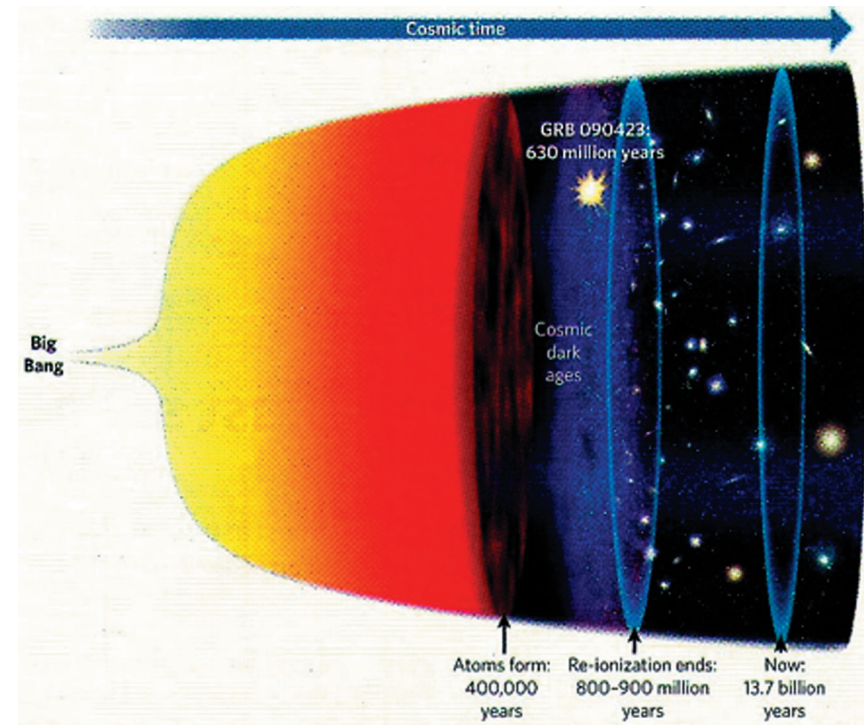


Рис. 1. Предсказания теории Λ CDM. Рисунок из статьи Bing Zhang, Nature, 461, p. 1222

В 1991 г. был запущен спутник GRO/BATSE. Его характеристики: охвачена вся небесная сфера, временное разрешение до 1 миллисек., точность локализации до $\sim 1^\circ$, проводился наземный анализ. Карта распределения гамма-всплесков, составленная по данным с этого спутника, представлена на рис. 4.

С момента первого оптического отождествления гамма-всплесков (GRBs) (Costa et al. 1997; van Paradijs et al. 1997), они стали новым направлением в изучении Вселенной на больших красных смещениях. В частности, 23 апреля 2009 красное смещение, измеренное для объекта GRB090423, оказалось рекордным: $z = 8,2$ (Tanvir et al. 2009; Salvaterra et al. 2009), см. также (Cucchiara et al. 2011) о фотометрическом красном смещении $z \sim 9,4$ for GRB 090429B). Общее состояние проблемы GRB и прогресс в этой области с 1997 г. по 2011 г. можно сформулировать так: 1) гамма-всплески относятся к самым далеким наблюдаемым объектам с измеримым красным смещением во Вселенной; 2) гамма-всплески связаны со звездообразованием в далеких (и очень далеких) галактиках; 3) гамма-всплески и их послесвечения позво-

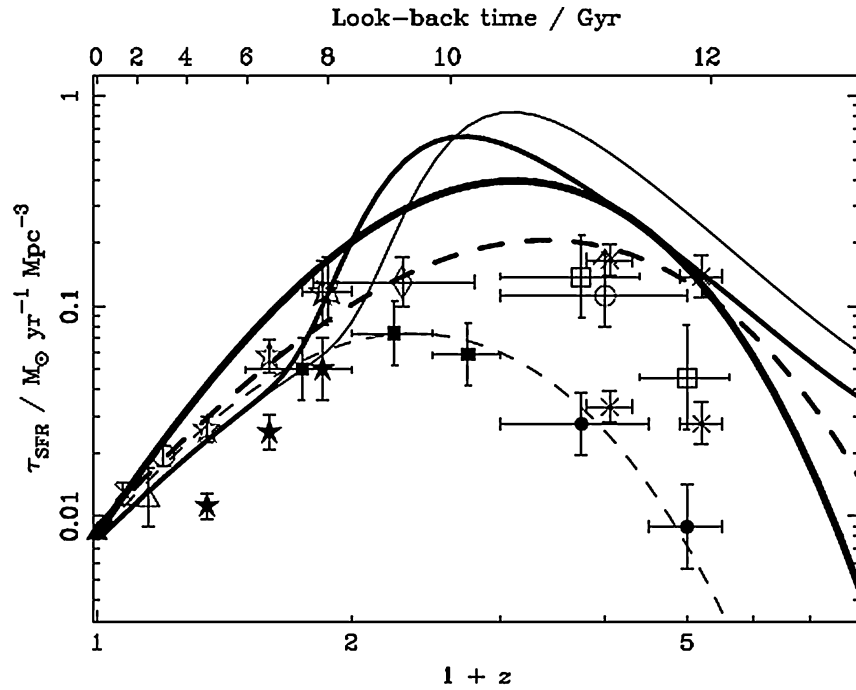


Рис. 2. Современные (2000 г.) представления о темпе звездообразования во Вселенной. Из статьи A. W. Blain and Priyamvada Natarajan: MNRAS (2000), 312, L39

Просим прислать замену более высокого качества для рисунка 3

ляют увидеть самые далекие взрывы массивных звезд в конце их эволюции; 4) это подтверждено для длинных всплесков, но, скорее всего, короткие GRB также связаны с какими-то очень старыми компактными объектами, образовавшимися в ходе эволюции массивных звезд.

Цель лекций — обзор и обсуждение некоторых актуальных наблюдательных задач, связанных с гамма-всплесками. План лекций: в § 2 речь идет об оптическом отождествлении — первые родительские галактики GRB и темп (массивного) звездообразования (SFR) на малых красных смещениях, металличность родительских галактик GRB, и вопрос есть ли сходство и различия между родительскими галактиками GRB обычными галактиками поля на более далеких красных смещениях. Прямая связь между длинными гамма-всплесками и взрывами массивных звезд, а также некоторые загадки массивных сверхновых (CCSNe) представлены в § 3. § 4 посвящен обсуждению SFR и темпу GRB (GRBR) на больших красных смещениях: существует ли резкое падение темпа звездообразования при $z \sim 10$? В конце этого раздела содержатся некоторые выводы об исследовании родительских галактик

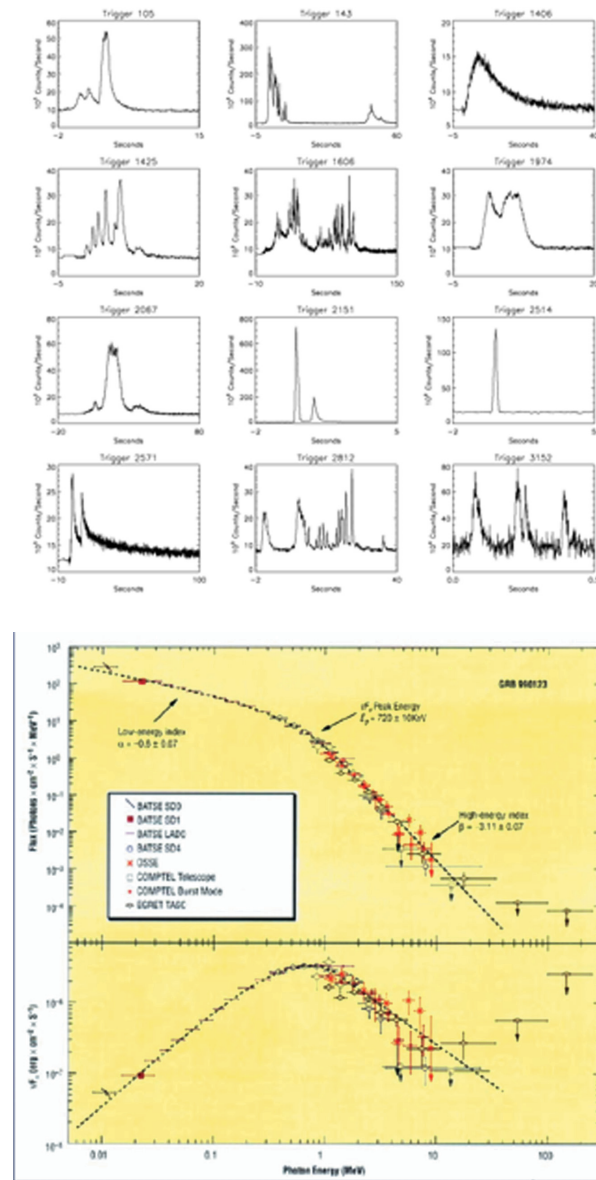


Рис. 3. Примеры кривых блеска и типичный спектр гамма-всплеска

GRB, связи между GRBs и CCSNe, и новых космологических тестах (о тестах GRBs-CCSNe) на больших красных смещениях.

2

Оптическое отождествление: первые родительские галактики GRB и массивное звездообразование

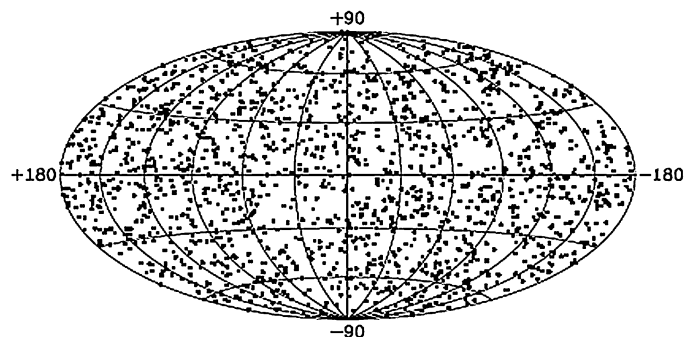


Рис. 4. Распределение 1637 гамма-всплесков, обнаруженных со спутника BATSE с апреля 1991 г. по август 1996 г.

Первое рентгеновское и оптическое послесвечение наблюдали (Costa et al. 1997) и (van Paradijs et al. 1997) для объекта GRB 970228 на итало-голландском спутнике ВерроSAX (Boella et al. 1997), благодаря быстрому и точному позиционированию гамма-всплеска, которое стало доступно через комбинацию возможностей монитора гамма-всплесков и широкоугольной камеры на борту этого знаменитого спутника. Оптическое наблюдение следующего оптического остатка GRB970508 были продолжены на 6-метровом телескопе CAO РАН в стандартных полосах BVR_cI_c в октябре–декабре 1997 г. и в январе 1998 г. Результаты BVR_cI_c -фотометрии оптического послесвечения GRB970508 и трех близких галактик были представлены в работе Zharikov et al. (1998). Последующие многополосные наблюдения гамма-всплесков подтвердили, что значительная часть длинных GRB ассоциируется с коллапсом короткоживущих массивных ($\sim 30M_\odot$) звезд (Hogg et al. 1999; Bloom et al. 2001). В системе координат ультрафиолетовой части спектра галактик со звездообразованием видны области массивного звездообразования. Оказалось, что это свет массивных звезд в родительских галактиках GRB (Sokolov et al. 1999).

Быстрая локализация со спутника ВерроSAX и оперативные наземные оптические наблюдения с измерением красных смещений GRB показали связь гамма-всплесков с далекими галактиками, расположенными в точке слабеющего транзиента. Это было по сути дела *первой стадией оптического отождествления* с галактиками с массивным звездообразованием — объектами с более-менее понятными свойствами в отличие от свойств излучения оптического послесвечения GRB, которые до сих пор не ясны. Именно с изучения этих объектов (широкополосная фотометрия и спектроскопия родительских галактик GRB, статистика наблюдаемых фотометрических и спектроскопических свойств, и т. п.) началась в 1998 г. астрономия гамма-всплесков на 6-метровом телескопе. В то время исследователей, изучающих этот аспект (см. рис. 1) оптических компонент GRB, главным образом интересовал вопрос, *отличаются ли родительские галактики гамма-всплесков от галактик поля*. В то время были идеи, что такие уникальные объекты как

гамма-всплески могут быть связаны с какими-то необычными (уникальными) объектами типа квазаров или чего-то подобного.

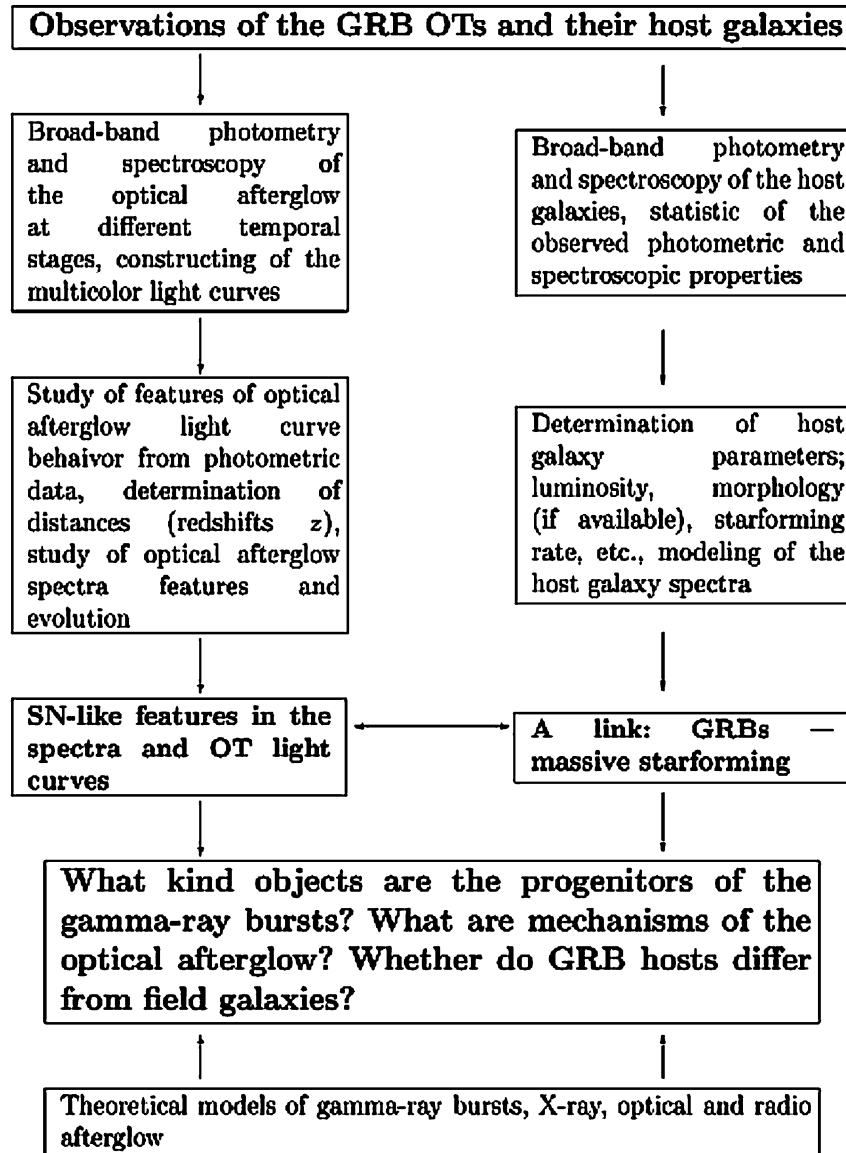


Рис. 1. Астрономия гамма-всплесков на 6-метровом телескопе, начиная с 1998 г.

Таблица 1

Некоторые параметры двух родительских галактик гамма-всплесков

Host	Scenario	Metallicity	Total mass	Age	A_V	Observed SFR*	Corrected SFR
GRB 970508	instant.burst	$0.1Z_{\odot}$	$3.48 \cdot 10^8$	160 Myr	1.6	$\geq 1.4M_{\odot} \text{ yr}^{-1}$	$14M_{\odot} \text{ yr}^{-1}$
GRB 980703	exp.decreasing	Z_{\odot}	$3.72 \cdot 10^{10}$	6 Gyr	0.64	$\geq 10M_{\odot} \text{ yr}^{-1}$	$20M_{\odot} \text{ yr}^{-1}$

*The SFR was recomputed following cosmology with $H_0 = 60 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{Mpc}^{-1}$, $\Omega_M = 0.3$ and $\Omega_{\Lambda} = 0.7$

Изучение физических свойств родительских галактик (Sokolov et al. 1999) позволяет определить их отличие от обычных галактик (в таких же CCD-полях, как для GRB979598) с массивным звездообразованием, что дает нам ключ к пониманию условий, при которых прародитель гамма-всплеска образуется, эволюционирует и разрушается. Но самые далекие родительские галактики зачастую можно наблюдать только фотометрически. В этом случае такие физические свойства, как темп звездообразования, законы внутреннего поглощения, возраст, массу и металличность, можно оценить только с помощью синтетического моделирования (Sokolov et al. 2001a) спектрального распределения энергии (SED). В случае родительской галактики GRB980703 ($z = 0,9662$) наблюдаемый дефицит в В-полосе (см. рис. 2) можно объяснить избытком поглощения около 2200 \AA , что типично для такого закона поглощения, как в галактике Млечный Путь. Недавно было подтверждено (Zafar et al. 2011) поглощение около 2200 \AA для родительских галактик гамма-всплесков с более далекими красными смещениями: например, послесвечение GRB 070802 ($z = 2,4541$) (было получено на VLT/FORS2) и оптический спектр послесвечения GRB 080607 ($z = 3,0368$) (было получено на телескопе Кек). Полоса поглощения 2175 \AA ясно видна в оптических спектрах послесвечений (см., например, рис. А.2 в статье (Zafar et al. 2011)).

Так, в двух случаях (см. табл. 1) чисто галактических спектров — GRB970508 ($M_{\text{Brest}} = -18,62$) и GRB980703 ($M_{\text{Brest}} = -21,27$) — мы выполнили теоретическое моделирование распределения энергии спектрального континуума этих родительских галактик с использованием спектров и нашей BVR_cI_c фотометрии (Sokolov et al. 2001a). Эти два примера показывают, что фотометрическое спектральное BVR_cI_c -распределение хорошо описывает спектральные континуумы родительских галактик. Более того, в случае отсутствия самого спектра родительской галактики широкополосная фотометрия является единственным способом изучения спектрального распределения энергии для этих очень далеких слабых галактик с интегральной величиной $25-26^m$ и слабее (см. рис. 3). Фактически, аналогичный способ широкополосной подгонки SED (и определения красного смещения, светимости, звездной массы, возраста, металличности и других параметров) широко используется

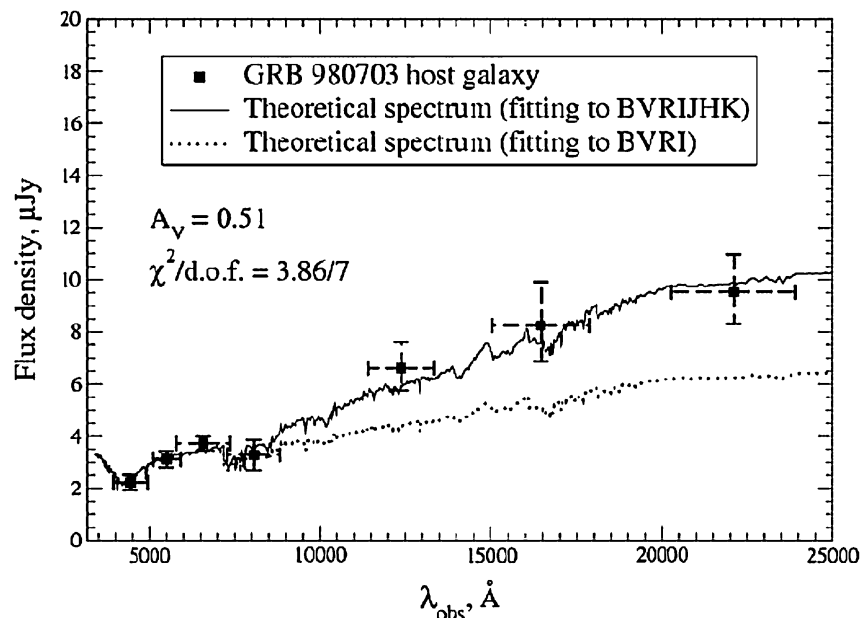


Рис. 2. Моделирование синтетического спектра: сравнение смоделированных и наблюдаемых потоков в фильтрах B, V, R_c, I, J, H, K для родительской галактики GRB980703 ($z = 0,9662$). Если гамма-всплески ассоциируются с активным звездообразованием, тогда можно ожидать, что на свет их родительских галактик влияет внутреннее поглощение (Sokolov et al. 2001a)

при исследовании очень далеких и слабых (28-й величины) галактик с привлечением результатов широкополосной фотометрии в ближнем и среднем инфракрасном диапазоне. Например, лучшие подгонки моделей звездной популяции при $z \sim 7$ показаны в статье «Эволюция галактик на $z = 7-8$ по IRAC наблюдениям DEEP/WIDE-AREA WFC3/IR ERS и ULTRADEEP WFC3/IR HUDF» (см. Fig. 1 в (Labbé et al. 2009)).

Суммируя результаты моделирования родительских галактик гамма-всплесков (Sokolov et al. 2001a, b), можно сделать следующие выводы: (I) Широкополосные спектры родительских галактик гамма-всплесков хорошо подгоняются SED-ами галактик с локальным звездообразованием. (II) Ультрафиолетовая часть SED-ов родительских галактик гамма-всплесков хорошо описывается теоретическими моделями с *молодым взрывом* звездообразования. Более того, для $z \sim 1$ мы фактически наблюдаем в оптике только области звездообразования в родительских галактиках GRB, поскольку они доминируют в ультрафиолетовой спектральной части системы отсчета. (III) При моделировании спектрального распределения энергии родительских галактик гамма-всплесков важно учитывать эффекты *внутреннего поглощения*.

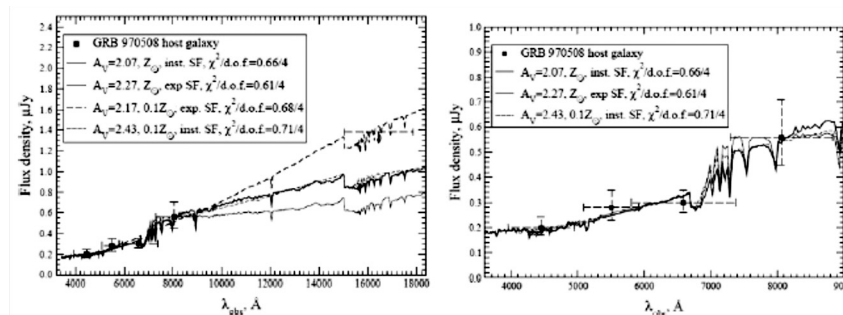


Рис. 3. Лучшая подгонка для модели спектрального распределения энергии (SED) к BVR_cI_c -фотометрии родительской галактики GRB970508 ($z = 0,8349$) в предположении закона поглощения Кальцетти. На рисунке показана также H-полоса HST/NICMOS (слева). Наблюдаемые длины волн даны в работе (Sokolov et al. 2001a)

(IV) Родительские галактики гамма-всплесков похожи на обычные галактики на таком же красном смещении.

Таким образом, мы сделали вывод, что длинные гамма-всплески, по-видимому, тесно связаны с активным массивным звездообразованием в их родительских галактиках. Следует отметить, что темп звездообразования в родительских галактиках вряд ли сильно выше, чем в галактиках на похожих красных смещениях ($z > 1$). На таком красном смещении средний темп звездообразования равен $\sim 20-60 M_{\odot} \text{ yr}^{-1}$ (см. также Blain et al. (2000)). Поэтому мы делаем вывод, что родительские галактики гамма-всплесков, по-видимому, похожи на галактики поля на том же красном смещении (Sokolov et al. 2001a, b). В настоящее время имеется независимое подтверждение в статье Savaglio et al. (2006): гамма-всплески действительно отождествляются с обычными галактиками. В статье используется общедоступный архив родительских галактик гамма-всплесков, содержащий наблюдательные величины 32 родительских галактик GRB, т. е. около половины общего числа гамма-всплесков с красным смещением, известных к январю 2006 г. Авторы представляют некоторый предварительный статистический анализ выборки, т. е. полную звездную массу, металличность и темп звездообразования родительских галактик. Полная звездная масса и металличность подвыборки из 7 родительских галактик с $0,4 < z < 1$ согласуется с зависимостью масса-металличность, найденной для нормальных галактик со звездообразованием в том же интервале красных смещений.

В более поздней работе ((Savaglio et al. 2008) и ссылки там) сформулированы более определенные выводы, но для родительских галактик GRB с более далеким красным смещением: нет никаких четких признаков того, что родительские галактики гамма-всплесков относятся к какой-то особой популяции. Их свойства аналогичны ожидаемым свойствам для нормальных

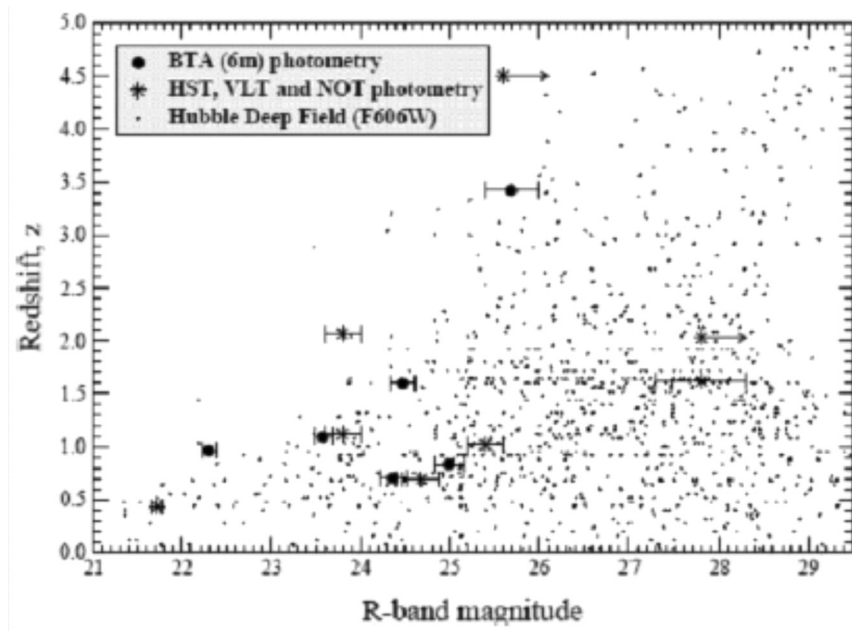


Рис. 4. Соотношение между наблюдаемой величиной в фильтре R и спектроскопическим красным смещением для первых 12 родительских галактик гамма-всплесков. R -величины, полученные на БТА (из статьи Sokolov et al. 2001a), отмечены кружками, а звездочками обозначены результаты других авторов. Показано также распределение «HDF F606W-величина — фотометрическое красное смещение». Использовался каталог F606W-величин и фотометрических красных смещений из статьи Fernández et al. (1999)

галактик со звездообразованием, от локальной до более далекой вселенной. Металличность, измеренная по линиям поглощения в УФ в холодной среде родительских галактик гамма-всплесков при $z > 2$ (GRB-DLAs), лежит в аналогичном диапазоне. Комбинируя это с результатами для родительских галактик GRB с $z < 1$, мы видим, что нет никакой существенной эволюции металличности родительских галактик GRB в интервале $0 < z < 6$. Итог статьи Savaglio et al. (2008) следующий: родительские галактики гамма-всплесков не должны быть какими-то особенными галактиками только потому, что в них произошел гамма-всплеск, а являются обычными *слабыми* (самыми многочисленными) галактиками со звездообразованием, обнаруживаемыми на любом красном смещении.

И снова о металличности и родительских галактиках гамма-всплесков (Mannucci et al. 2011): В последнее время многие исследования были направлены на поиск сходства и различия между популяцией родительских галактик гамма-всплесков и популяцией нормальных галактик поля (см., например,

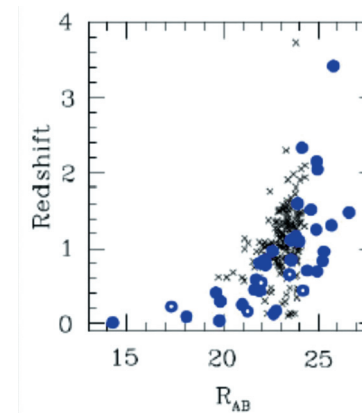


Рис. 5. Зависимость наблюдаемой величины от красного смещения из статьи Savaglio et al. (2008) для родительских галактик гамма-всплесков (заполненные кружки) и галактик поля из Глубокого Обзора Gemini (крестики, Abraham et al. (2004)). Заполненными кружками с белой точкой обозначены родительские галактики коротких гамма-всплесков

Fynbo et al. (2008). В частности, в таких исследованиях сравнивается наблюдаемое соотношение масса — металличность (или светимость — металличность) двух популяций. Из анализа полной выборки известных родительских галактик гамма-всплесков Savaglio et al. (2009) снова сделали вывод, что нет четких признаков того, что родительские галактики относятся к какой-то особой популяции. Их свойства являются ожидаемыми для обычных галактик со звездообразованием от локальной до самой далекой вселенной. Mannucci et al. (2011) сравнили свойства металличности выборки из 17 родительских галактик с тем, что ожидается для локальной популяции поля. В частности, они обнаружили, что родительские галактики гамма-всплесков подчиняются Фундаментальному Соотношению Металличности (FMR), обнаруженному в работе Mannucci et al. (2010a). Этот факт означает, что родительские галактики гамма-всплесков не отличаются существенно от популяции типичных галактик. Характерно низкая, субсолнечная металличность, обнаруженная во многих последних исследованиях (например, Savaglio et al. 2009, Levesque et al. 2010 и ссылки там), не обязательно означает, что гамма-всплески происходят в особых, низкометаллических галактиках, и что существует прямая связь между низкой металличностью и гамма-всплесками. Низкая металличность наблюдаемых родительских галактик длинных гамма-всплесков является следствием окружающей среды высокого звездообразования. Похоже, что темп звездообразования есть основной параметр для генерации события гамма-всплеска (Campisi et al. 2011).

3

Прямая связь между длинными гамма-всплесками и массивными звездами (GRB — CCSN)

Таким образом, из сказанного выше следует, что многие факты свидетельствуют, что длинные ($\sim 1-100$ с) гамма-всплески связаны с коллапсом массивных звезд, который происходит в областях активного звездообразования, погруженных в плотные облака пыли и газа. Но уже сейчас можно с уверенностью говорить о прямой связи между гамма-всплесками и массивными звездами-прародителями массивных сверхновых. Отождествление GRB980425 с CCSN SN1998bw (Galama et al. 1998) считается первым. Соответственно, еще одним направлением (наряду с исследованием родительских галактик) стало наблюдение таинственных оптических транзиентов (OTs), связанных с гамма-всплесками (Sokolov et al. 1998; Zharikov et al. 1999). С самого начала основной целью таких наблюдений было (см. рис. 1) изучение фотометрических характеристик в кривых блеска оптического послесвечения гамма-всплеска, связанных со сверхновой-подложкой (Sokolov et al. 2001c).

С одной стороны, как было сказано выше, с наблюдательной точки зрения картина связи GRB/CCSN была уже косвенно подтверждена (например, Frail et al. 2002, Sokolov et al. 2001a) тем фактом, что все родительские галактики гамма-всплесков являются галактиками со звездообразованием, а в некоторых случаях даже со вспышкой звездообразования. С другой стороны, некоторые гамма-всплески действительно показали поярчение и выполаживание поздних оптических послесвечений, что было интерпретировано как появление кривой блеска базовой сверхновой (Zeh et al. 2004). Ключевым открытием явилось фотометрическое доказательство позднего «горба» во всех послесвечениях с красным смещением $z < 0,7$ (включая гамма-всплески GRB 030329 и GRB031203 со спектроскопически подтвержденной связью GRB/CCSN, см. ниже).

Для более далеких красных смещений данные обычно недостаточно качественные или сверхновая просто слишком слабая, чтобы искать такую особенность в поздних кривых блеска послесвечения. (Кроме того, поярчение в поздних оптических послесвечениях для больших z нужно наблюдать уже в ближнем инфракрасном диапазоне). Этот дополнительный свет хорошо моделируется SN-компонентой с максимумом через $(1+z)$ (15–20) дней после вспышки. Это, вместе со спектральным подтверждением света от сверхновой в послесвечении гамма-всплесков GRB021211, GRB030329

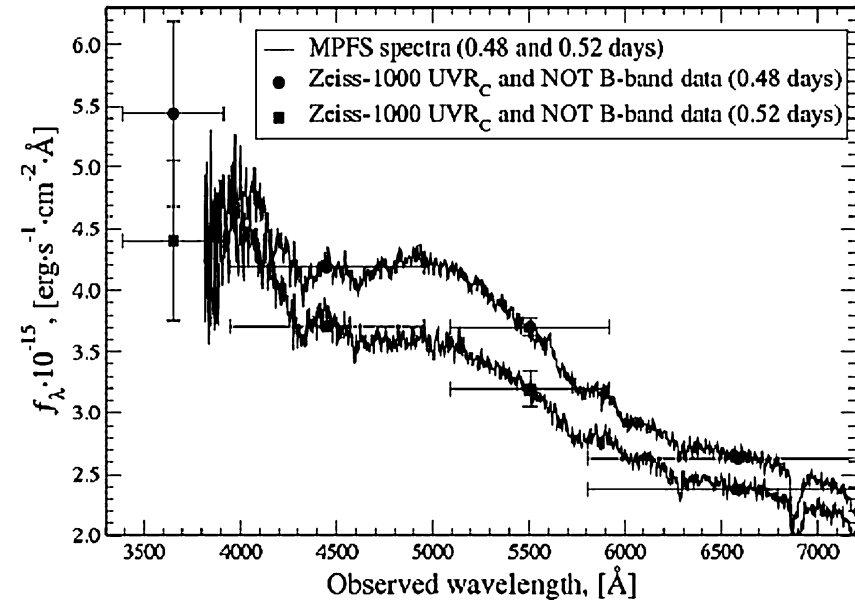


Рис. 1. Ранняя спектроскопия послесвечения GRB030329, полученная на 6-метровом телескопе (MPFS/BTA) и фотометрия на Zeiss-1000 & NOT (из Sokolov et al. 2003; Kurt et al. 2005)

и GRB031203, еще больше поддерживают точку зрения, что в действительности все длинные гамма-всплески показывают «горб» сверхновой в своих поздних оптических послесвечениях. Тот факт, что сильный поздний горб был также обнаружен для рентгеновской вспышки XRF030723 (Fynbo et al. 2004) и для XRF 020903 (со спектроскопическим подтверждением света базовой сверхновой (Soderberg et al. 2005), может указывать на то, что этот вывод верен также для рентгеновских вспышек. Таким образом, систематическое исследование послесвечений гамма-всплесков с таким подходом наводит на мысль, что все длинные гамма-всплески ассоциируются со сверхновыми (Zeh et al. 2004). В настоящее время спектроскопически подтверждена связь для следующих пар объектов: GRB 980425/SN 1998bw ($z = 0,0085$), GRB 030329/SN 2003dh ($z = 0,1687$), GRB 031203/SN 2003lw ($z = 0,1055$), GRB/XRF 60218/SN2006aj ($z = 0,0335$), GRB 100316D/SN2010bh ($z = 0,059$) (см. также обзор Hjorth et al. (2011) и ссылки там). Кроме того, в этот список можно включить такие объекты как XRF 080109/SN2008D ($z = 0,0065$, см. ниже). На рис. 1–4 показаны результаты спектроскопических наблюдений некоторых объектов из этого списка на 6-метровом телескопе.

Таким образом, длинные гамма-всплески могут быть началом взрыва CCSN, а гамма-всплеск является сигналом, который позволяет поймать

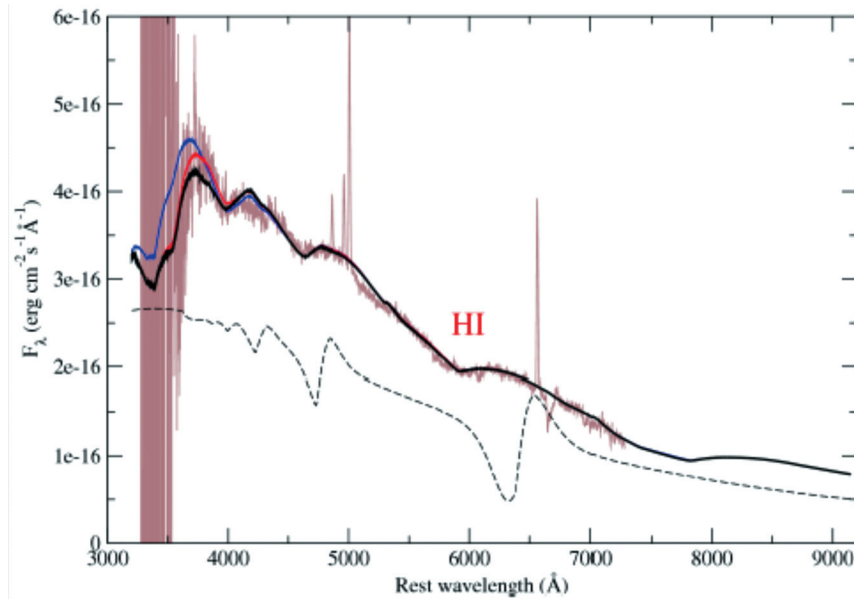


Рис. 2. (Цветную версию см. на вклейке, стр. 472) Спектр SN 2006aj в системе отсчета длин волн, полученный на БТА через 2,55 суток после XRF/GRB 060218 (Sonbas et al. 2008). Подгонка синтетическим спектром (код SYNOW, Branch et al. 2001; Elmhamdi et al. 2006) со скоростью фотосферы (V_{phot}), всех элементов и их ионов, равной 33000 км/сек, показана плавными линиями, которые отличаются только в синей части спектра при $\lambda < 4000 \text{ \AA}$. H I обозначает H_α PCygni профиль при $V_{\text{phot}} = 33\,000$ км/сек. Модельный спектр для скорости фотосферы 8000 км/сек показан пунктирной линией как пример H_α PCygni профиля

сверхновую в самом начале взрыва. По крайней мере, кажется, что чем ближе гамма-всплеск, тем больше спектроскопических признаков сверхновой у него наблюдается. Хотя явление гамма-всплеска необычно, но источник-объект (сверхновая) не очень уникален (это похоже на ситуацию с родительскими галактиками гамма-всплесков, см. выше). Популярная концепция связи между длинными гамма-всплесками и массивными сверхновыми показана на рис. 5. Узкий луч гамма-излучения (гамма-всплеск) наблюдается вдоль оси взрыва сверхновой, а ближе к экваториальной плоскости мы можем наблюдать в основном только изотропное рентгеновское излучение, связанное с эффектом прорыва ударной волны. Это может объяснить, почему самые близкие сверхновые не показывают никаких гамма-всплесков, хотя они показывают мощный и короткий рентгеновский всплеск (как в случае XRF 080109/SN2008D). Вероятность попадания в узкий луч гамма-квантов падает по мере роста гамма-фактора Лоренца (рисунок из статьи Woosley et al. 2006).

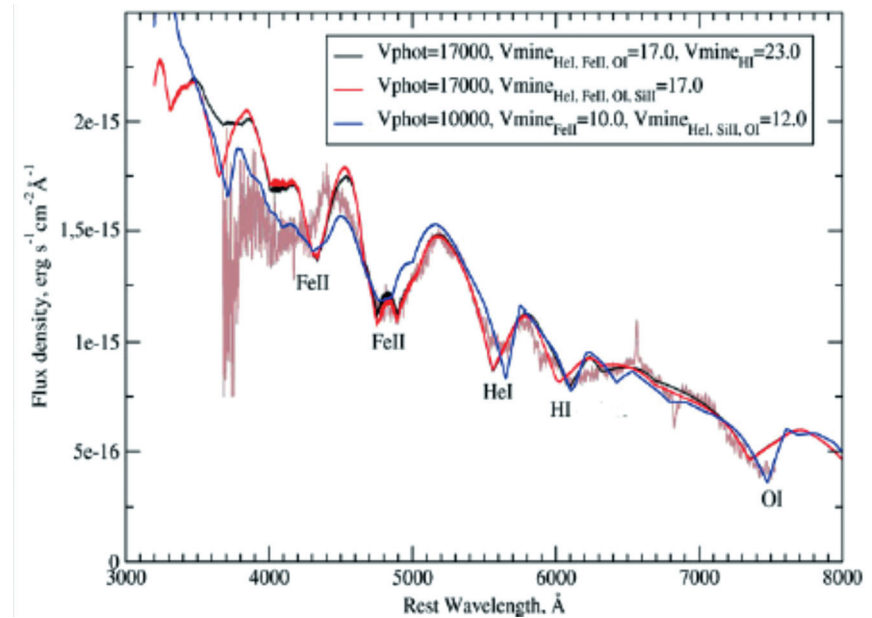


Рис. 3. (Цветную версию см. на вклейке, стр. 472) Спектр XRF080109/SN 2008D (из статьи Moskvitin et al. 2010). Физические условия в оболочке этой сверхновой были промоделированы кодом SYNOW (Branch et al. 2002)

Дополнительную информацию о загадках массивных сверхновых и связях GRB-CCSN см. в статье Hjorth et al. (2011), хотя пока не ясно, является ли механизм, генерирующий гамма-всплеск, ответственным и за взрыв звезды. Может быть, сильно несферичный взрыв является характерной особенностью массивных сверхновых всех типов (Leonard et al. 2006). Изучение других спектроскопических подтвержденных пар GRB (XRF) — SN в будущих наблюдениях очень важно для понимания природы связи между ними, природы гамма-всплеска и, в конечном итоге, самого механизма взрыва массивной сверхновой. В контексте сказанного выше о родительских галактиках гамма-всплесков, накопление информации о связи GRB-SN можно считать вторым результатом отождествления гамма-всплесков. Сейчас длинные гамма-всплески отождествляются с (возможно) обычными массивными сверхновыми. Таким образом, мы имеем *массивное* звездообразование в родительских галактиках GRB и взрывы *массивных* звезд CCSN/GRB. Вопрос о том, какие объекты являются прародителями гамма-всплесков (см. рис. 1) становится особенно важным на очень больших красных смещениях $z > 10$.

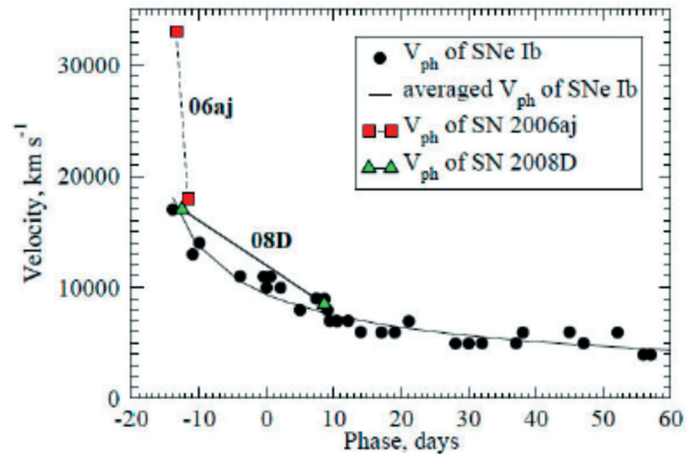


Рис. 4. Скорость фотосферы, полученная по линиям FeII, в функции времени после максимума блеска. Линией обозначена подгонка данных степенным законом за исключением SN1998dt на 32 днях (открытый кружок) (см. рис. 22 в статье Branch et al. 2002). Квадратами (SN2008D) и ромбами (SN 2006aj) обозначены скорости фотосферы, полученные по нашим спектрам (Moskvitin et al. 2010)

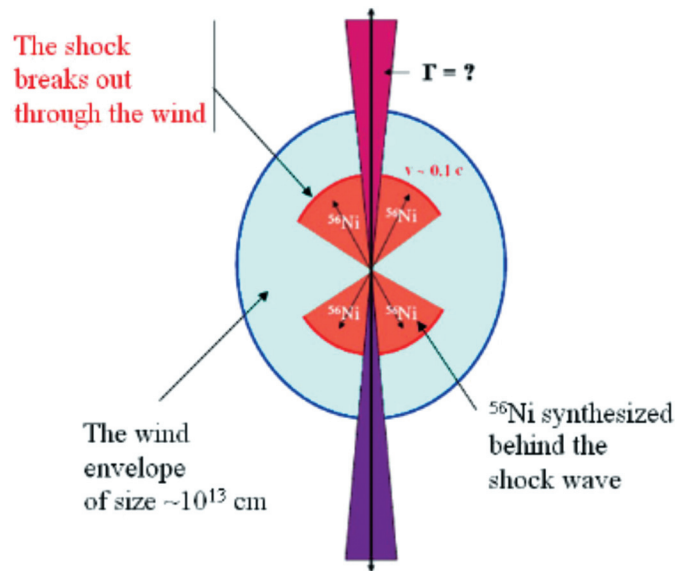


Рис. 5. Схематическая модель асимметричного взрыва прародителя GRB/SN

4

Темп гамма-всплесков и темп звездообразования на больших красных смещениях. Выводы

Таким образом, длинные гамма-всплески являются взрывами, ассоциированными с коллапсом короткоживущих массивных звезд ($\sim 30M_{\odot}$) с максимумом излучения на энергиях sub-MeV, где поглощение пылью не играет роли. Тогда потоки от этих событий можно обнаружить, в конечном счете, на любом красном смещении. Темп гибели массивных короткоживущих звезд (CCSNe rate) похож на темп их образования (SFR). Если темп массивного звездообразования прямо пропорционален темпу образования гамма-всплесков ($SFR \sim GRBR$), тогда темп гамма-всплесков (GRBR) можно использовать как потенциальный индикатор массивного звездообразования (SFR) в далекой вселенной (Ramirez et al. 2000). Если $GRBR \sim SFR$ вплоть до больших красных смещений, то возникает вопрос: действительно ли наблюдается быстрое падение SFR при $z > 4$, как должно быть в космологических моделях? Есть ли какая-нибудь разница между GRBR и SFR за $z \sim 4$? Ниже приводятся некоторые комментарии по темпу звездообразования (SFR) в галактиках с большим красным смещением (см. § 2) и по гамма-всплескам, которые служат теперь мощным датчиком темпа звездообразования на самых больших красных смещениях.

Действительно, поскольку длинные гамма-всплески ассоциируются с массивными звездами, а значит, с областями звездообразования, они (гамма-всплески) могут подойти для изучения плотности SFR. Объект GRB090423 на $z = 8,2$ (см. также Cucchiara et al. (2011) о фотометрическом красном смещении $z \sim 9,4$ для GRB090429B) еще больше расширил интервал красных смещений, на которых можно оценить эволюцию SFR в таком режиме, который раньше никогда не исследовался. Kistler et al. (2009) сравнили SFR, полученные по гамма-всплескам, для разных выборок галактик поля. В основе работы лежит идея о том, что темп гамма-всплесков в галактиках пропорционален темпу звездообразования, и это соотношение не меняется с красным смещением. Нормировка плотности GRB SFR делается через значение плотности SFR на малом красном смещении, для которого сделана оценка GRBR (Ramirez et al. 2000).

Темп звездообразования остается высоким (см. рис. 1) по крайней мере до красных смещений около 8 (Kistler et al. 2009). Авторы работы также не видят никаких признаков сильного максимума SFR по z . Согласие

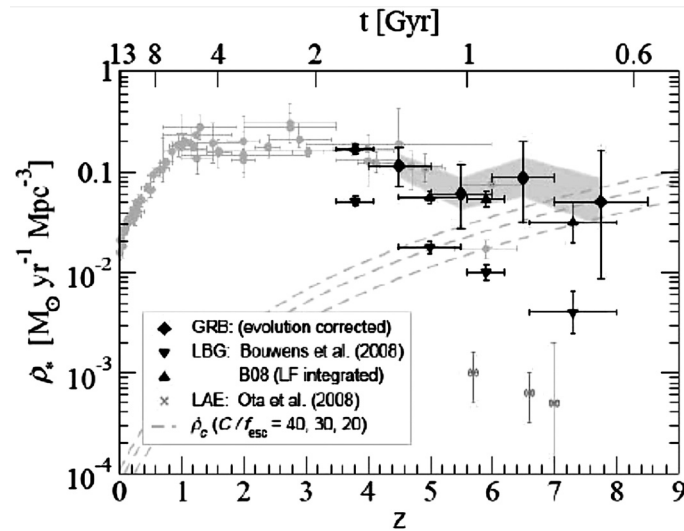


Рис. 1. Плотность звездообразования из статьи Kistler et al. (2009). Светлыми кружками обозначены данные из работы Hopkins et al. (2006). Крестики — Lyman- α эмиттеры (LAE). Треугольники вершиной вверх и вниз обозначают Lyman-break галактики (LBGs) для двух функций УФ-светимости. Темп звездообразования, полученный по гамма-всплескам (красные ромбы) показывает *сильный вклад от малых галактик*, который обычно не учитывают для функции светимости LBG

с прямыми наблюдениями, скорректированное для галактик ниже порога обнаружения, говорит о том, что оценки на основе GRB включают в себя большую часть звездообразования на больших z вплоть до слабых галактик. При $z = 8$ плотность GRB SFR согласуется с измерениями LBG после учета невидимых галактик на слабом конце функции УФ-светимости. Это означает, что не все галактики со звездообразованием на этих красных смещениях в настоящее время учитываются в глубоких обзорах. Гамма-всплески вносят вклад в звездообразование от малых галактик — *типичной родительской галактикой гамма-всплеска на большом красном смещении может быть малая галактика со звездообразованием*. Yan et al. (2009) пришли к аналогичным заключениям в своем независимом исследовании плотности SFR на больших красных смещениях с учетом *большого числа галактик низкой светимости* (вплоть до $M = 15,0$ mag.). Может, действительно нет никакого крутого падения SFR до $z \sim 10$. В любом случае, эти результаты уже влияют на выбор космологических параметров и моделей звездообразования в Λ CDM-теории (Choi et al. 2009, 2011).

Некоторые выводы:

1. Основные заключения, вытекающие из исследования родительских галактик гамма-всплесков (фактически, это первый результат оптического

отождествления гамма-всплесков в 2001 г. с уже известными объектами) таковы: гамма-всплески отождествляются с обычными (или самыми многочисленными во вселенной на любом красном смещении) галактиками вплоть до зв. вел. ~ 28 и более. Родительские галактики не должны быть какими-то особыми галактиками только потому, что в них произошло событие гамма-всплеска. Это обычные слабые галактики со звездообразованием (наиболее многочисленные), наблюдаемые на любом красном смещении. Они ничем не отличаются от других галактик с близкими красными смещениями: ни по цвету, ни по спектру, ни по массивному звездообразованию, ни по металличности. Это означает, что они являются обычными галактиками со звездообразованием («обычными» для своих красных смещений), составляющими основу всех глубоких обзоров (Bloom et al. 2001; Djorgovski et al. 2001; Frail et al. 2002; Sokolov et al. 2001a; Savaglio et al. 2006, 2008, 2009, Mannucci et al. 2011).

2. Второй результат идентификации гамма-всплесков: сейчас длинные гамма-всплески отождествляются с (возможно) обычными массивными сверхновыми (CCSNe). Таким образом, мы имеем *массивное* звездообразование в родительских галактиках GRB и взрывы *массивных* звезд — CCSN/GRB. Изучение различий между *близкими* сверхновыми, отождествляемыми с гамма-всплесками, и *далекими* сверхновыми, которые нужно отождествить с GRB, может стать дополнительным наблюдательным космологическим тестом. Можно задать вопрос, аналогичный вопросу, заданному в 2001 г. о родительских галактиках: отличаются ли сверхновые с GRB от обычных (локальных) сверхновых? Вообще говоря, на каких красных смещениях массивные сверхновые сильно отличаются от локальных массивных сверхновых?
3. Основные выводы по эволюции для больших красных смещений (если GRBR \sim SFR \sim CCSN rate): сами гамма-всплески и их родительские галактики уже считаются зондом для изучения процессов звездообразования на космологических расстояниях до $z \sim 10$ и более. Поскольку вселенная прозрачна в гамма-лучах вплоть до $z \sim 10$ и более, в результате изучения гамма-всплесков и их родительских галактик появилось новое направление наблюдательной космологии. Независимо от конкретных моделей явления GRB, сейчас можно сказать, что, наблюдая гамма-всплески, мы наблюдаем сверхновые, которые, вероятно, всегда связаны с *релятивистским коллапсом* массивных звездных ядер в очень далеких галактиках. При каких красных смещениях z (> 10 – 50 ?) гамма-всплески и массивные сверхновые уже не наблюдаются? Сейчас это может быть основным космологическим GRB-CCSN тестом.

Литература

1. Abraham R. G., Glazebrook K., McCarthy P. J. et al. 2004, AJ, 127, 2455.

2. *Blain A. W. & Natarajan P.* 2000, MNRAS, 312, L39 (arXiv:astro-ph/9911468), see Figure 1.
3. *Bloom J. S., Djorgovski S. G., Kulkarni S. R.* 2001, ApJ, 554, 678.
4. *Boella G. et al.* 1997, A&AS, 122, 299.
5. *Branch D., Baron E., Jeffery D. J.* 2001, as a Chapter in «Supernovae and Gamma-Ray. Bursters» in Lecture Notes in Physics (Springer-Verlag), ed. K. W. Weiler. Vol. 598, p. 47–75 (arXiv:astro-ph/0111573).
6. *Branch D. et al.* 2002, ApJ, 566, 1005.
7. *Campisi M. A. et al.* 2011, arXiv:astro-ph/1105.1378v1, submitted MNRAS.
8. *Choi J., Nagamine K.* 2009, arXiv:astro-ph/0909.5425 (Effects of cosmological parameters and star formation models on the cosmic star formation history in LambdaCDM cosmological simulations).
9. *Choi J., Nagamine K.* 2011, 4. arXiv:astro-ph/1101.5656 (On the inconsistency between the estimates of cosmic star formation rate and stellar mass density of high redshift galaxies.) *Costa E. et al.*, 1997, Nature, 387, 783.
10. *Cucchiara A., Levan A. J., Fox D. B. et al.* 2011, arXiv:astro-ph/1105.4915.
11. *Djorgovski S. G., Kulkarni S. R., Bloom J. S., et al.* 2001, invited review in proc. «Gamma-Ray Bursts in the Afterglow Era: 2nd Workshop», eds. *Costa E. et al.*, ESO Astrophysics Symposia, Berlin: Springer Verlag, p. 218 (arXiv:astro-ph/0107535).
12. *Elmhamdi A. et al.* 2006, A&A, 450, 305 (arXiv:astro-ph/0512572).
13. *Fernandez-Soto A., Lanzetta K. M., Yahil A.* 1999, ApJ., 513, 34.
14. *Frail D. A. et al.* 2002, ApJ, 565, 829.
15. *Fynbo L. P. U., et al.* 2008, ApJ, 683, 321.
16. *Fynbo J. U. P. et al.* 2004, ApJ, 609, 962.
17. *Galama T. J., Groot P. J., van Paradijs J., et al.* 1998, ApJ., 497, L13.
18. *Hjorth J., Bloom J. S.* 2011, arXiv:astro-ph/1104.2274v1.
19. *Hogg D. W., Fruchter A. S.* 1999, ApJ, 520, 54.
20. *Hopkins A. M., Beacom J. F.* 2006, ApJ, 651, 142.
21. *Kistler M. D. et al.* 2009, ApJ, 705, L104.
22. *Kurt V. G. et al.* 2005, Nuovo Cim., C28, 521 (arXiv:astro-ph/0505535).
23. *Labb'e I., Gonz'alez V., Bouwens R. J., et al.* 2009, astro-ph/arXiv:0911.1356v5.
24. *Leonard D. C., Filippenko A. V. et al.* 2006, arXiv:astro-ph/0603297.
25. *Levesque E. M. et al.* 2010, AJ, 140, 1557.
26. *Mannucci F. et al.* 2010, MNRAS, 408, 2115.
27. *Mannucci F., Salvaterra R., Campisi M. A.* 2010, arXiv:astro-ph/1011.4506, MNRAS, in press.
28. *Mannucci F., Salvaterra R., Campisi M. A.* 2011, arXiv:astro-ph/1011.4506v2, MNRAS, in press.
29. *Moskvitin et al.* 2010, Astrophys. Bull., 65, 132 (arXiv:astro-ph 1004.2633).
30. *Ramirez-Ruiz E., Fenimore E. E. & Trentham N.* 2000, arXiv:astro-ph/0010588, talk given at the CAPP2000 Conference on Cosmology and Particle Physics, Verbier, Switzerland, eds. J. Garcia-Bellido, R. Durrer and M. Shaposhnikov, (AIP, 2001).
31. *Salvaterra R. et al.* 2009, Nature, 461, 1258.
32. *Savaglio S., Glazebrook K., Le Borgne D.* 2006, arXiv:astro-ph/0601528v2.
33. *Savaglio S., Glazebrook K., Le Borgne D.* 2008, arXiv:astro-ph/0803.2718v3.

34. *Savaglio S., Glazebrook K., and Le Borgne D.* 2009, ApJ, 691, 182.
35. *Soderberg A. M. et al.* 2005, ApJ, 627, 877 (arXiv:astro-ph/0502553).
36. *Sokolov V. V., Kopylov A. I., Zharikov S. V., et al.* 1998, A&A, 334, 117.
37. *Sokolov V. V., Zharikov S. V., Baryshev Yu. V. et al.* 1999, A&A, 344, 43.
38. *Sokolov V. V., Fatkhullin T., Castro-Tirado A. J. et al.* 2001a, A&A, 372, 438.
39. *Sokolov V. V. et al.* 2001b, Bull. Spec. Astrophys. Obs., 51, 48–50.
40. *Sokolov V.* 2001c, in Proc. «Gamma-Ray Bursts in the Afterglow Era: 2nd Workshop», eds.
41. *Costa E. et al.* ESO Astrophysics Symposia, Berlin: Springer Verlag, p. 136 (arXiv:astro-ph/0102492).
42. *Sokolov V. V. et al.* 2003, Bull. Spec. Astrophys. Obs. 56, 5–14 (arXiv:astro-ph/0312359).
43. *Sonbas et al.* 2008, Astrophys. Bull., 63, 228 (arXiv:astro-ph 0805.2657).
44. *Tanvir N. et al.* 2009, Nature, 461, 1254.
45. *van Paradijs J. et al.* 1997, Nature, 386, 686.
46. *Woosley S., Heger A.* 2006, AIP Conf.Proc., 836, 398–407 (arXiv:astro-ph/0604131).
47. *Yan H. et al.* 2009, arXiv:astro-ph/0910.0077v1, v2 and v3.
48. *Zafar T. et al.* 2011, arXiv: astro-ph/1102.1469v2, Fig. A.2.
49. *Zeh A., Klose S., Hartmann D. H.* 2004, arXiv:astro-ph/0503311, in Proc of the 22nd Texas Symposium on Relativistic Astrophysics at Stanford. Stanford California, Dec. 13–17, 2004. ed. Chen P, et al.
50. *Zharikov S. V., Sokolov V. V. and Baryshev Yu. V.* 1998, A&A, 337, 356.
51. *Zharikov S. V. and Sokolov V. V.* 1999, A&ASS, 138, 485.

V

**Широкоугольный оптический
мониторинг высокого временного
разрешения и открытие быстрой
оптической переменности
гамма-всплеска GRB 080319B**

Г. Бескин, С. Карпов

Специальная Астрофизическая Обсерватория РАН,
Россия

Обсуждается стратегия поиска быстрых оптических транзиентов, сопровождающих гамма-всплески, при мониторинге широких полей. Описаны аппаратура и методы обработки наблюдательных данных, позволяющие обнаруживать оптические вспышки ярче 10–11 зв. величины с временным разрешением 0.13 с. Приводятся результаты наблюдений оптического излучения, сопровождавшего гамма-всплеск GRB080319B, с помощью быстрой широкопольной камеры TORTORA, установленной в Чили на роботическом телескопе REM. Описывается кривая блеска вспышки до, в течение и после гамма-всплеска. Она состоит из четырех пиков длительностью 5–7 секунд, разнесенных по времени на 8–9 секунд, возможно, периодических. Приводятся результаты сравнения поведения всплеска в жестком и оптическом диапазонах, а также их возможная теоретическая интерпретация. Обсуждаются перспективы создания аппаратуры и методов поиска и исследования оптических транзиентов различной природы в широких полях.

1

Введение

Систематическое изучение переменности ночного неба на субсекундной временной шкале является остающейся важной, но по сей день практически нерешенной задачей. Необходимость такого рода наблюдений для поиска и изучения нестационарных объектов неизвестной заранее локализации отмечалась еще Бонди [1]. Исследования в этой области проводились и ранее [2, 3], но из-за технических сложностей в них достигалось либо высокое временное разрешение на уровне десятков микросекунд при мониторинге малых, с размерами $5'–10'$, полей, либо использовалось временное разрешение 5–10 секунд при широких ($20^\circ–30^\circ$) полях. Функционирующие в настоящее время широкопольные мониторинговые системы, такие как WIDGET [4], RAPTOR [5], BOOTES [6] и π of the Sky [7], имеют большие поля зрения при достаточно хорошем пределе обнаружения, но низкое временное разрешение, что затрудняет их использование для регистрации быстрых транзиентов.

Приведем несколько примеров таковых — вспышки звезд типа UV Cet, передние фронты которых могут длиться 0.2–0.5 секунды [8], 30 % гамма-всплесков, продолжающихся менее 2 секунд, тогда как отдельные детали их кривых блеска длятся вплоть до одной миллисекунды [9]. Представляют также значительный интерес очень быстрые метеоры, возможно рождающиеся за пределами Солнечной системы [10].

Еще одной задачей, требующей проведения регулярных широкопольных наблюдений с высоким временным разрешением является мониторинг околоземного пространства. Трактории большого числа спутников, а также огромного массива малых частиц космического мусора, достаточно быстро меняются, причем скорости этих объектов весьма велики, потому наблюдения их обычными методами представляют значительные сложности.

Время	Околоземное пространство	Галактика	Внегалактика и космологические расстояния
< 0.1 с	метеоры, спутники, космический мусор, высокоатмосферные явления	новые, вспыхивающие звезды, покрытия звезд	гамма-всплески, близкие сверхновые
1 с	высокоорбитальные спутники		
10 с			
100 с	астероиды	переменные звезды, МАСНО-события	активные ядра галактик, сверхновые
> 1000 с			

Серым фоном отмечены классы объектов, на постоянной основе исследуемые существующими широкопольными экспериментами, такими, как ASAS, LINEAR, МАСНО и тд

Рис. 1. Различные классы оптических транзиентов в зависимости от их длительности и места происхождения

На рис. 1 оптические транзиенты систематизированы по их локализации и длительности. Для обнаружения и исследования источников излучения такого рода необходим широкоугольный мониторинг неба с высоким временным разрешением. Для примера приведем два в определенном смысле «противоположных» класса оптических транзиентов — природные и искусственные объекты, представляющие опасность для человечества (см. рис. 2), а также вспышки, связанные с космическими гамма-всплесками (рис. 3) (см. лекцию В. В. Соколова в настоящем сборнике).

Начиная с конца 1990-х годов, мы разрабатываем стратегию оптического мониторинга с высоким временным разрешением областей небесной сферы, сравнимых по размерам с полями зрения космических гамма-телескопов. Изначально предлагалось использовать инструменты с большими зеркалами относительно низкого качества [11, 12], например, черенковские телескопы и солнечные концентраторы, с массивами фотоумножителей при временном разрешении вплоть до микросекунд (см. рис. 4). Затем, однако, мы остановились на проекте широкопольной камеры с объективом относительно малого диаметра, электронно-оптическим преобразователем для эффективного сокращения фокуса и быстрой малозумящей ПЗС-матрицей. Прототип такой системы, FAVOR (FAst Variability Optical Registrar), введен в строй в 2003 году и расположен поблизости от 6-м телескопа БТА Специальной астрофизической обсерватории РАН [13, 14]. Аналогичная по конструкции



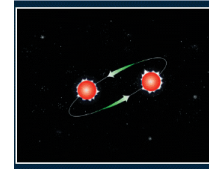
Рис. 2. Различные классы транзиентных событий, представляющих опасность для человечества. Слева — космический мусор на орбите Земли, справа — потенциально опасный астероид и последствия его падения на Землю

камера TORTORA (Telescopio Ottimizzato per la Ricerca dei Transienti Ottici RAPidi) [15] установлена в 2006 г. на монтажке роботического телескопа REM [16] в обсерватории La-Silla (ESO, Чили) и вместе с ним составляет двухтелескопный комплекс TORTOREM [17]. Именно эта камера обнаружила и позволила детально исследовать оптическое излучение самого яркого на данный момент гамма-всплеска GRB080319B [18–20].

В этой лекции описывается схема и особенности реализации камеры TORTORA, приводятся некоторые результаты ее работы, включая всесторонний анализ данных по всплеску GRB080319B, а также обсуждается проект широкополной мониторинговой системы следующего поколения, способной не только обнаруживать гораздо более слабые транзиенты, но и проводить их многоцветную фотометрию и поляриметрию.

$E=10^{51}-10^{54}$ эрг — сравнимо с энергией покоя Солнца

необходимость коллимации → струйные выбросы



Слияние компактных объектов с образованием черной дыры

- НС+НС, НС+ЧД
- орбитальное движение → коллимация
- старые объекты в гало старых галактик

Коллапс массивной звезды с образованием черной дыры

- звезды 100-150 масс Солнца
- вращение → коллимация выброса
- молодые объекты в областях звездообразования
- проявление свойств сверхновой в спектрах на поздних стадиях послесвечения

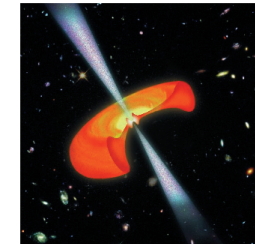


Рис. 3. Космические гамма-всплески — что у них внутри?



Рис. 4. Слева — солнечный концентратор PETAL, справа — черенковский телескоп MAGIC

Таблица 1

Основные работающие на данный момент оптические широкопольные мониторинговые системы. Для камер FAVOR и TORTORA предельное проникание соответствует обнаружению транзиента на уровне 3σ на отдельном кадре, и может отличаться от реального предела обнаружения в используемом разностном методе.

Название	Поле зрения (градусов)	Разрешение (секунд)	Проникание
WIDGET	62 x 62	5	10 ^m
RAPTOR A/B	40 x 40	60	12 ^m
RAPTOR Q	180 x 180	10	10 ^m
BOOTES	16 x 11	30	12 ^m
BOOTES-AllSky	180 x 180	30	10 ^m
π of the Sky	33 x 33	10	11.5 ^m
AROMA-W	25 x 35	5–100	10.5 ^m -13 ^m
MASTER-VWF	20 x 21	5	11.5 ^m
MASTER-Net	30 x 30	1	9 ^m
FAVOR	16 x 24	0.13	10 ^m -11.5 ^m
TORTORA	24 x 32	0.13	9 ^m -10.5 ^m

2

Описание широкопольных камер FAVOR и TORTORA

Параметры камер FAVOR и TORTORA в сравнении с другими существующими на данный момент широкопольными мониторинговыми системами приведены в табл. 1. Видно, что лишь они совмещают высокое временное разрешение с относительно большим размером поля зрения.

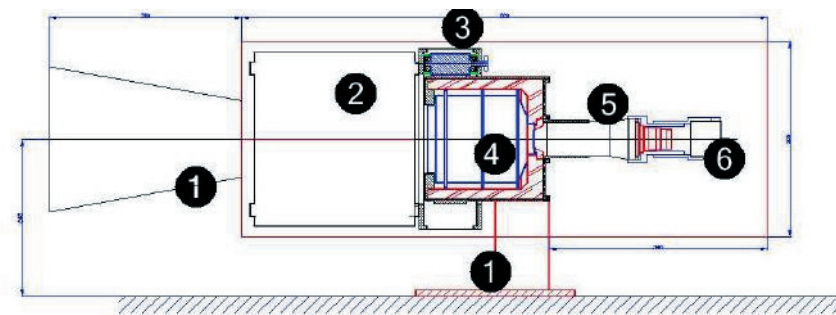


Рис. 5. Схема устройства камеры TORTORA. 1 — защитная бленда, 2 — главный объектив, 3 — узел фокусировки главного объектива, 4 — электронно-оптический преобразователь, 5 — оптика переброса и узел фокусировки ПЗС-матрицы, 6 — быстрая ПЗС-матрица

Схема камеры TORTORA приведена на рис. 5, ее параметры — в табл. 2, а изображение — на рис. 6. Прибор состоит из главного объектива (1), узла его фокусировки (2), электронно-оптического преобразователя (4), используемого для масштабирования и усиления изображения, оптики переброса (5) и быстрой малочувствительной ПЗС-матрицы (6). Камера смонтирована на роботическом телескопе REM, имеющем альт-азимутальную монтировку.

Быстрая ПЗС матрица регистрирует 7.5 кадров в секунду при времени экспозиции 0.128 секунды, интервалы между отдельными экспозициями при этом пренебрежимо малы. Информация с матрицы распространяется по локальной гигабитной сети и сохраняется в дисковом RAID-массиве объемом 1 Терабайт. Поток данных при этом составляет около 20 Мб/с, и поэтому информация, полученная за ночь наблюдений, может быть сохранена лишь в течение одного дня.

Таблица 2

Технические параметры камеры TORTORA

Главный объектив		ЭОП		ПЗС-матрица	
Диаметр	120 мм	Фотокатод	S20	Модель	VS-СТТ285–2001
Фокус	150 мм	Диаметр	90 мм	Размеры	1388x1036 пикселей
D/F	1/1.2	Усиление	150	Масштаб	81"/пиксель
Поле зрения	24x32 град	Масштабирование	7.7	Экспозиция	0.13–10 секунд
		Квантовый выход	10 %	Размер пикселя	6.45 мкм

ся уже известные объекты путем сравнения информации о них с данными из каталогов спутников и звезд.

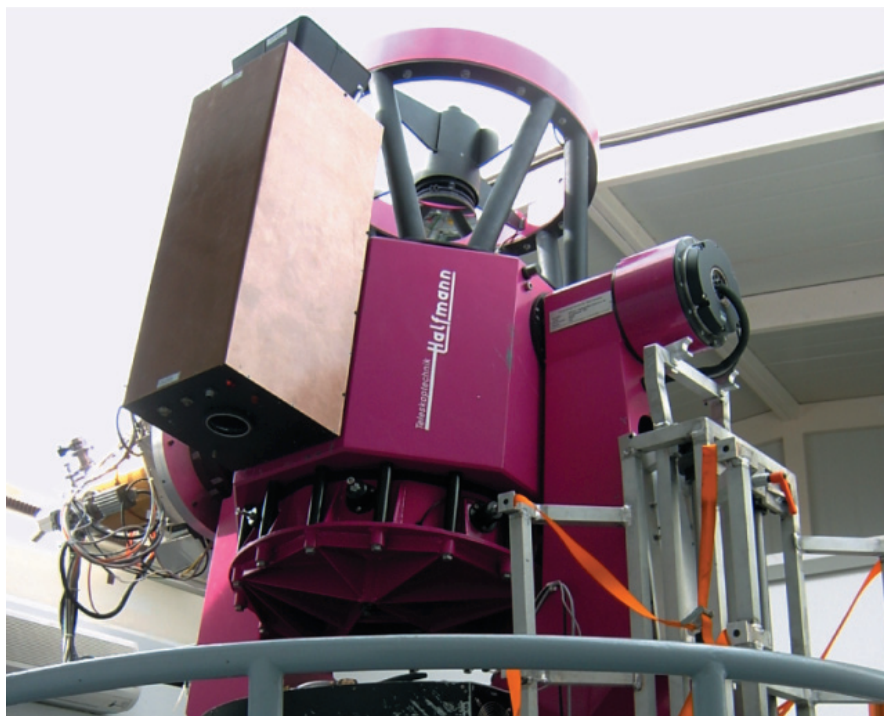


Рис. 6. Изображение камеры TORTORA, смонтированной на роботическом телескопе REM в обсерватории La-Silla (ESO, Чили)

Помимо этого, данные передаются на выделенный компьютер для обработки в реальном времени при помощи специализированного программного обеспечения, работающего под управлением ОС Linux. При этом выделяются и классифицируются транзитные объекты различных типов, и отсеивают-

3

Методика обнаружения транзиентов

Широкопольные мониторинговые камеры высокого временного разрешения могут применяться для обнаружения и исследования различных классов транзиентных событий — переменных звезд, сверхновых, активных галактических ядер, событий микролинзирования, покрытий звезд планетами — с постоянными, хотя и неизвестными заранее координатами. С другой стороны, камеры типа FAVOR и TORTORA могут также отслеживать и движущиеся объекты — искусственные спутники, элементы космического мусора, кометы, астероиды и метеоры. Для решения этих задач были разработаны специализированные алгоритмы обработки данных.

В связи с высокой интенсивностью потока наблюдательной информации, практически невозможно использовать для ее анализа в реальном времени стандартные фотометрические пакеты, и поэтому мы разработали специальный быстрый метод выделения транзиентов, основанный на изучении статистического поведения интенсивности излучения I в каждом пикселе изображения с течением времени. Ее текущее значение сравнивается с бегущим средним $\langle I \rangle = \sum I/N$, оцениваемым по некоторому количеству (скажем, при $N = 100$, что соответствует временному окну в 13 секунд) предшествующих кадров, и выборочной дисперсией

$$\sigma_I = \sqrt{\left(\sum I^2 - \left(\sum I \right)^2 / N \right) / (N - 1)},$$

и определяется значимость его отклонения от среднего $A = (I - \langle I \rangle) / \sigma_I$. Затем все пиксели, имеющие высокую значимость, группируются в пространственно-связные кластеры — наблюдаемые объекты. Некоторые из них — к примеру, одиночные события — отсеиваются как шумовые.

После выделения всех объектов на данном кадре проводится сравнение их положений с траекториями транзиентов, выделенных ранее (все объекты предполагаются движущимися, неподвижные при этом считаются движущимися с нулевой скоростью). Обнаружение объекта на трех последовательных кадрах (на временной шкале 0.4 секунды) достаточно для суждения о его принадлежности к одному из трех возможных классов — «шумовых» событий, если объект исчезает после одного кадра, движущихся объектов, если

он показывает статистически значимое изменение положения, либо неподвижных транзиентов. Случаи вспышек медленно движущихся высокоорбитальных искусственных спутников выделяются путем сравнения положения транзиентов с данными из регулярно обновляемых каталогов орбитальных элементов спутников [21].

Выделение метеоров, однако, требует несколько иного подхода, поскольку, как правило, они видны лишь на одном — двух кадрах. Более того, скорости их движения существенно выше таковых у искусственных спутников. Подобные события выделяются по высокой яркости и протяженности.

Астрометрическая и фотометрическая привязки выполняются регулярно (для камеры TORTORA — раз в минуту, так как альт-азимутальная монтировка приводит к систематическому вращению поля зрения) посредством отдельной процедуры фотометрирования всех звезд на кадре при помощи программы SExtractor [22] и отождествления их в каталоге Tycho-2 [23].

Таким образом, система анализа данных в реальном времени позволяет выделять и классифицировать любые достаточно яркие оптические транзиенты за 0.4 секунды после их появления и до момента падения их блеска ниже уровня обнаружения разностным методом. Пример такой достаточно короткой вспышки показан на рис. 7. После обнаружения и классификации информация о событии может передаваться в сеть для проведения его детального исследования. Кроме того, все полученные в реальном времени данные о транзиенте, включая его кривую блеска, траекторию, а также изображения его окрестностей, могут сохраняться для дальнейшего изучения.

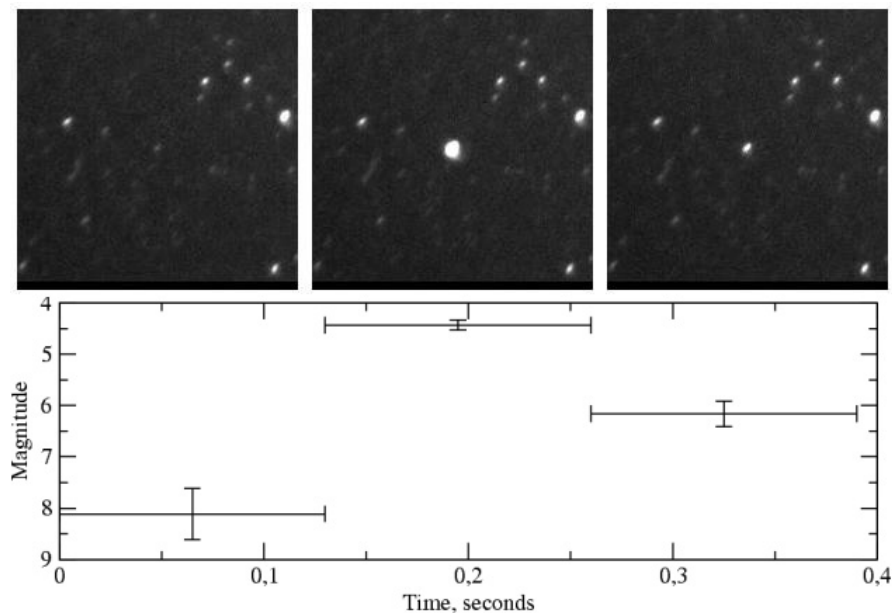


Рис. 7. Пример короткой вспышки (результат вращения высокоорбитального спутника), зафиксированной мониторинговой камерой. Полная длительность события — 0.4 секунды, оно обнаруживается на трех последовательных кадрах

4

Результаты, полученные камерой TORTORA

Широкопольная мониторинговая камера TORTORA эксплуатируется с июня 2006 года, и примерно половину всего доступного наблюдательного времени (когда телескоп REM не выполняет плановых наблюдений) проводит мониторинг областей небесной сферы, наблюдаемых в данный момент космическим аппаратом Swift, в соответствии с телеметрической информацией, распространяемой в реальном времени по сети GCN [24].

Каждую наблюдательную ночь камера фиксирует примерно 300 метеоров и 150 пролетов спутников различной яркости.

4.1. Наблюдения гамма-всплесков в реагирующем режиме

Благодаря автоматической реакции телескопа REM на сообщения об обнаружении гамма-всплесков космическими аппаратами, камера TORTORA смогла пронаблюдать области локализации трех гамма-всплесков спустя короткое время после их начала [25–27].

Сводка полученных в этих наблюдениях верхних пределов для блеска соответствующих оптических транзиентов приведена в табл. 3. Пределы на постоянную составляющую потока были получены по суммам 100 последовательных кадров, что соответствует эффективному временному разрешению 12.8 секунды.

Таблица 3

Верхние пределы на постоянную составляющую оптического потока, а также на синусоидальную переменную компоненту блеска возможных оптических транзиентов

Burst	Time since event (seconds)	12 s limit (100 frames)	Variability timescale (Hz)	Variability limit
GRB060719	59	12.4	0.01–3.5	15.3 ^m
GRB061202	92	11.3	0.1–3.5	14.0 ^m
GRB060719	118	11.3	0.01–3.5	16.4 ^m

4.2. Наблюдения гамма-всплеска GRB 080319B

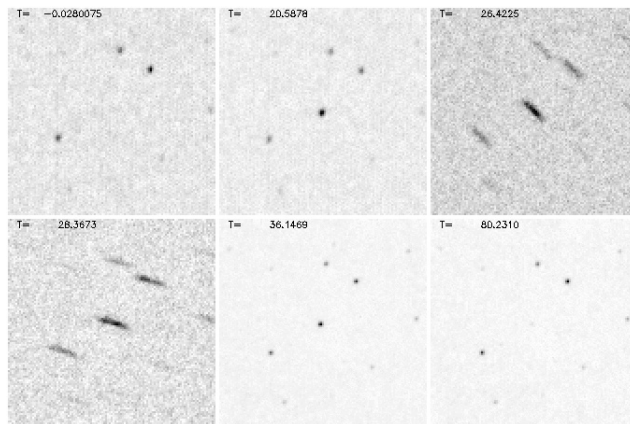


Рис. 8. Изображение оптического транзientа, связанного с гамма-всплеском GRB08-0319B, на разных стадиях его развития по результатам наблюдений камеры TORTORA. Приведены суммы 10 последовательных кадров с эффективным временным разрешением 1.3 секунды для момента начала гамма-события ($T = 0$ с), времени максимального блеска первого пика ($T = 20,5$ с), двух моментов в его середине ($T = 26,4$ с и $T = 28,4$ с), во время последнего пика ($T = 36$ с) и на стадии раннего послесвечения ($T = 80$ с). Размер поля составляет 2.5×2.5 градусов. Звездные профили на третьем и четвертом кадрах деформированы в процессе перенаведения роботического телескопа REM (с $T + 24$ с по $T + 31$ с), на котором установлена камера, по координатам всплеска, полученным с космического телескопа Swift. Исходное положение всплеска лежало на краю поля зрения камеры, в результате перенаведения оно сместилось к центру поля зрения, что привело к некоторому улучшению качества изображений

Дни 19 и 20 марта 2008 года оказались наиболее плодотворными для широкопольных мониторинговых систем по всему миру. Тогда, в течение 24 часов, были зарегистрированы 5 гамма-всплесков, один из которых, GRB080319B [28], оказался самым ярким из наблюдавшихся как в гамма, так и в оптическом диапазонах, и первым, который был независимо обнаружен наземными мониторинговыми системами. Область его локализации на небесной сфере наблюдалась до, во время и после гамма-события камерами «Pi of the Sky» [29], RAPTOR Q [30] и TORTORA [18].

Наша камера TORTORA проводила мониторинг области всплеска GRB-080319B [18, 19] начиная с 05:46:22 UT, примерно за полчаса до его начала (момент обнаружения его в гамма-диапазоне 06:12:49 UT), в течение его существования, а также на протяжении нескольких десятков минут после его окончания. В промежутке между 06:13:13 UT и 06:13:20 UT роботический

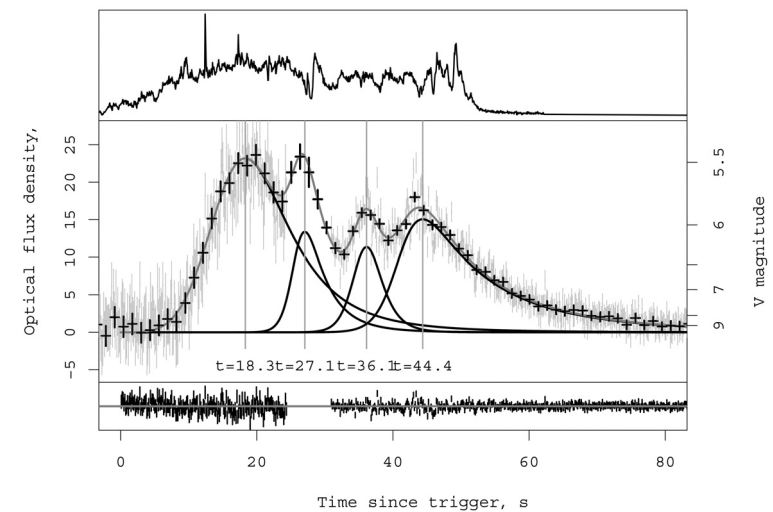


Рис. 9. Кривая блеска оптического компаньона гамма-всплеска GRB080319B по данным широкопольной камеры TORTORA. Гамма-излучение, представленное на верхней панели, начинается в момент $T \approx -4$ с и затухает на $T \approx 55$ с. Данные высокого временного разрешения (экспозиция 0.13 секунды, изображены серым цветом) доступны для всего периода гамма-активности за исключением интервала перенаведения телескопа REM ($24,5 \text{ с} < T < 31$ с), тогда как данные низкого разрешения, полученные по суммам каждых 10 последовательных кадров с эффективным временем экспозиции 1.3 секунды — для всей длительности события. Кривая блеска аппроксимирована четырьмя практически равноотстоящими пиками с параметрами, представленными в табл. 4; на нижней панели изображены невязки такой аппроксимации

телескоп REM произвел автоматическое перенаведение по координатам, полученным со спутника Swift [28], что переместило область события с края поля зрения камеры в его центр. Примеры изображений области события на разных его стадиях приведены на рис. 8.

Полученные камерой изображения были обработаны с помощью стандартной процедуры редукиции, состоящей из вычитания шумов ПЗС-матрицы и деления на плоское поле. Измерение потоков было проведено с использованием специализированной версии метода апертурной фотометрии и кода DAOPHOT пакета IRAF для всего набора данных, за исключением промежутка перенаведения. В этой фазе изображения как объекта, так и соседних звезд были деформированы из-за существенного их смещения за время экспозиции, что значительно понизило отношение сигнала к шуму. В результате на отдельных кадрах поток нельзя было уверенно измерить. Мы произвели сложение неперекрывающихся последовательностей из 10 кадров с соответствующим сдвигом, компенсирующим движение звезд. Для полученных изображений треков отношение сигнала к шуму примерно соответствует та-

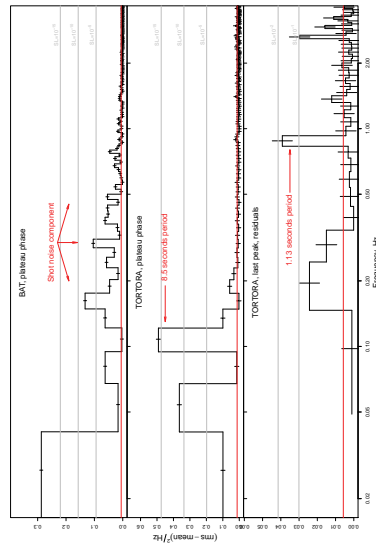


Рис. 10. Спектры мощности центральной части (от $T + 13$ с до $T + 50$ с) всплеска по данным гамма-телескопа Swift BAT (сумма всех спектральных каналов) и оптической камеры TORTORA, а также спектр мощности разностей оптической кривой блеска после вычитания гладкой аппроксимирующей функции, изображенной на рис. 9, для интервала последнего пика (с $T + 40$ с по $T + 50$ с). Линейный тренд был вычтен из всех кривых. Отсутствующая часть оптической кривой (интервал с $T + 24,5$ с по $T + 31$ с) высокого временного разрешения была заполнена гауссовским белым шумом с дисперсией, соответствующей таковой в остальной части данных, и средними значениями, лежащими на гладкой аппроксимирующей кривой. Ошибки и уровни значимости спектров оценивались бутстрап-методом — посредством генерации большого количества синтетических кривых блеска при случайном перемешивании величин интенсивности в исходной кривой, что полностью уничтожает ее временную структуру, сохраняя при этом распределение этих величин. Уровни значимости при этом соответствуют вероятности случайного появления значения, превышающего заданное, в любом из частотных бинов для спектра мощности полностью случайного процесса с выборочным распределением, совпадающим с наблюдаемым. Особенность в районе 9 секунд ясно видна в спектре мощности средней части кривой блеска, при уровне значимости около 10^{-15} , и соответствует четырем практически равноотстоящим пикам на кривой блеска. Низкочастотные компоненты как в оптическом, так и в гамма-спектрах соответствуют двум различным уровням интенсивности в кривых блеска. Особенность в спектре мощности разностной кривой с уровнем значимости $\sim 0,01$ может соответствовать периодической компоненте амплитудой 10% с периодом $\sim 1,13$ с, обнаруживающейся в течение последнего пика. Остальные интервалы разностной кривой блеска не показывают подобных особенностей

ковому на остальных участках кривой блеска (см. среднюю панель на рис. 9). Затем мы измерили потоки от объекта и соседних звезд на суммарных кад-

Таблица 4

Параметры оптимальной аппроксимации для разложения кривой блеска транзиента на 4 пика, описываемых выражением [31]

$$F = F_0 \left(\frac{t}{T_0} \right)^r \left(\frac{d}{d+r} + \frac{r}{d+r} \left(\frac{t}{T_0} \right)^{r+1} \right)^{-(r+d)/(r+1)},$$

и показанных на рис. 9. Здесь T_0 и F_0 соответствуют положению пика и его интегральному потоку, тогда как r и d — показатели степени для переднего и заднего фронтов соответственно. ΔT — расстояние между данным пиком и предыдущим. Вероятность случайного выпадения таких расстояний между пиками оценивалась путем вычисления статистики $(\Delta T_{1,2} \cdot \Delta T_{2,3} \cdot \Delta T_{3,4}) / \Delta T_{1,4}^3$ по 10^5 реализациям четверок пуассоновских пиков, и составила 10^{-3} .

T_0, s	F_0, Jy	r	d	$\Delta T, s$
18.3 ± 0.3	23.2 ± 0.6	4.0 ± 0.4	-5.4 ± 4.1	8.7 ± 0.4
27.0 ± 0.3	13.4 ± 3.4	24.8 ± 8.3	-9.7 ± 4.9	9.1 ± 0.4
36.1 ± 0.2	11.4 ± 1.7	25.9 ± 7.6	-22.0 ± 17	8.3 ± 0.5
44.4 ± 0.5	15.1 ± 1.8	21.9 ± 3.3	-5.1 ± 0.2	

рах посредством как апертурной фотометрии с эллиптическими апертурами, так и методом аппроксимации функции рассеяния точки. Оба метода дали согласующиеся друг с другом результаты. Мы отдельно проверили поведение потоков от звезд сравнения и не нашли в них никаких особенностей, которые поставили бы под сомнение точность фотометрии и переменность блеска объекта на данном интервале. Эффективное временное разрешение для него составило 1.3 секунды; для всех других фаз всплеска фотометрия проводилась как с высоким (0.13 секунды, отдельные кадры), так и с низким временным разрешением (1.3 секунды, суммы 10 последовательных изображений). Полученные инструментальные звездные величины затем были приведены к V-полосе Джонсоновской фотометрической системы путем нормирования на расположенные поблизости звезды каталога Tycho2 [23]. Сравнение полученной таким образом кривой блеска, приведенной на рис. 9, с данными других мониторинговых камер, наблюдавших это событие, таких, как «Pi of the sky» [29] и RAPTOR [30], показало хорошее совпадение результатов.

Оптическое излучение транзиента по данным камеры TORTORA уверенно обнаруживается, примерно с 10-й секунды после начала гамма-события. Его интенсивность возрастает как $\sim t^4$, достигает звездной величины $V \approx 5,5^m$, затем изменяется в полтора-два раза на временной шкале несколько секунд и, наконец, падает как $\sim t^{-4,6}$ вплоть до ухода под предел чувствительности камеры спустя примерно сто секунд. Гамма-излучение при этом заканчивается на 57 секунде с начала события.

На кривой блеска транзиента выделяются четыре пика близкой амплитуды, длительности и формы. Мы аппроксимировали их суммой четырех кривых, каждая из которых гладко соединяет два степенных выражения,

описывающих передней и задней фронты, соответственно [31]. Параметры этих кривых приведены в табл. 4. Интервалы между максимумами пиков оказываются практически одинаковыми — около 8.5 секунд, что соответствует 4.4 секундам при красном смещении GRB 190308B $z=0.937$ [19]. Вероятность случайной комбинации таких интервалов между четырьмя пиками составляет 10^{-3} (см. табл. 4). В спектре мощности центральной части кривой блеска также присутствует выброс на частоте, соответствующей интервалу между пиками, при уровне значимости 10^{-15} (см. среднюю панель на рис. 10). Таким образом, можно утверждать, что нами обнаружена периодичность вариаций оптического излучения транзиента на временной шкале в несколько секунд.

Спектр мощности гамма-излучения, найденный по данным детектора BAT космического телескопа Swift, изображенный на верхней панели рис. 10, не показывает явно выделенных деталей на данной частоте. Это может объясняться существенным вкладом стохастической переменности, имеющей вид дробового шума, в частотном интервале от десятков секунд до долей секунды [32], что может скрывать периодическую структуру на очень большой амплитуде в случае мультипликативного характера шума.

Для анализа переменности кривой блеска на малых временах мы вычли из нее гладкую кривую, представляющую четыре пика согласно проведенной ранее аппроксимации, и исследовали их разность, изображенную на нижней панели рис. 9. Фурье-анализ различных ее интервалов выявил признаки периодических вариаций интенсивности во время последнего пика, в интервале от $T + 40$ с до $T + 50$ с (см. рис. 10). В остальных фазах кривой блеска нет признаков существенной переменности на частотах 0.1–3.5 Гц (0.3–10 с) с мощностью, превышающей 15 % до перенаведения и 10 % — после. Чтобы исключить аппаратную природу обнаруженных периодических вариаций, мы провели аналогичный анализ для звезд сравнения и уровня фона, который не показал наличия подобных особенностей.

Уровень значимости этого пика на спектре мощности примерно равен 1 %. Период и амплитуда соответствующей синусоидальной компоненты, полученные аппроксимацией методом нелинейного МНК, составляют 1.13 с (0.6 секунды в системе отсчета всплеска) и 9 %, соответственно.

Для сравнения временной структуры кривых блеска в оптическом и гамма-диапазонах мы провели кросс-корреляционный анализ средней части всплеска, исключая очевидным образом скоррелированные участки нарастания и спада интенсивности [33] (см. рис. 11). Корреляция между данными высокого временного разрешения не превышает 0.5 за счет существенного вклада в диапазоне 0.1–1 с шумовой компоненты как в оптической (ошибки измерения), так и в гамма (физическая высокочастотная переменность типа дробового шума [32]). Для данных низкого разрешения с шагом 0.13 с коэффициент корреляции, напротив, достигает 0.82 при сдвиге оптической кривой на 2 секунды назад по отношению к гамма-излучению (см. рис. 11). Соответствующим образом переразбитая кривая блеска в гамма-диапазоне показывает те же четыре практически равноотстоящих пика, что и оптическая.

Запаздывание $\Delta t \approx 2$ оптического излучения по отношению к гамма-эмиссии с неизбежностью свидетельствует, что они генерируются в различных частях выброса, при этом оптические кванты выходят с расстояния от центра на $\Delta R \approx 2c\Gamma^2\Delta t(1+z)^{-1} = 1.5 \cdot 10^{16}\Gamma_{500}^2$ см дальше, где Γ_{500} — Лоренц-фактор выброшенного вещества в единицах 500 [34, 35].

Особенности, обнаруженные нами в излучении этого всплеска, ясным образом противоречат моделям генерации излучения, основанным на различных видах взаимодействия внутри одного ансамбля электронов и излучаемых ими фотонов (синхротронные и обратные комптоновские механизмы) [19, 36, 37], модели с двумя внутренними ударными волнами — прямой и обратной [38], а также модели с релятивистской турбулентностью в выбросе [39]. С другой стороны, крутизна передних фронтов и практически одинаковая длительности всех четырех оптических вспышек противоречат модели внешней ударной волны, как прямой, так и обратной, в качестве источника оптического излучения [40].

На настоящий момент были предложены две модели, основанные на внутренних ударных волнах, в которых оптическое и гамма излучения генерируются синхротронным механизмом в различных частях выброса — чем больше энергия кванта, тем ближе к центральному источнику он испускается. Это модели «остаточных столкновений» [35] и значительной нейтронной компоненты в выбросе [41]. В этих сценариях гамма-кванты испускаются на расстоянии 10^{14} – 10^{15} см от центра за счет нагрева электронов на фронтах ударных волн, порождаемых при столкновении протонных оболочек, выброшенных из центрального источника. В рамках первой модели оптические кванты образуются в оптически тонкой плазме при столкновении «остаточных» оболочек — результатов слияний отдельных групп исходных — на существенно больших, $\gtrsim 10^{16}$ см, расстояниях [35]. В модели же с существенной нейтронной компонентой оптическое излучение генерируется электронами, испущенными при β -распаде нейтронов, которые достигают расстояний $R_d \sim 10^{16}$ см не взаимодействуя с другими компонентами выброса. Продукты такого распада, протоны и электроны, сталкиваются с позднее выброшенными из центрального источника быстрыми протонными оболочками, что приводит к формированию вторичных ударных волн, нагревающих электроны, которые генерируют синхротронное излучение. Обе модели объясняют наблюдаемое двухсекундное запаздывание периодических пиков в оптической кривой блеска по отношению к таковым в гамма-диапазоне, а также ее существенно большую сглаженность на временной шкале 0.1–1 с в сравнении с сильнопеременным на этих временах гамма излучением [32]. С другой стороны, огромное различие оптического и гамма потоков ($F_o/F_\gamma \sim 10^3$) [19] легче интерпретировать в модели с нейтронной компонентой [41]. Более того, существенная доля нейтронов в выбросе практически неизбежна в случае ярких гамма-всплесков типа GRB080319B [42, 43]. Таким образом, эта модель является предпочтительной, и наши результаты могут служить сильным свидетельством в пользу существования значительной нейтронной компоненты в выбросе.

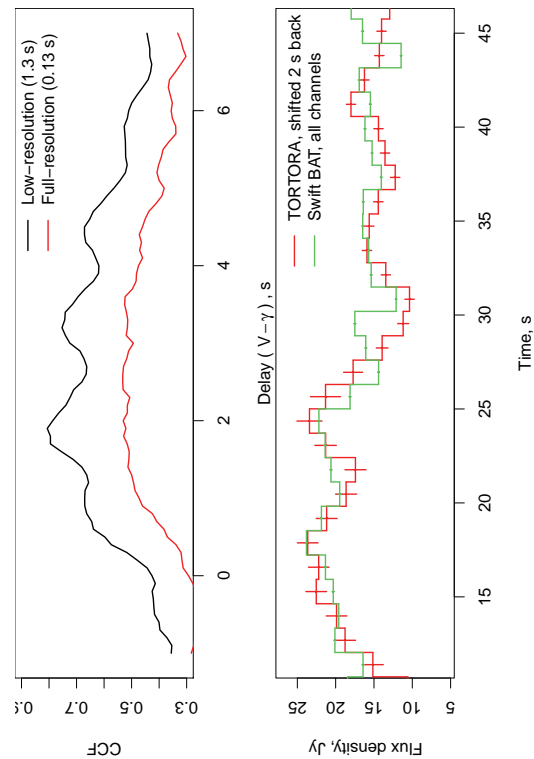


Рис. 11. Верхняя панель — кросс-корреляция гамма-кривой блеска по данным Swift-BAT (сумма всех спектральных каналов) и оптической кривой блеска по данным камеры TORTORA как с полным (0.13 с), так и с низким (1.3 с) временным разрешением. Для анализа использована лишь центральная часть всплеска, за исключением фаз нарастания и спада излучения. Коэффициент корреляции вычислялся для каждого значения сдвига путем переразбиения соответствующим образом сдвинутой гамма-кривой блеска к бином оптической. Пиковая корреляция для данных высокого временного разрешения (0.13 с) существенно ниже, чем для низкого (1.3 с), из-за их более высокой зашумленности. Квази-периодические вариации величины корреляции связаны с переходом острого пика кривой блеска в гамма-диапазоне на $T + 30$ с через границы отдельных бинов. Нижняя панель — оптическая кривая блеска низкого разрешения, сдвинутая на 2 секунды назад, а также соответствующим образом переразбитая кривая блеска в гамма-диапазоне. Коэффициент корреляции r при этом близок к 0,82 при уровне значимости $5 \cdot 10^{-7}$

Следует отметить, что вывод о генерации оптического и гамма-излучения на разных расстояниях от центрального источника является прямым следствием обнаруженного нами сходства структур оптической и гамма-кривых блеска. Он не зависит ни от конкретных механизмов преобразования кинетической энергии выброса во внутреннюю энергию частиц, ни от ме-

ханизмов излучения последних. Такой эффект не может быть следствием вариаций плотности или скорости вещества внутри выброса, таких, как наблюдавшиеся на временах десятки минут в послесвечениях некоторых других всплесков [44, 45]. Практически невозможно представить такое поведение, в особенности — периодическое, совпадающее в различных частях релятивистского выброса, разнесенных на расстояние около 10^{16} см. Таким образом, неизбежно заключение о том, что наблюдаемые нами вариации имеют общее происхождение — а именно, периодическую активность центрального источника (каждый оптический пик при этом соответствует одному эпизоду активности).

Обнаруженная переменность потока излучения выброшенного вещества может быть проявлением нестационарной аккреции, обусловленной периодически развивающейся гравитационной неустойчивостью [46] горячих внутренних частей массивного (около одной массы Солнца) аккреционного диска, вращающегося вокруг черной дыры с массой три солнечных, образовавшейся в результате коллапса ядра массивной звезды [47, 48]. Такой диск должен содержать существенную долю нейтронов [43]. Четыре видимых в оптической кривой блеска пика отражают четыре эпизода аккреционной активности, приводящей к струйному выбросу вещества. Газ из внутренних частей диска, фрагментированный за счет различных неустойчивостей, образует отдельные оболочки внутри выброса, столкновения которых порождают внутренние ударные волны. Более того, полусекундные вариации интенсивности, видимые на последних стадиях всплеска, могут быть следствием прецессии Лензе—Тирринга внутренних частей аккреционного диска.

5

Широкопольная мониторинговая система следующего поколения

Очевидна важность дальнейшего развития методологии широкопольного поиска быстрых оптических транзиентов в двух направлениях. Во-первых, необходимо улучшать проникание системы как минимум на 2–3 звездных величины, сохраняя, или даже расширяя при этом размер ее поля зрения. Это может достигаться использованием многообъективных (или многотелескопных) конфигураций, путем уменьшения поля зрения отдельного инструмента и, таким образом, увеличения его углового разрешения [49]. Для преодоления существенного вклада шумов считывания ПЗС-матриц, необходимо либо увеличивать их квантовый выход и коэффициент усиления электронно-оптического преобразователя, либо использовать малощумящие ПЗС-матрицы с внутренним усилением. Вторым важным направлением развития является измерение цветов и поляризации обнаруженных транзиентов.

Одна из возможных схем многообъективной мониторинговой системы на основе ПЗС-матриц с внутренним усилением, способной приносить многоцветную и поляриметрическую информацию о транзиенте, приводится ниже.

5.1. Базовый 3x3 блок

Предлагаемый проект имеет модульную структуру и состоит из отдельных базовых блоков, содержащих по 9 объективов и установленных на отдельных экваториальных монтировках (см. рис. 12). Каждый из объективов помещен в карданный подвес, управляемый двумя приводами, и может переориентироваться независимо от остальных. Кроме того, каждый объектив снабжен набором цветных и поляризационных фильтров, которые могут вводиться в световой пучок в процессе наблюдений. Это позволяет быстро переходить от широкопольного мониторинга без фильтров к узкопольным наблюдениям, когда все объективы направлены на одну область, к примеру — содержащую только что обнаруженный транзиент, и регистрируют ее во всех возможных комбинациях цветных и поляризационных фильтров (см. рис. 13). Одновременное наблюдение транзиента всеми объективами в одном фильтре также возможно для повышения точности фотометрии за счет суммирования их данных.

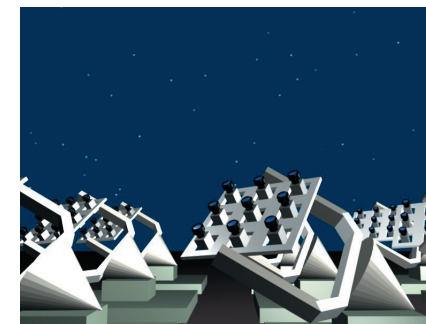
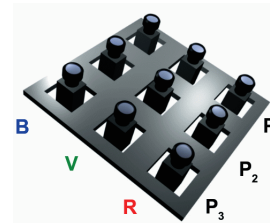


Рис. 12. Слева — базовый 3x3 блок. Каждый объектив оснащен набором сменных цветных и поляризационных фильтров, которые могут быть оперативно введены в световой пучок, и может перенаводиться независимо от остальных. Справа — примерный вид полной мониторинговой системы, состоящей из множества базовых блоков, размещенных на отдельных экваториальных монтировках

Каждый объектив снабжен быстрой ПЗС-матрицей с внутренним усилением, имеющей пренебрежимо малые шумы считывания даже на большой кадровой частоте. Возможные варианты массово производимых ПЗС-матриц и объективов приведены на рис. 14.

Поток данных с каждого канала такой системы, составляющий около 20 мегабайт в секунду, собирается выделенным компьютером, сохраняющим его на жесткий диск, а также производящим его анализ в реальном времени методом, аналогичным описанному для камер FAVOR и TORTORA. Работа системы в целом координируется выделенным компьютером, получающим информацию об обнаруженных транзиентах от отдельных каналов и контролирующим смену наблюдательных режимов.

Каждый базовый блок в широкопольном мониторинговом режиме имеет поле зрения около 260 квадратных градусов (720 при использовании объективов Canon) и проникание в B -полосе $\sim 14,5^m$ за 0.1 секунды (13^m для Canon). Сложение последовательных кадров позволяет достичь проникания вплоть до 17^m для экспозиции 10 секунд, и вплоть до $19,5^m$ — для 1000 секунд ($15,5^m$ и 18^m при использовании объективов Canon, соответственно). В режиме узкого поля, при наблюдениях отдельных объектов, размер поля зрения уменьшается до 30 квадратных градусов (80 для Canon), а проникание зависит от выбора комбинации спектральных и поляризационных фильтров, варианты которых приведены в табл. 5. Помимо этого, для ярких событий возможна реализация режима высокого временного разрешения в случае, если ПЗС-матрица поддерживает считывание в узком окне на повышенной кадровой частоте (к примеру, для матрицы Andor iXon^{EM}+888 возможна кад-

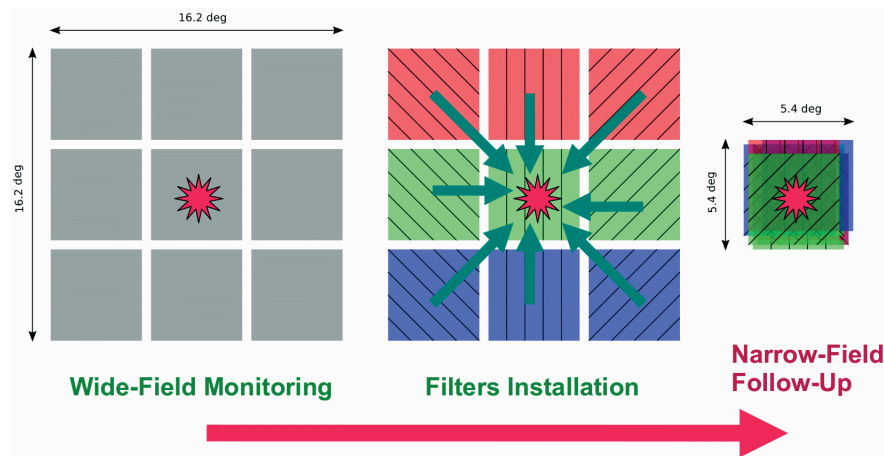


Рис. 13. Различные режимы функционирования базового блока. Слева — режим широкопольного мониторинга в белом цвете либо в одном из цветочных фильтров. Посередине — введение в световой пучок цветочных и поляризационных фильтров как первый шаг после обнаружения оптического транзиента. Справа — перенаведение всех объективов на поле, содержащее транзиент, для получения информации о нем в трех различных фотометрических полосах при трех ориентациях плоскости поляризации (показанных различными направлениями штриховки) одновременно. Точное время, необходимое для перехода из одного режима в другой, зависит от аппаратной конфигурации, но, ожидается, что оно не будет превосходить 0.3 секунды

Таблица 5

Проницание в звездных величинах для базового блока в узкопольном режиме при различных комбинациях фотометрических и поляризационных фильтров при использовании объективов Marshall Electronics. Для случая объективов Canon все пределы оказываются примерно на 1.5^m ниже

Экспозиция, с	Без фильтра / В	В + 3 поляризации	BVR	BVR + 3 поляризации
0.1	15.7	13.0	15.0	12.5
10	18.2	15.2	17.5	15.0
1000	20.7	17.9	20.0	17.5

ровая частота вплоть до 65 Герц в поле 128x128 без биннинга, либо вплоть до 310 Гц — с биннингом 8x8).

5.2. Система в целом

Полная система состоит из набора базовых блоков, установленных на отдельных экваториальных монтировках и работающих совместно. Их коли-



Рис. 14. Возможные массово производимые комплектующие для проектируемой системы. Слева — ПЗС-матрица с внутренним усилением Andor iXon^{EM}+888 с форматом 1024x1024 пикселя размером 13 мкм каждый. Посередине — объектив Canon EF 85 f/1.2 L USM II, способный процировать поле размером 9x9 градусов при масштабе 31"/пиксель на эту матрицу. Справа — объектив Marshall Electronics 140mm f/1.0, который дает поле 5.4x5.4 градусов при масштабе 19"/пиксель

чество может быть произвольным — чем больше, тем полнее покрытие небесной сферы и лучше проницание в узкопольном режиме.

К примеру, конфигурация из 8 базовых блоков покрывает 2100 квадратный градус (5700 градусов при использовании объективов Canon) на небе одновременно в широкопольном мониторинговом режиме, что позволяет проводить обзор всей доступной полусферы дважды за ночь, оставаясь на каждой площадке по полчаса. В узкопольном режиме, при совмещении информации от всех 72 каналов, проницание достигает от 17.2^m до 19.7^m для эффективных экспозиций от 0.1 до 10 секунд (пределы при использовании объективов Canon равны 15.5^m и 18.2^m , соответственно). Объем данных, получаемых за ночь такой системой, составляет около 40 Терабайт, которые обрабатываются в реальном времени по мере поступления. Эффективность системы при наблюдениях объектов различных типов иллюстрирует рис. 15, где показаны возможности некоторых существующих и проектируемых широкопольных мониторинговых систем.

При стоимости объектива 2 тысячи евро, ПЗС-матрицы — 45 тысяч, одного компьютера — тысяча евро и монтировки — 26 тысяч, стоимость базового блока оказывается около 500 тысяч евро, тогда как конфигурации из 8 блоков — около 5 миллионов евро.

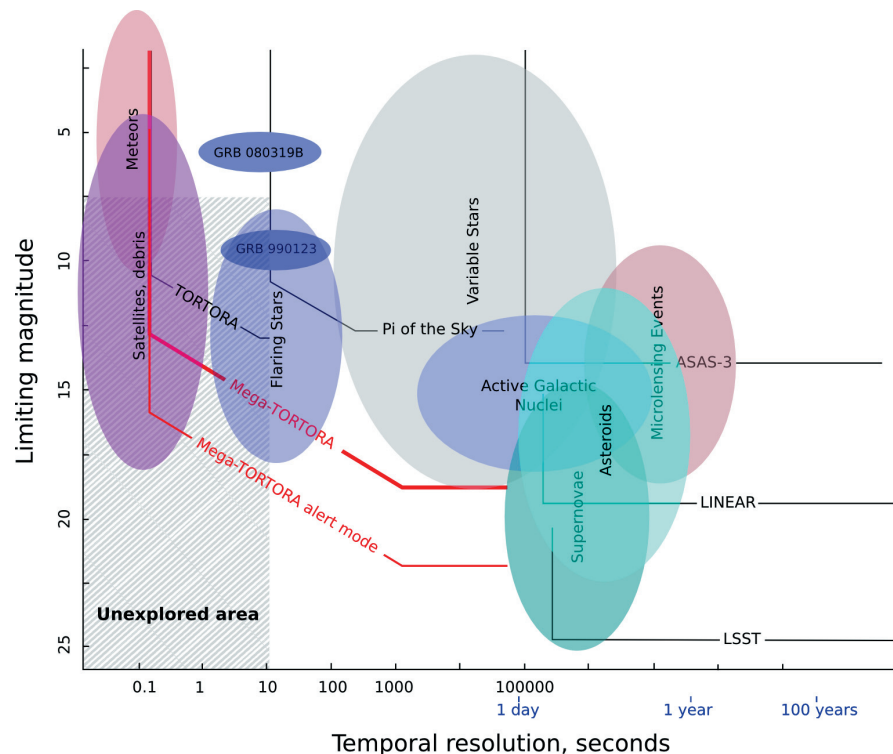


Рис. 15. Эффективность предлагаемой мониторинговой системы для наблюдений различных классов объектов в сравнении с таковой для других инструментов, как функционирующих в настоящее время (ASAS-3, LINEAR, Pi of the Sky, FAVOR/TORTORA), так и планирующихся на будущее (LSST)

5.3. Прототип системы

В качестве прототипа многообъективной мониторинговой системы нами, при финансовой поддержке РФФИ, разрабатывается комплекс, состоящий из 9 объективов Canon с относительным отверстием 1/1.2 и фокусным расстоянием 85 мм, снабженных набором спектральных и поляризационных фильтров, а также оснащенных электронно-оптическими преобразователями с арсенид-галлиевыми фотокатодами, имеющими квантовый выход около 30% на длине волны 4500Å. Электронно-оптические преобразователи эффективно укорачивают фокусное расстояние системы в 2 раза, а также позволяют подавить шумы считывания быстрых ПЗС-матриц Sony ICX285AL. В результате этого поле зрения отдельного канала оказывается около 100 квадратных градусов (900 градусов для всей системы) при пронациании $B \sim 12.5^m$ за 0.1 секунду (предельная величина улучшается вплоть

до $B \sim 15^m$ при сложении 100 последовательных кадров, что соответствует эффективному временному разрешению 10 секунд). Сведение всех каналов в одно поле позволяет получить предел $B \sim 13.5^m$ за 0.1 секунду и $B \sim 16^m$ — за 10 секунд.

В силу небольшого числа каналов и использования объектива малого диаметра система-прототип получила название Mini-MegaTORTORA. С другой стороны, в процессе реализации проекта идеальная схема прибора, приведенная в предыдущих разделах, претерпела существенные изменения.

Прежде всего мы отказались от «кассетного» принципа конструирования базового блока, при котором девять объективов с детекторами, будучи закрепленными в индивидуальных карданных подвесах, образуют единую конструкцию, закрепленную на одной монтировке. Компьютерное моделирование и натурные эксперименты продемонстрировали большую эффективность системы с попарной установкой каналов на стандартной монтировке типа EQ-6 (рис. 16).

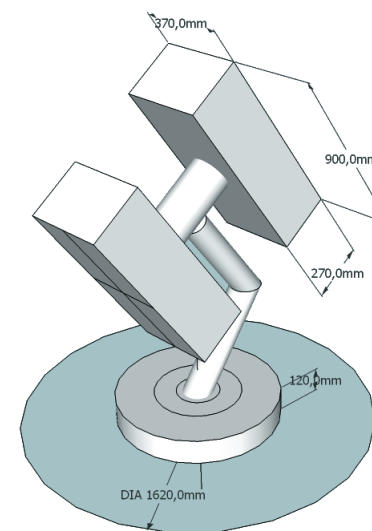


Рис. 16. Установка двух каналов на монтировке

При этом изменение положения полей зрения каналов обеспечивается подвижными плоскими зеркалами, поворачивающимися по двум координатам на ± 10 угл. градусов на временной шкале 0.3–0.5 секунды.

Принципиальная схема канала регистрации и характеристики его компонентов приведены на рис. 17 и в табл. 6, канал в сборе изображен на рис. 18. В настоящее время завершается реализация шестиканальной версии прибора, фотографию всех каналов можно увидеть на рис. 19. Введение в строй

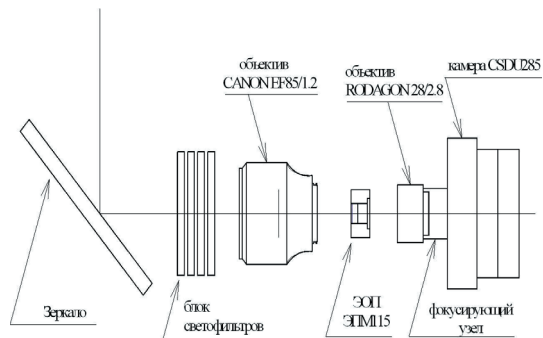


Рис. 17. Принципиальная схема канала регистрации

Таблица 6

Технические параметры отдельного канала Mini-MegaTORTORA

Главный объектив		ЭОП		ПЗС-матрица	
Диаметр	71 мм	Фотокатод	GaAs	Модель	SONY 2/3" IXL285interline
Фокус	85 мм	Диаметр	17.5 мм	Размеры	1388x1036 пикселей
D/F	1/1.2	Усиление	40 000	Масштаб	30 – 40"/пиксель
Поле зрения	10x10 град	Масштабирование	1/1	Экспозиция	0.128–10 секунд
		Квантовый выход	30 % на 4500Å	Размер пикселя	6.45 мкм

системы Мини-Мегаторта-6 планируется на конец лета 2013 года, прибор будет установлен на территории метеостанции вблизи поселка Мазагон (Испания), где регистрируется около 300 ясных ночей за год.

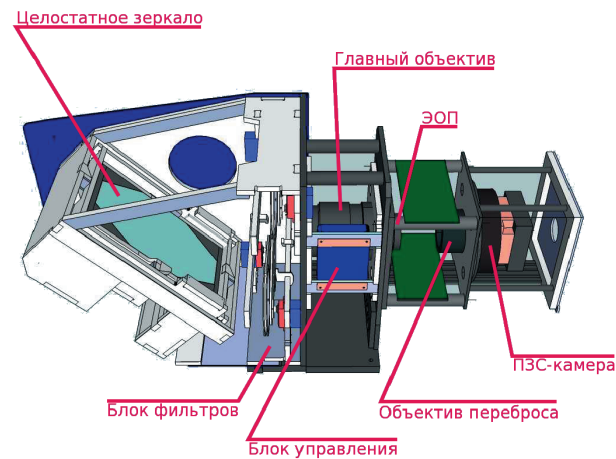


Рис. 18. Канал в сборе



Рис. 19. Все каналы

6

Мечты о будущем совершенстве — многоканальный оптический телескоп SAINT (Small Aperture Imaging Network Telescope)

В заключительной части лекции мы предадимся безудержным мечтаньям. Относятся они к новому, на наш взгляд, этапу в телескопостроении, реализация которого позволит получить принципиально новую информацию о нестационарных процессах во Вселенной. Мы вкратце опишем проект многотелескопного комплекса, являющийся естественным продолжением обсуждавшихся выше принципов и конструкций.

6.1. Цели проекта

Назначение инструмента — обнаружение и исследование быстропротекающих явлений в ближнем и дальнем космическом пространстве. Основным режимом наблюдений является оптический мониторинг небесной сферы с высоким временным разрешением.

SAINT состоит из 100–250 малых телескопов (поле зрения каждого 4–10 кв. градусов), его полное поле зрения — 1000–2000 квадратных градусов, и временное разрешение — 0.1 секунды.

В режиме мониторинга телескоп аккумулирует информацию обо всех стационарных и транзитных (во времени и пространстве) источниках оптического излучения, локализованных на небесной полусфере (20 000 кв. град.), вплоть до 22–23 зв. величины за одну ночь наблюдений, — каждое поле размером около 1000 кв. град. наблюдается в течение получаса единожды за ночь.

При обнаружении оптического транзиента все телескопы комплекса за доли секунды переориентируются на область его локализации для детального исследования (поляризационного, фотометрического, спектроскопического). В этом (исследовательском) режиме SAINT эквивалентен телескопу 4–5 метрового диаметра и может использоваться для решения всех стандартных астрофизических задач.

В процессе мониторинга выполняется основная цель — обнаружение новых и исследование уже известных нестационарных объектов различной

природы и локализации. Впервые в мире будет получена непрерывно обновляющаяся динамическая картина как ближнего, так и дальнего космического пространства с субсекундным временным разрешением.

Исследуемые объекты относятся к следующим категориям (здесь мы уточняем данные с рис. 1):

- Ближнее космическое пространство (NEO)
 - Объекты искусственного происхождения (АО) спутники (около 10 000 прохождений за ночь), космический мусор — элементы конструкций размерами 1–100 см (около 2000 за ночь)
 - Метеоры (около 100 000 за ночь)
- Солнечная Система
 - Астероиды (около 50 000 новых за год)
 - Кометы (около 1000 за год)
- Наша Галактика (около 500 миллионов звезд доступных для наблюдений)
 - Вспыхивающие звезды (около 5000 новых объектов)
 - Новые (около 100 за год)
 - Покрытия звезд экзопланетами (10–20 систем за год)
 - Переменные звезды (около 10 миллионов новых объектов)
 - Эффекты микролинзирования звезд (МАСНО) (около сотни событий за год)
- Метагалактика
 - Ядра активных галактик, квазары, блазары (3 000 000)
 - Вспышки сверхновых (около 10 000 за год)
 - Оптические компаньоны гамма-всплесков (около 10 вспышек за год)

6.2. Принципиальные отличия телескопа от других оптических инструментов

- Предельно высокое временное разрешение (0.1 с), сочетающееся с большим полем зрения (1000 кв. град.) и достаточно глубоким пределом (16–17 зв. вел. за 0.1 с). Практически ни один из упомянутых типов переменных объектов такой яркости не исследовался на временах короче 10 секунд. Однако именно этот диапазон является критическим для изучения начальных фаз взрывов сверхновых и новых звезд, тонкой структуры кривых блеска оптических транзиентов, сопровождающих гамма-всплески, не говоря уже о метеорах и космическом мусоре.
- Универсальность метода наблюдений и первичной обработки накопленной информации позволит использовать одни и те же массивы данных для обнаружения и изучения объектов различных типов, решения разных астрофизических задач, всегда, тем не менее, связанных с быстропротекающими процессами.

- Обработка и анализ результатов мониторинга в режиме реального времени, а также в течение долей секунды при обнаружении и идентификации транзиентов. Это позволит информировать других астрономов о вновь вспыхнувшем источнике и перейти к его детальному изучению до затухания.
- Возможность перехода за доли секунды к режиму детального исследования объекта, в котором все малые телескопы ориентированы на одну область (4–10 кв. град.), что увеличивает чувствительность системы на 3 зв. величины и позволяет определять спектральные и поляриметрические характеристики транзиента. С этой целью каждый телескоп снабжен набором BVR фильтров и различно ориентированными поляроидами либо спектрофотополариметром.

6.3. Некоторые особенности конструкции и программного обеспечения телескопа

6.3.1. Конструкция

Телескоп состоит из 100–250 малых телескопов с апертурой 20–40 см и светосилой 1:1.2–1:2.0, каждый из которых снабжен 1 или 4 EMCCD-камерами формата 1024x1024 элементов с высоким квантовым выходом (90%), частотой считывания 10 Гц и шумом считывания меньше 0.5 электрона. При размере пикселя 13 мкм (5–11 угл. с.) площадь поля зрения отдельного телескопа составляет от 4 до 10 кв. градусов. Параметры SAINT при использовании различных малых телескопов представлены в табл. 7.

Базовый модуль (минимальная конфигурация) инструмента состоит из 9 телескопов, каждый из которых снабжен набором светофильтров (BVR) и трех поляроидов с различными ориентациями и установлен на отдельной экваториальной монтировке (рис. 20). Последняя должна иметь максимально возможную скорость перенаведения (30–40 град/с), для увеличения которой можно использовать схему с целостатным зеркалом у малого телескопа. Полная конфигурация телескопа состоит из 11–28 базовых модулей

Сбор данных с каждого канала проводится с помощью отдельного промышленного компьютера. Управление телескопом в целом осуществляется с помощью специализированного компьютера и математического обеспечения.

Телескоп может функционировать в двух режимах — мониторинговом и исследовательском. В первом случае поле зрения составляет 900–2000 кв. град при пределе (5 сигм) 16–17 В-величина за 0.1 с. Переход в исследовательский режим для подробного изучения объекта осуществляется после его обнаружения перенаведением всех телескопов на одно поле за 0.2–0.3 с — в этой моде измеряются цвета и поляризация транзиента с пределом около 17–19 зв. вел. за 0.1 с.

В исследовательском режиме возможно увеличение временного разрешения до 5 мс при уменьшении поля зрения матрицы в 16 раз.

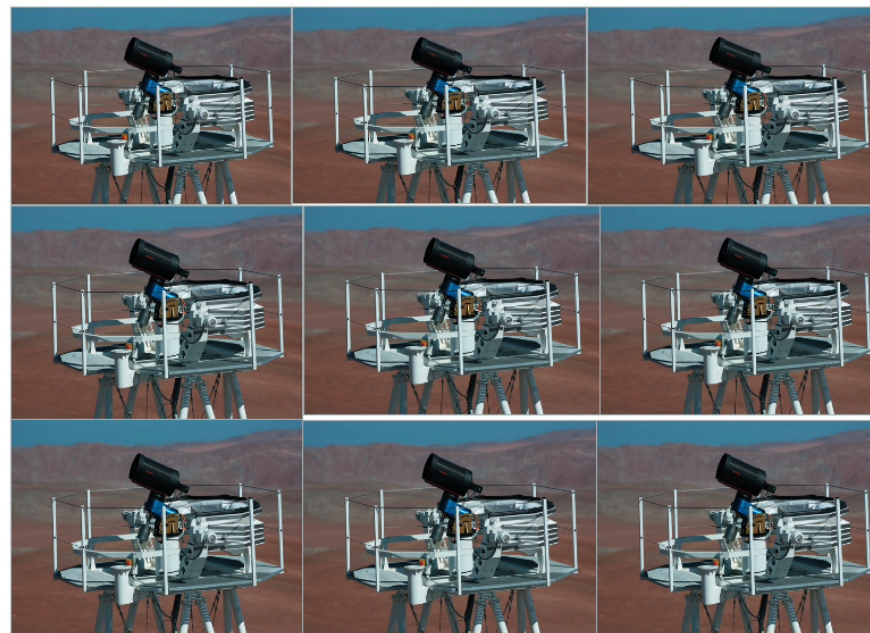


Рис. 20. Базовый модуль телескопа SAINT, состоящий из 9 каналов

В принципе, каждый объектив может быть укомплектован многомодовым фотоспектрополариметром [50], позволяющим проводить и щелевую спектроскопию относительно неподвижных объектов.

Предлагаемый проект телескопа не имеет аналогов среди существующих оптических инструментов. Близкий принцип, однако, реализован в радиотелескопе Аллена, а также планируется для SKA.

6.3.2. Математическое обеспечение

Комплекс алгоритмов и программ для текущей и апостериорной обработки данных должен позволять автоматически обнаруживать как неподвижные, так и движущиеся транзиенты, идентифицировать их (находить в каталогах известных источников либо относить к вновь обнаруженным), определять параметры и принимать решение о возможном переходе к исследовательскому режиму. Апостериорный анализ позволит суммировать последовательные кадры, доводя предел обнаружения до 23–24 зв. вел. за 25–30 мин, отождествлять объекты разных типов, определять параметры их переменности (см. табл. 7).

Информационная система комплекса выполняет также следующие задачи:

Таблица 7

Возможные варианты параметров телескопа SAINT. Приведены диаметр канала D и эффективный диаметр всего телескопа D_{eff} , светосила D/F , угловой размер пиксела на небе λ , число CCD на канал и число каналов в целом, предельные проникания на различных временных шкалах и эффективность мониторинга E

D/D_{eff}	D/F	λ угл. сек.	Число CCD	Число каналов	Ω/Ω_{total}	Проникание 0.1с 10с 1000с			E
40	1/1.2	5.6	4	100	10	16.7	19.2	21.7	1
400					1000	19.2	21.7	24.2	
30	1/1.2	7.45	1	250	4.5	16.1	18.6	21.1	0.47
475					1122	19.0	21.5	24.0	
25	1/2	5.36	4	100	9.3	16.2	18.7	21.2	0.48
250					930	18.7	21.2	23.7	
20	1/1.2	11.7	1	250	10.1	15.2	17.7	20.2	0.31
316					2525	18.2	20.7	23.2	
19	1/2	7.1	1	250	4.0	15.6	18.1	20.6	0.23
300					1000	18.6	21.1	23.6	

- Поддержка баз данных для каждого типа уже известных объектов, текущее сравнение полученных характеристик с информацией из других каталогов и баз данных.
- Поддержка базы данных для вновь обнаруженных объектов, детальное изучение их свойств, сравнение с результатами наблюдений в других диапазонах, выводы об их природе.
- Поддержка специализированной базы данных для транзиентов, отнесенных к космическому мусору, анализ динамики этой быстроэволюционирующей совокупности объектов, построение ее статистической модели и разработка методов прогнозирования ее свойств.

В информационном плане SAINT является автономной роботизированной системой, способной выполнять широкий круг изначально сформулированных задач в оптимальном режиме, учитывая изменения условий внешней среды и полученные в ходе функционирования результаты.

Из табл. 8 следует, что SAINT по эффективности превосходит все обзорные инструменты, будучи сравнимым с ними по цене. Исключением является запланированный для ввода в строй в конце 2021 года широкопольный телескоп LSST, стоимость которого на порядок выше.

Таблица 8

Сравнение эффективности различных телескопов (A — зфф. площадь, Ω — площадь поля зрения)

Телескоп	Эфф. диаметр, м.	Ω , кв. град ² .	$A\Omega$
LINEAR	1.0	2.0	1.5
SDSS	2.5	3.9	6.0
CFHT	3.6	1	8.0
SUBARU	8.1	0.2	8.8
Pan-STARRS	3.6	7	60
LSST	6.5	9.6	190
SAINT	0.3–4.7	4.5–1125	79.5

6.4. Ожидаемые результаты реализации проекта

Основной результат — создание инструмента нового типа для обнаружения и исследования быстропеременных (во времени и пространстве) источников оптического излучения заранее неизвестной локализации. В конечном итоге будет построена общая выборка объектов, переменных на временах вплоть до долей секунды. В дальнем космосе будут обнаружены и исследованы сотни тысяч нестационарных объектов известной природы и тысячи — неизвестной.

По существу, речь идет о создании универсальной системы контроля космического пространства, способной решать задачи по обеспечению глобальной космической безопасности.

Несомненную инновационную ценность будет представлять совокупность данных о космическом мусоре. Изучение его характеристик, разработка оптимальных методов прогнозирования его динамики могут быть использованы при планировании космических полетов, выборе траекторий различных миссий.

Разработка конструкции и создание сотен светосильных телескопов с диаметром 20–40 см сможет существенно стимулировать развитие отечественного телескопостроения.

Благодарности. Работа была поддержана грантами РФФИ (No. 04–02–17 555, 06–02–08 313, 09–02–12 053 и 12–02–00 743-A), INTAS (04–78–7366), CRDF (No. RP1–2394–MO-02), грантом Progetti Pluriennali 2003 Болонского университета, программой Президиума РАН, а также грантом Европейского Союза (283 783, проект GLORIA). Г. Б. также благодарит за поддержку фонд Карипло и Landau Network–Cenro Volta. С. К. был поддержан грантом фонда «Династия» для молодых ученых. Авторы также благодарны фонду «Династия» за приглашение прочесть лекцию.

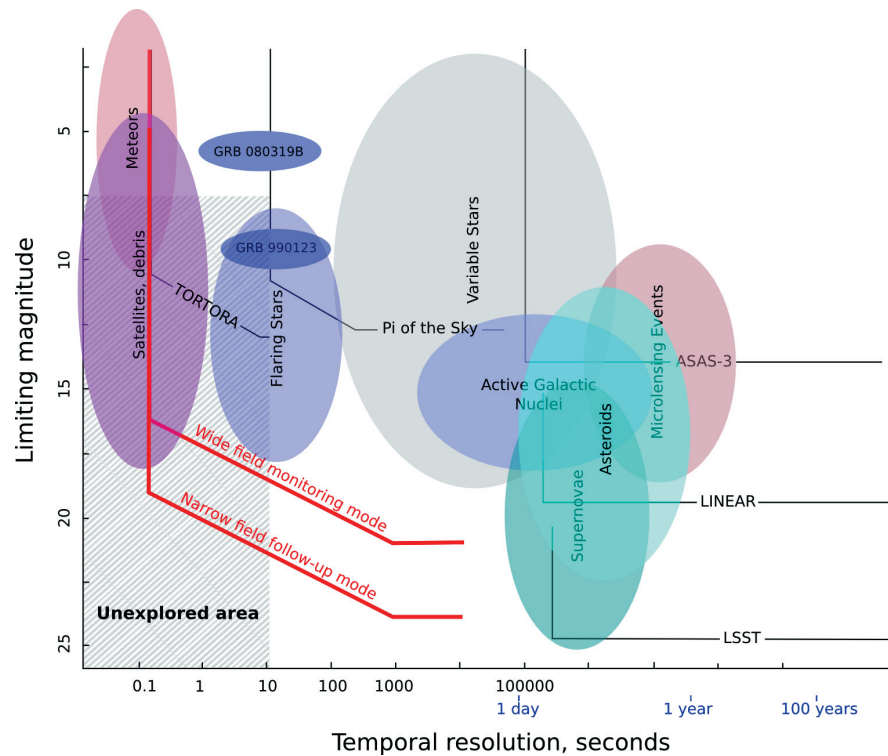


Рис. 21. Эффективность телескопа SAINT для наблюдений различных классов объектов в сравнении с таковой для других инструментов, как функционирующих в настоящее время (ASAS-3, LINEAR, Pi of the Sky, FAVOR/TORTORA), так и планирующихся на будущее (LSST)

Литература

1. Bondi H. Astronomy of the Future. *Q. J. R. Astron. Soc.*, 11:443, 1970.
2. Schaefer B. Celestial Optical Flash Rate — Predictions and Observations. *AJ*, 11:1363–1369, 1985.
3. Schaefer B. Optical Flash Background Rates. *A&A*, 174(1–2):338–343, 1987.
4. Tamagawa T., Usui F., Urata Y., Abe K., Onda K., Tashiro M., Terada Y., Fujiwara H., Miura N., Hirose S., Kawai N., Yoshida A., Mori M., and Makishima K. The search for optical emission on and before the GRB trigger with the WIDGET telescope. *Nuovo Cimento C*, 28:771–774, July 2005.
5. Borozdin K. N., Brumby S. P., Galassi M. C., McGowan K., Starr D., Vestrand T., White R., Wozniak P., and Wren J. A. Real-Time Detection of Optical Transients with RAPTOR. In J.-L. Starck and F. D. Murtagh, editors, *Astronomical Data Analysis II*, volume 4847 of *Proceedings of the SPIE*, pages 344–353, December 2002.
6. Castro-Tirado A. J., Soldán J., Bernas M., Páta P., Rezek T., Hudec R., T. J. Mateo Sanguino, de La Morena B., Berná J. A., Rodríguez J., Peña A., Gorosabel J., Más-Hesse J. M., and Giménez A. The Burst Observer and Optical Transient Exploring System (BOOTES). *A&AS*, 138:583–585, September 1999.
7. Burd A., Cwiok M., Czyrkowski H., Dabrowski R., Dominik W., Grajda M., Husejko M., Jegier M., Kalicki A., Kasproicz G., Kierzkowski K., Krupka K., Kwiecinska K., Mankiewicz L., Nawrocki K., Pilecki B., Piotrowski L. W., Pozniak K., Romaniuk R., Salanski R., Sokolowski M., Szczygiel D., Wrochna G., and Zabolotny W. Pi of the Sky all-sky, real-time search for fast optical transients. *New Astronomy*, 10:409–416, April 2005.
8. Shvartsman V. F., Beskin G. M., Gershberg R. E., Plakhotnichenko V. L., and Pustilnik L. A. Minimum Rise Times in UV–Ceti Type Flares. *Soviet Astronomy Letters*, 14:97, March 1988.
9. McBreen S., Quilligan F., McBreen B., Hanlon L., and Watson D. Temporal properties of the short gamma-ray bursts. *A&A*, 380:L31–L34, December 2001.
10. Afanasiev V. L., Kalenichenko V. V., and Karachentsev I. D. Detection of an intergalactic meteor particle with the 6-m telescope. *Astrophysical Bulletin*, 62:301–310, December 2007.
11. Beskin G. M., Plokhotnichenko V., Bartolini C., Guarnieri A., Masetti N., Piccioni A., Shearer A., Golden A., and Auriemma G. Catching the light curve of flaring GRBs: The opportunity offered by scanning telescopes. *A&AS*, 138:589–590, September 1999.
12. Eichler D. and Beskin G. Optical SETI with Air Cerenkov Telescopes. *Astrobiology*, 1(4):489–493, December 2001.
13. Zolotukhin I., Beskin G., Biryukov A., Bondar S., Hurley K., Ivanov E., Karpov S., Katkova E., and Pozanenko A. Optical camera with high temporal resolution to search for transients in the wide field. *Astronomische Nachrichten*, 325:675–675, October 2004.
14. Karpov S., Beskin G., Biryukov A., Bondar S., Hurley K., Ivanov E., Katkova E., Pozanenko A., and Zolotukhin I. Optical camera with high temporal resolution to search for transients in the wide field. *Nuovo Cimento C*, 28:747–750, July 2005.
15. Molinari E., Bondar S., Karpov S., Beskin G., Biryukov A., Ivanov E., Bartolini C., Greco G., Guarnieri A., Piccioni A., Terra F., Nanni D., Chincarini G., Zerbi F. M., Covino S., Testa V., Tosti G., Vitali F., Antonelli L. A., Conconi P., Malaspina G., Nicastro L., and Palazzi E. TORTOREM: two-telescope complex for detection and investigation of optical transients. *Nuovo Cimento B*, 121(12):1525–1526, 2006.
16. Zerbi F. M., Chincarini G., M. Rodonó, Antonelli A., Burderi L., Campana S., Conconi P., Covino S., Cutispoto G., Ghisellini G., Lazzati D., Martinetti E., Molinari E., Sardone S., Stella L., and Vitali F. REM — Rapid Eye Mount. A Fast Slewing Robotized Telescope to Monitor the Prompt Infra-red Afterglow of GRBs. In E. Costa, F. Frontera, and J. Hjorth, editors, *Gamma-ray Bursts in the Afterglow Era*, page 434, 2001.
17. Beskin G., Bad'in V., Biryukov A., Bondar S., Chntonov G., Debur V., Ivanov E., Karpov S., Katkova E., Plokhotnichenko V., Pozanenko A., Zolotukhin I., Hurley K., Palazzi E., Masetti N., Pian E., Nicastro L., Bartolini C., Guarnieri A., Piccioni A., Conconi P., Molinari E., Zerbi F. M., Brosch N., Eichler D., Shearer A., Atteia J.-L., and Boer M. FAVOR (FASt Variability Optical Registration) — A two-telescope complex for detection and investigation of short optical transients. *Nuovo Cimento C*, 28:751–754, July 2005.
18. Karpov S., Beskin G., Bondar S., Bartolini C., Greco G., Guarnieri A., Nanni D., Piccioni A., Terra F., Molinari E., Chincarini G., Zerbi F. M., Covino S., Testa V., Tosti G., Vitali F.,

- Antonelli L. A., Conconi P., Cutispoto G., Malaspina G., Nicastro L., Palazzi E., Meurs E., and Goldoni P. Grb 080 319b: Tortora synchronous observation. *GRB Coordinates Network Circular*, 7452:1, 2008.
19. Racusin J. L., Karpov S. V., Sokolowski M., Granot J., Wu X. F., Pal'shin V., Covino S., van der Horst A. J., Oates S. R., Schady P., Smith R. J., Cummings J., Starling R. L. C., Piotrowski L. W., Zhang B., Evans P. A., Holland S. T., Malek K., Page M. T., Vetere L., Margutti R., Guidorzi C., Kamble A. P., Curran P. A., Beardmore A., Kouveliotou C., Mankiewicz L., Melandri A., O'Brien P. T., Page K. L., Piran T., Tanvir N. R., Wrochna G., Aptekar R. L., Barthelmy S., Bartolini C., Beskin G. M., Bondar S., Bremer M., Campana S., Castro-Tirado A., Cucchiara A., Cwiok M., D'Avanzo P., D'Elia V., Della Valle M., de Ugarte Postigo A., Dominik W., Falcone A., Fiore F., Fox D. B., Frederiks D. D., Fruchter A. S., Fugazza D., Garrett M. A., Gehrels N., Golenetskii S., Gomboc A., Gorosabel J., Greco G., Guarnieri A., Immler S., Jelinek M., Kasproiwicz G., V. La Parola, Levan A. J., Mangano V., Mazets E. P., Molinari E., Moretti A., Nawrocki K., Oleynik P. P., Osborne J. P., Pagani C., Pandey S. B., Paragi Z., Perri M., Piccioni A., Ramirez-Ruiz E., Roming P. W. A., Steele I. A., Strom R. G., Testa V., Tosti G., Ulanov M. V., Wiersema K., Wijers R. A. M. J., Winters J. M., Zarnecki A. F., Zerbi F., Meszaros P., Chincarini G., and Burrows D. N. Broadband observations of the naked-eye gamma-ray burst grb 080 319b. *Nature*, 455:183–188, sep 2008.
 20. Beskin G., Karpov S., Bondar S., Greco G., Guarnieri A., Bartolini C., and Piccioni A. Fast Optical Variability of a Naked-eye Burst — Manifestation of the Periodic Activity of an Internal Engine. *ApJ*, 719:L10–L14, August 2010.
 21. American department of defense satellite ephemerides database. available at <http://www.space-track.org/>.
 22. Bertin E. and Arnouts S. SExtractor: Software for source extraction. *A&A*, 117:393–404, June 1996.
 23. Høg E., Fabricius C., Makarov V. V., Urban S., Corbin T., Wycoff G., Bastian U., Schwendiek P., and Wicenec A. The Tycho-2 catalogue of the 2.5 million brightest stars. *A&A*, 355:L27–L30, March 2000.
 24. Barthelmy S. D. Observing strategies using GCN. In C. A. Meegan, R. D. Preece, and T. M. Koshut, editors, *Gamma-Ray Bursts, 4th Huntsville Symposium*, volume 428 of *American Institute of Physics Conference Series*, pages 129–133, May 1998.
 25. Guarnieri A., Bartolini C., Beskin G., Bondar S., Greco G., Karpov S., Nanni D., Piccioni A., Terra F., Molinari E., Chincarini G., Zerbi F. M., Covino S., Testa V., Tosti G., Vitali F., Antonelli L. A., Conconi P., Cutispoto G., Malaspina G., Nicastro L., Palazzi E., Meurs E., and Goldoni P. GRB 060 719: TORTOREM optical upper limits. *GRB Coordinates Network Circular*, 5372:1, 2006.
 26. Karpov S., Beskin G., Bondar S., Bartolini C., Greco G., Guarnieri A., Nanni D., Piccioni A., Terra F., Molinari E., Chincarini G., Zerbi F. M., Covino S., Testa V., Tosti G., Vitali F., Antonelli L. A., Conconi P., Cutispoto G., Malaspina G., Nicastro L., Palazzi E., Meurs E., and Goldoni P. GRB 061 202: TORTOREM optical upper limits. *GRB Coordinates Network Circular*, 5897:1, 2006.
 27. Karpov S., Beskin G., Bondar S., Bartolini C., Greco G., Guarnieri A., Nanni D., Piccioni A., Terra F., Molinari E., Chincarini G., Zerbi F. M., Covino S., Testa V., Tosti G., Vitali F., Antonelli L. A., Conconi P., Cutispoto G., Malaspina G., Nicastro L., Palazzi E., Meurs E., and Goldoni P. GRB 061 218: TORTOREM optical upper limits. *GRB Coordinates Network Circular*, 5941:1, 2006.
 28. Racusin J. L., Gehrels N., Holland S. T., Kennea J. A., Markwardt C. B., Pagani C., Palmer D. M., and Stamatikos M. GRB 080 319B: Swift detection of an intense burst with a bright optical counterpart. *GRB Coordinates Network Circular*, 7427:1, 2008.
 29. Cwiok M., Dominik W., Kasproiwicz G., Majcher A., Majczynya A., Malek K., Mankiewicz L., Molak M., Nawrocki K., Piotrowski L. W., Rybka D., Sokolowski M., Uzycki J., Wrochna G., and Zarnecki A. F. GRB 080 319B prompt optical observation by Pi-of-the-Sky. *GRB Coordinates Network Circular*, 7439:1, 2008.
 30. Wozniak P., Vestrand W. T., Wren J., and Davis H. GRB 080 319B: RAPTOR observations of a naked eye burst. *GRB Coordinates Network Circular*, 7464:1, 2008.
 31. Kocevski R., Ryde F., and Liang E. Search for relativistic curvature effects in gamma-ray bursts pulses. *ApJ*, 596:389–400, 2003.
 32. Margutti R., Guidorzi C., Chincarini G., Pasotti F., Covino S., and Mao J. Temporal variability of GRB early X-ray afterglows and GRB080 319B prompt emission. In Y.-F. Huang, Z.-G. Dai, and B. Zhang, editors, 2008 *NANJING GAMMA-RAY BURST CONFERENCE*, volume 1065 of *American Institute of Physics Conference Series*, pages 259–262, October 2008.
 33. Beskin G., Karpov S., Bondar S., Greco G., Guarnieri A., Bartolini C., Piccioni A., Molinari E., and Chincarini G. TORTORA discovery of Naked-Eye Burst fast optical variability. In Y.-F. Huang, Z.-G. Dai, and B. Zhang, editors, 2008 *NANJING GAMMA-RAY BURST CONFERENCE*, volume 1065 of *American Institute of Physics Conference Series*, pages 251–254, October 2008.
 34. Piran T. The physics of gamma-ray bursts. *Reviews of Modern Physics*, 76:1143–1210, January 2005.
 35. Li Z. and Waxman E. Prompt optical emission from residual collisions in gamma-ray burst outflows. *ApJ*, 674:65–68, 2008.
 36. Kumar P. and Panaitescu A. What did we learn from gamma-ray burst 080 319B? *MNRAS*, 391:L19–L23, November 2008.
 37. Fan Y.-Z. and Piran T. High-energy γ -ray emission from gamma-ray bursts — before GLAST. *Frontiers of Physics in China*, 3:306–330, September 2008.
 38. Yu Y. W., Wang X. Y., and Dai Z. G. Optical and γ -ray Emissions from Internal Forward-Reverse Shocks: Application to GRB 080 319B? *ApJ*, 692:1662–1668, February 2009.
 39. Kumar P. and Narayan R. GRB 080 319B: evidence for relativistic turbulence, not internal shocks. *MNRAS*, pages 374–+, March 2009.
 40. Zou Y.-C., Piran T., and Sari R. Clues from the Prompt Emission of GRB 080 319B. *ApJL*, 692:L92–L95, February 2009.
 41. Fan Y.-Z., Zhang B., and Wei D.-M. Naked-eye optical flash from gamma-ray burst 080 319B: Tracing the decaying neutrons in the outflow. *Phys. Rev. D*, 79(2):021 301–+, January 2009.
 42. Derishev E. V., Kocharovsky V. V., and Kocharovsky V. V. The Neutron Component in Fireballs of Gamma-Ray Bursts: Dynamics and Observable Imprints. *ApJ*, 521:640–649, August 1999.
 43. Pruet J., Woosley S. E., and Hoffman R. D. Nucleosynthesis in Gamma-Ray Burst Accretion Disks. *ApJ*, 586:1254–1261, April 2003.
 44. Jakobsson P., Hjorth J., Ramirez-Ruiz E., Kouveliotou C., Pedersen K., Fynbo J. P. U., Gorosabel J., Watson D., Jensen B. L., Grav T., Hansen M. W., Michelsen R., Andersen M. I., Weidinger M., and Pedersen H. Small-scale variations in the radiating surface of the GRB 011 211 jet. *New Astronomy*, 9:435–442, July 2004.

45. Bersier D., Stanek K. Z., Winn J. N., Grav T., Holman M. J., Matheson T., Mochejska B., Steeghs D., Walker A. R., Garnavich P. M., Quinn J., Jha S., Cook K. H., Craig W. W., Meintjes P. J., and Calitz J. J. The Unusual Optical Afterglow of the Gamma-Ray Burst GRB 021 004: Color Changes and Short-Timescale Variability. *ApJL*, 584:L43–L46, February 2003.
46. Masada Y., Kawanaka N., Sano T., and Shibata K. Dead zone formation and nonsteady hypercritical accretion in collapsar disks: a possible origin of short-term variability in the prompt emission of gamma-ray bursts. *ApJ*, 663:437–444, Jul 2007.
47. Woosley S. Gamma-ray bursts from stellar mass accretion disks around black holes. *ApJ*, 405:273–277, 1993.
48. Zhang W., Woosley S. E., and Heger A. The Propagation and Eruption of Relativistic Jets from the Stellar Progenitors of Gamma-Ray Bursts. *ApJ*, 608:365–377, June 2004.
49. Beskin G., V. de-Bur, Karpov S., Plokhotnichenko V., and Bondar S. Search for optical signals from extra-terrestrial intelligence at SAO RAS: past, present and future. *Bulletin of Special Astrophysical Observatory*, 60–61:217–225, 2007.
50. Plokhotnichenko V. L., Beskin G. M., de Bur V. G., Karpov S. V., Bad'in D. A., Lyubetskaya Z. V., Lyubetskij A. P., and Pavlova V. V. High-temporal resolution multimode photospectropolarimeter. *Astrophysical Bulletin*, 64:308–316, July 2009.



Рис. 4 (стр. 51). Пример сильного гравитационного линзирования. Голубые дужки — изображения далеких галактик, искаженные при линзировании на близком скоплении галактик 0024+1654 (hubblesite.org/gallery/album/)

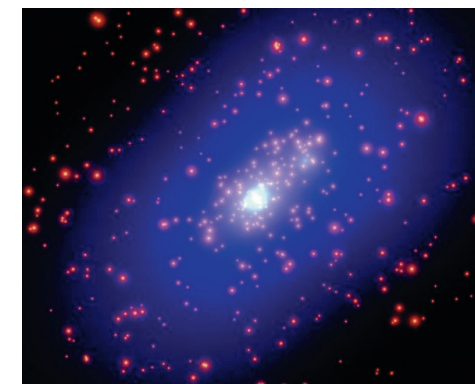


Рис. 6 (стр. 53). Скопление галактик C10024+1654. Голубым цветом окрашено распределение темной материи, восстановленное по гравитационному линзированию (antwrp.gsfc.nasa.gov/apod/ap030814.html)



Рис. 7 (стр. 54). Пример слабого гравитационного линзирования. Скопление галактик 1E 0657–56. Голубым цветом выделено восстановленное распределение темной материи, розовым — распределение горячего газа, полученное по рентгеновскому изображению скопления (antwrp.gsfc.nasa.gov/apod/ap080823.html)

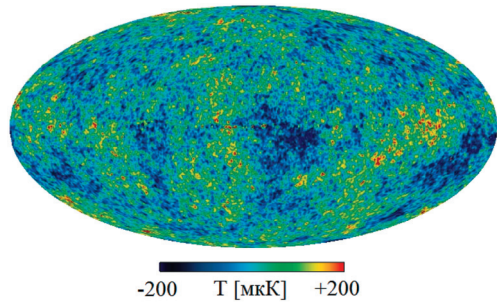


Рис. 4 (стр. 81). Карта анизотропии температуры реликтового излучения на сфере последнего рассеяния $z = 1100$ (по данным [12])

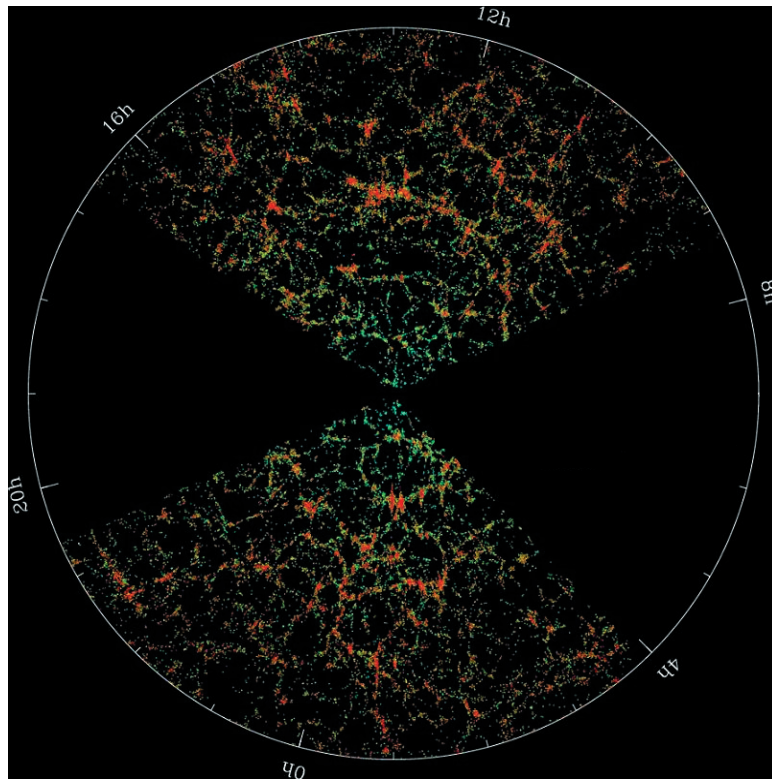


Рис. 5 (стр. 82). Верный срез распределения галактик в пространстве по данным каталога SDSS (<http://www.sdss.org>). Глубина галактического каталога 600 Мпк, ширина среза $2,5^\circ$, по внешней окружности обозначено прямое восхождение галактик

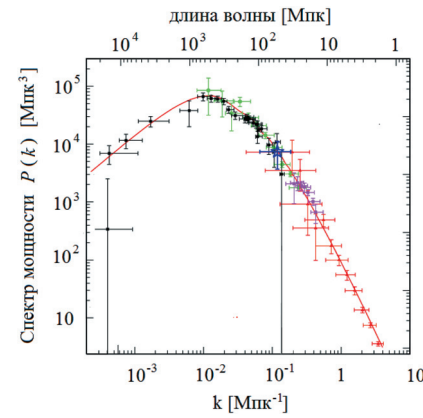


Рис. 6 (стр. 83). Спектр $P(k)$ линейных возмущений плотности в послерекombинационной Вселенной, восстановленный из наблюдательных данных и экстраполированный к современной эпохе (по работе [17])

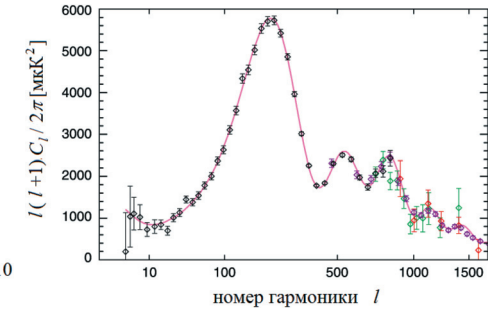


Рис. 8 (стр. 86). Спектр анизотропии реликтового излучения [15]

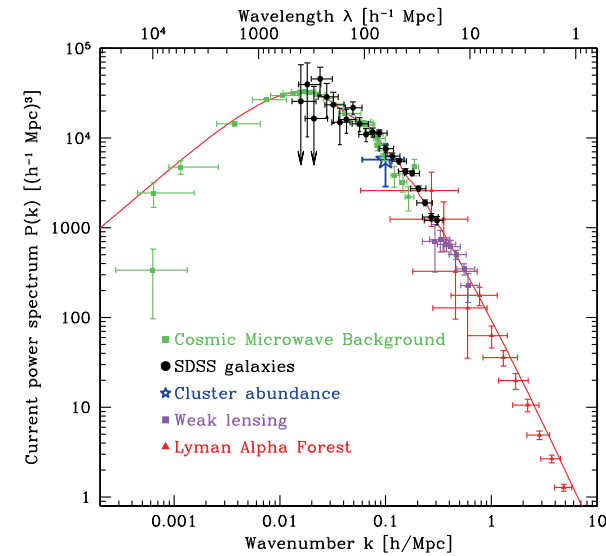


Fig. 1 (стр. 178). Power spectrum of density perturbations, measured by various methods and translated to the present epoch by using the linearized theory [13]. k is the present wavenumber, and $h \approx 0,7$ is the dimensionless Hubble parameter at the present epoch

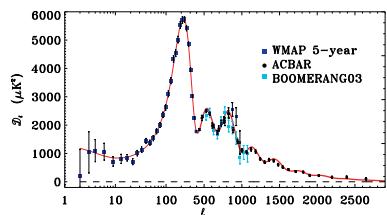


Fig. 4 (стр. 184). The angular spectrum of the CMB temperature anisotropy [14]. The quantity in vertical axis is ΔT_l defined in (II.3.12)

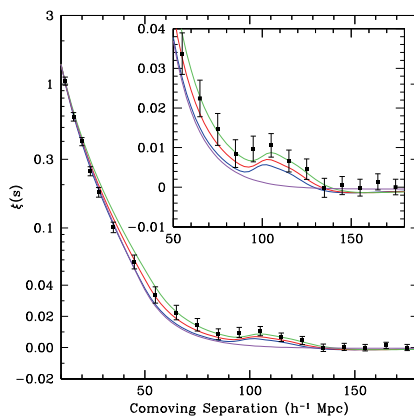


Fig. 7 (стр. 187). Baryon acoustic oscillations in galaxy correlation function [17]

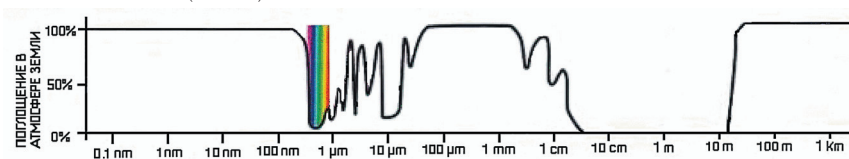


Рис. 1 (стр. 205). Окна прозрачности атмосферы в электромагнитном диапазоне. Рентгеновское и гамма-излучение доходит только до высот 30–40 км, основная часть УФ-диапазона поглощается озоновым слоем на высоте около 30 км. Первое узкое окно прозрачности пропускает видимый свет с примыкающими к нему УФ и ближним ИК, в котором у атмосферы есть несколько узких окон, обусловленных механизмами поглощения излучения молекулами воды и углекислого газа. Большая часть ИК-диапазона поглощается содержащимися в нижних слоях атмосферы водяным паром, углекислым газом и кислородом. Радиоастрономическое окно простирается от 1 см до 30 м. Более длинные радиоволны уже отражаются ионосферой

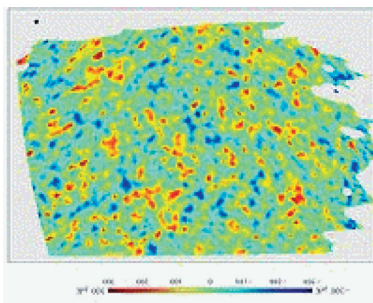


Рис. 36 (стр. 239). Карта CMB по данным эксперимента BOOMERanG. Рисунок воспроизведен с сайта http://www.astro.caltech.edu/~lgg/boomerang/boomerang_front.htm

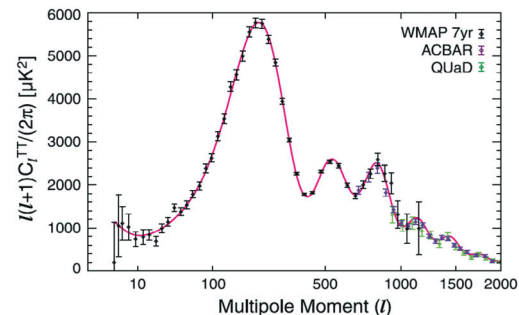
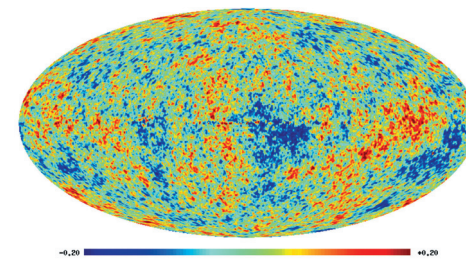


Рис. 38 (стр. 240). Вверху: карта CMB по данным WMAP 7-го года. Внизу: угловой спектр мощности CMB по данным WMAP 7-го года. Рисунки воспроизведены с сайта <http://lambda.gsfc.nasa.gov>

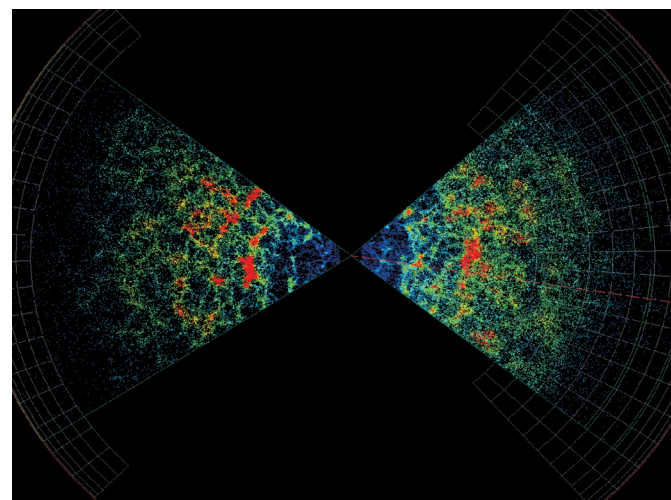


Рис. 18 (стр. 275). Крупномасштабная структура Вселенной по данным обзора 2dFGRS. Рисунок воспроизведен с сайта <http://astro.dur.ac.uk>

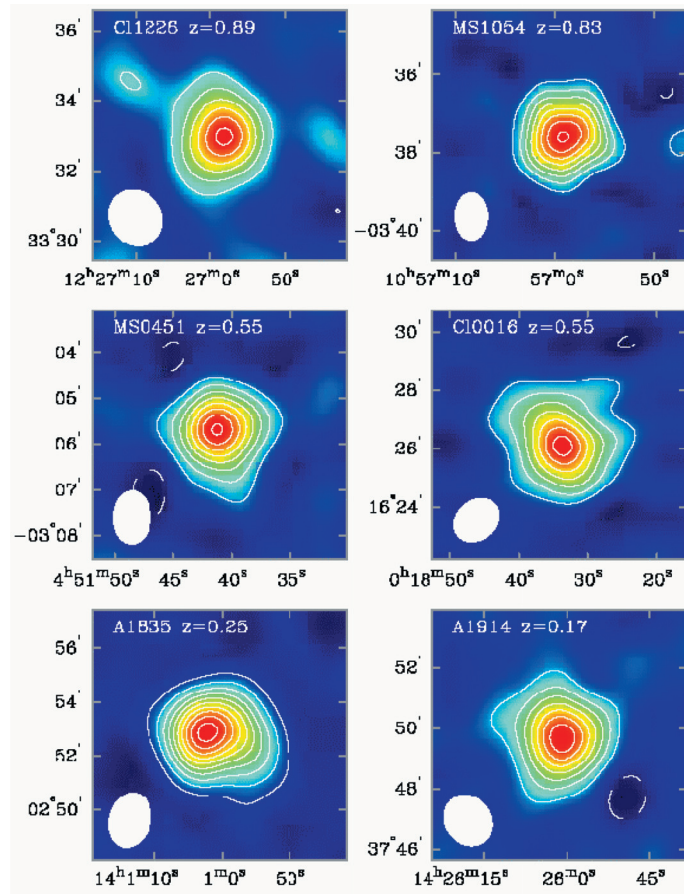


Рис. 23 (стр. 286). Восстановленные интерферометрические изображения эффекта Зельдовича—Сюнневича для разных скоплений галактик в диапазоне красных смещений $0,17 < z < 0,89$. Контуры проведены по уровням, пропорциональным 2σ . Контуры с отрицательными уровнями построены сплошными линиями. Полуширина синтезированной диаграммы направленности показана эллипсом в левом нижнем углу на каждом рисунке. Уровень шума σ на изображениях от 25 до 75 мкК. Точечные радиоисточники на изображениях удалены. Все показанные скопления имеют близкую рентгеновскую светимость и соответственно уровень эффекта, несмотря на различия в красном смещении в 5 раз. Это демонстрирует независимость эффекта от z . Рисунок воспроизведен из работы [96]

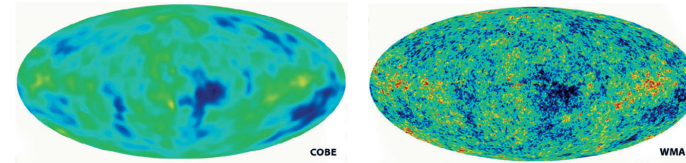


Рис. 4 (стр. 299). Карты COBE и WMAP (1-го года наблюдений). Рисунок воспроизведен с сайта <http://lambda.gsfc.nasa.gov>

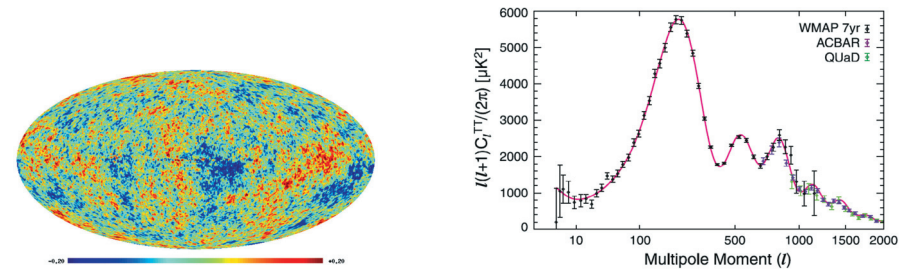


Рис. 6 (стр. 301). Слева: карта ИЛС СМВ, построенная по данным работы миссии WMAP 7-го года в галактических координатах. Рисунок приведен с разрешением до $\ell_{\max} = 150$. Справа: угловой спектр мощности $\ell(\ell + 1)C(\ell)/(2\pi)$ карты WMAP 7-го года наблюдений [20]. На рисунке также приведены результаты измерения углового спектра мощности флуктуаций температуры в экспериментах ACBAR [47] и QUaD [48] (показаны другим цветом). График построен в области мультиполей до $\ell < 2000$, где не столь высок вклад эффекта Зельдовича—Сюнневича и точечных источников. Сплошной линией показан модельный спектр для Λ CDM-космологии с параметрами, определенными на основе результатов миссии WMAP. Рисунок воспроизведен с сайта <http://lambda.gsfc.nasa.gov>

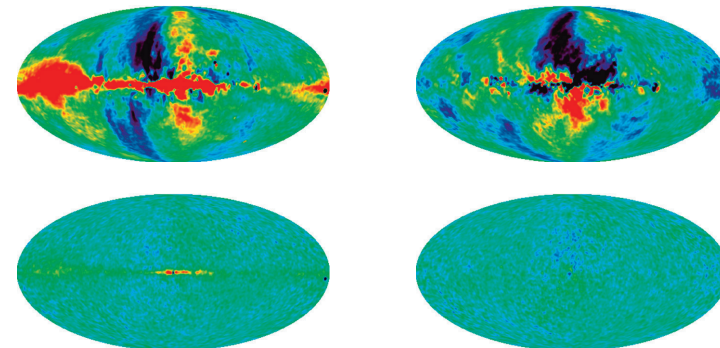


Рис. 7 (стр. 302). Сверху: поляризационные данные канала K. Снизу: поляризационные данные канала V. Слева: карты микроволнового излучения для параметра Стокса Q. Справа: карты для параметра Стокса U. Рисунок построен по данным с сайта <http://lambda.gsfc.nasa.gov>

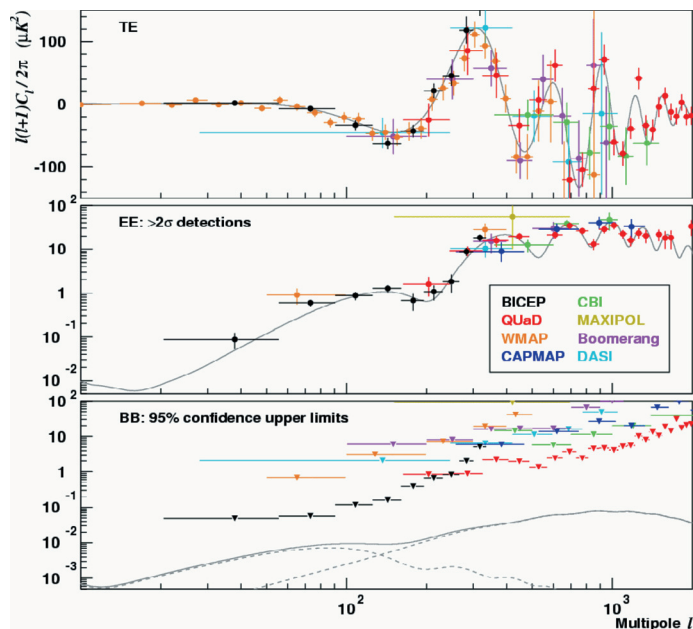


Рис. 8 (стр. 303). Поляризационные кросс-спектры: TE (сверху), EE (в центре), BB (снизу). Рисунок построен по данным с сайта <http://lambda.gsfc.nasa.gov>

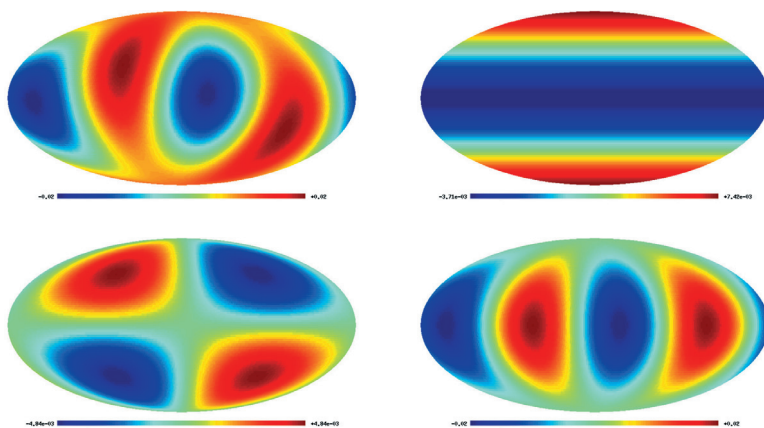


Рис. 9 (стр. 304). Квадруполь ($\ell = 2$) карты CMB WMAP 7-го года наблюдений (сверху слева) и его моды Y_{20} (коэффициент на карте CMB $a_{20} = (1,18e-2, 0)$) (сверху справа), Y_{21} ($a_{21} = (-7,71e-4, 6,21e-3)$) (снизу слева) и Y_{22} ($a_{22} = (-1,41e-2, -1,79e-2)$) (снизу справа). Коэффициенты приведены для антенной температуры CMB WMAP, заданной в мК

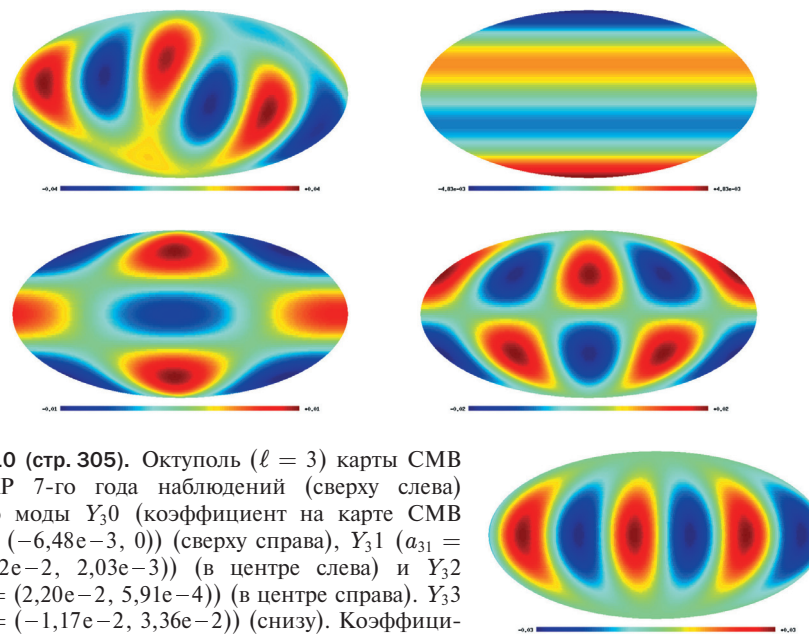


Рис. 10 (стр. 305). Октуполь ($\ell = 3$) карты CMB WMAP 7-го года наблюдений (сверху слева) и его моды Y_{30} (коэффициент на карте CMB $a_{30} = (-6,48e-3, 0)$) (сверху справа), Y_{31} ($a_{31} = (-1,22e-2, 2,03e-3)$) (в центре слева) и Y_{32} ($a_{32} = (2,20e-2, 5,91e-4)$) (в центре справа). Y_{33} ($a_{33} = (-1,17e-2, 3,36e-2)$) (снизу). Коэффициенты приведены для антенной температуры CMB WMAP, заданной в мК

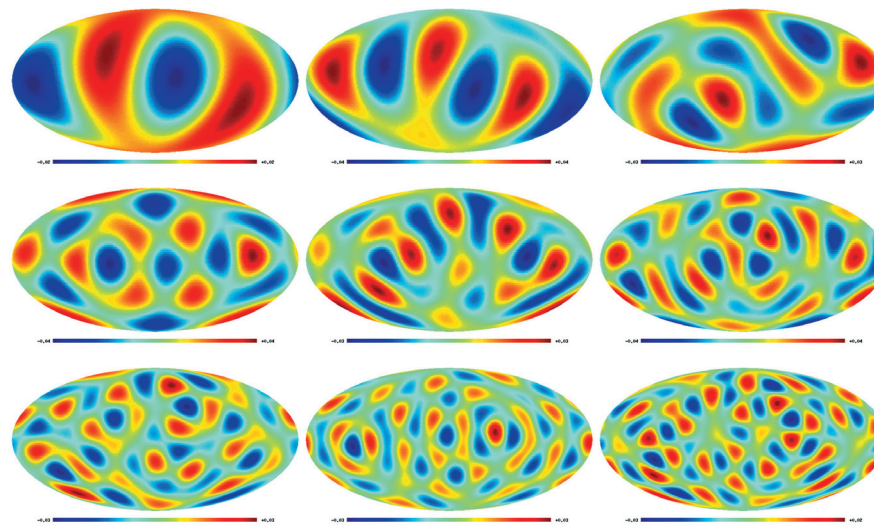


Рис. 11 (стр. 306). Мультиполи ($\ell = 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10$) карты CMB WMAP 7-го года наблюдений

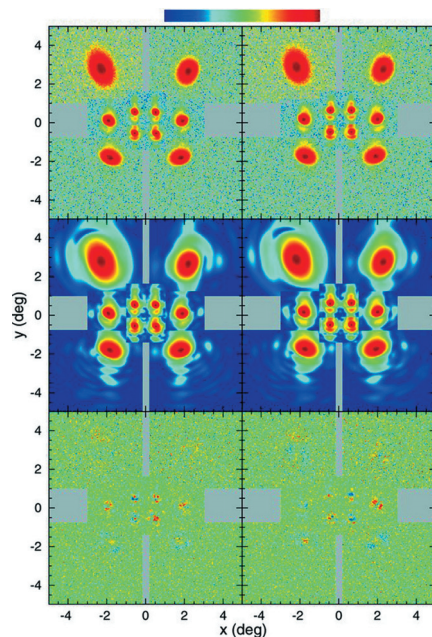


Рис. 12 (стр. 307). Диаграммы направленности WMAP в фокальной плоскости для каналов К (0,88°), Ка (0,66°), Q (0,51°), V (0,35°), W (0,22°). Рисунки в правом и левом столбцах соответствуют двум разнонаправленным инструментам миссии. Сверху: измеряемые диаграммы, посередине: модельная аппроксимация, внизу: разность между наблюдаемыми и модельными. Видны остаточные невязки. Рисунок воспроизведен с сайта <http://lambda.gsfc.nasa.gov>

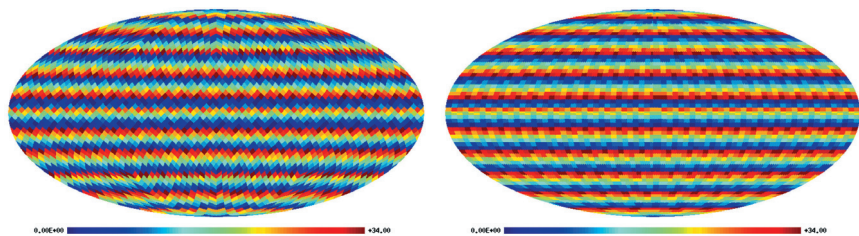


Рис. 18 (стр. 311). Два типа пикселизации на сфере: HEALPix (сверху) и GLESP (снизу)

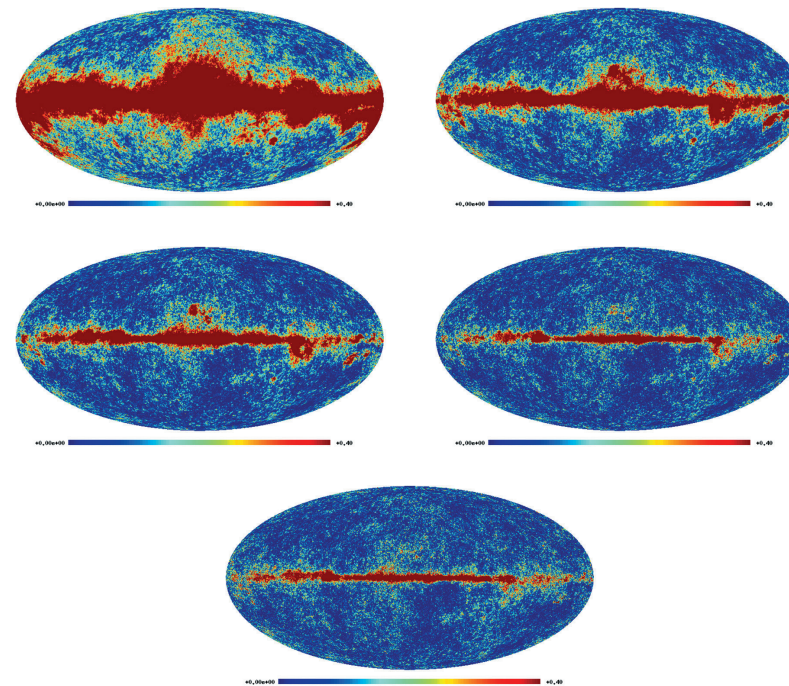


Рис. 21 (стр. 313). Слева направо сверху вниз: карты наблюдаемого микроволнового излучения в частотных каналах WMAP: 23 ГГц (полоса К), 33 ГГц (полоса Ка), 41 ГГц (полоса Q), 61 ГГц (полоса V) и 94 ГГц (полоса W) по данным WMAP 7-го года. Карты построены в галактических координатах

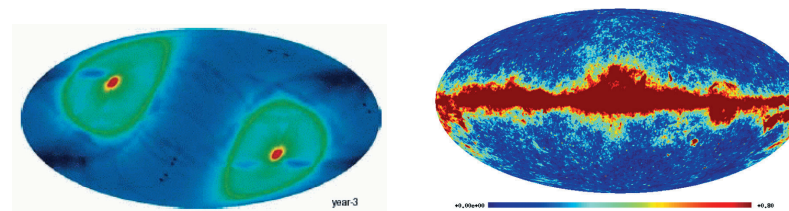


Рис. 1 (стр. 330). Два примера известных негауссовых эффектов, обусловленных выделенными координатными системами: эклиптической, проявляемой в картах чувствительности спутника WMAP (слева) и галактической (справа). Последний связан с излучением Галактики (здесь показана карта синхротронного излучения в К-канале WMAP), которое приходит в основном из галактической плоскости

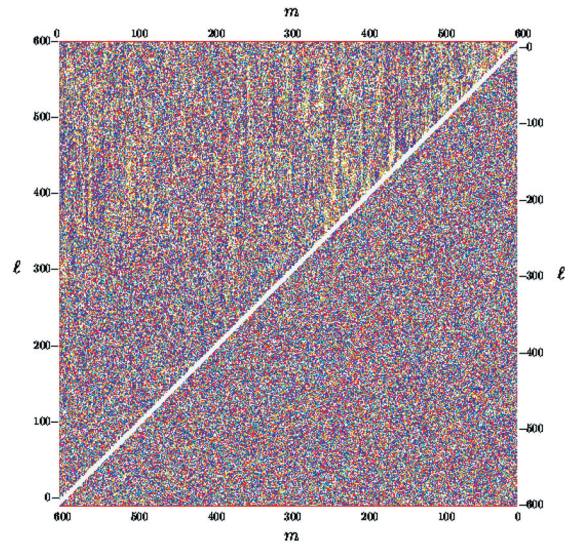


Рис. 5 (стр. 336). Цветовая фазовая диаграмма градиента D_ℓ для карт FCM (верхний левый треугольник) и WFM (нижний правый). 256 цветов воспроизводят фазовые интервалы в диапазоне $[0; 2\pi]$ (при черно-белой печати отображаются оттенками серого), для которых фазы берутся из комплексного представления гармоник. По вертикальной оси отложены номера мультиполей ℓ до $\ell = 600$, по горизонтальной — моды мультиполей m . Ввиду соотношения $a_{\ell,m} = a_{\ell,-m}^*$ приведены только моды с неотрицательными m . Хотя фазовый градиент (между соседними модами) является наиболее примитивным, наблюдаемые «грязные» полосы на FCM (сверху) указывают на сильную фазовую корреляцию мод соседних ℓ при одинаковых m . Данные WFM (снизу) демонстрируют видимое равномерное распределение фаз, соответствующее распределению фаз гармоник для случайных гауссовых полей. См. детали в [84]

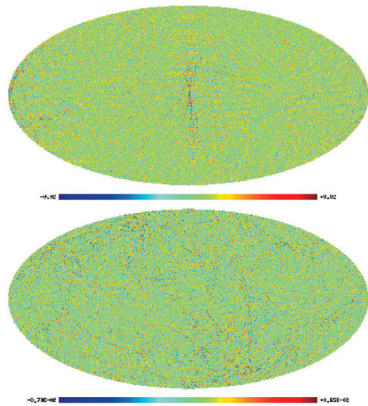


Рис. 6 (стр. 337). Вклад в вариации температуры CMB от двух мультиполей $\ell = 350$ и 352 для карт FCM (верхний рисунок) и WFM (нижний рисунок) в галактических координатах. Выбор мультиполей обусловлен обнаружением связи фаз для гармоник с $\Delta\ell = 2$ в карте FCM. Структура для $\varphi \simeq 0$ and π , видимая на FCM, перпендикулярна плоскости Галактики и проходящая через ее центр, исчезает на картах WFM, полученных винеровской фильтрацией, делая их практически гауссовой на этих мультиполях. См. детали в [84]

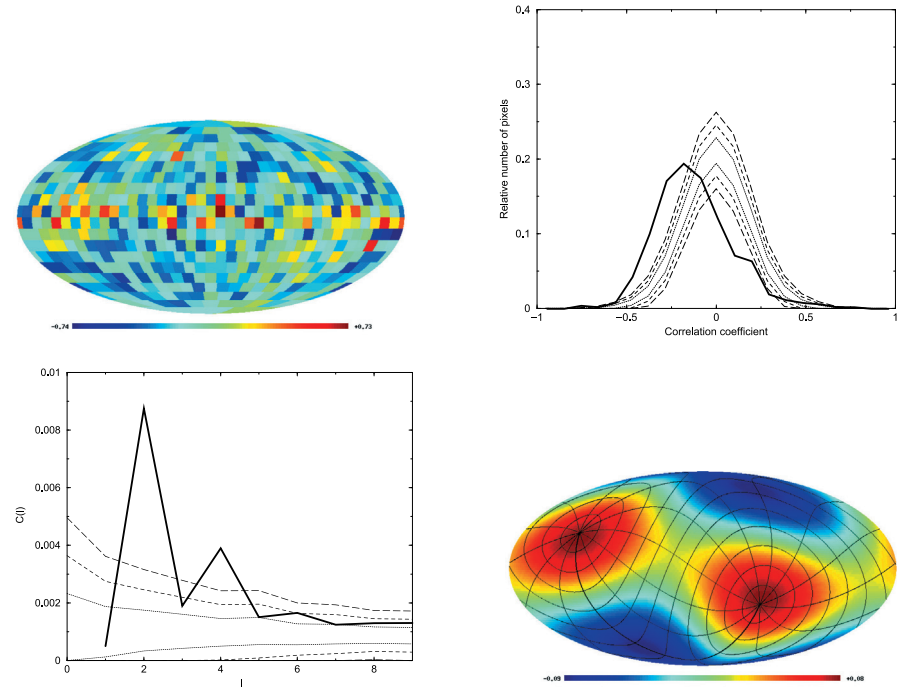


Рис. 10 (стр. 344). Результаты мозаичной корреляции карт CMB ILC WMAP и фонового излучения пыли в канале W с корреляционным окном $\Xi_p = 540' \times 540'$. Вверху слева: мозаичная карта M_c ; сверху справа: сплошной линией показана гистограмма распределения пикселей по коэффициентам карты M_c ; снизу слева: угловой спектр мощности карты M_c ; снизу справа: карта квадрупольной компоненты сигнала M_c с наложенной сеткой экваториальной системы координат. Пунктирная, короткая и длинная штриховые линии на правом верхнем и нижнем левом рисунках обозначают соответственно $\pm 1\sigma$, $\pm 2\sigma$ и $\pm 3\sigma$ уровни разброса в модельных мозаичных картах корреляций, рассчитанных для 200 случайных гауссовых полей в космологической модели Λ CDM. См. также [120, 121]

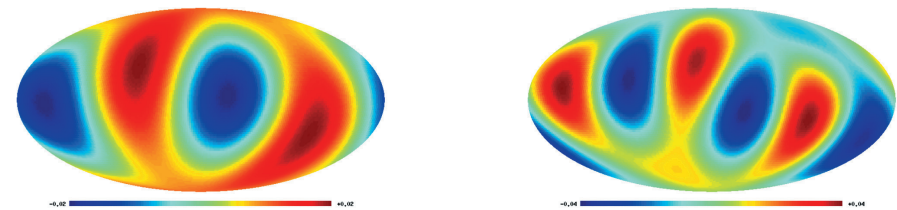


Рис. 11 (стр. 345). Форма квадруполь (слева) и октополя (справа) на карте WMAP ILC 7-го года

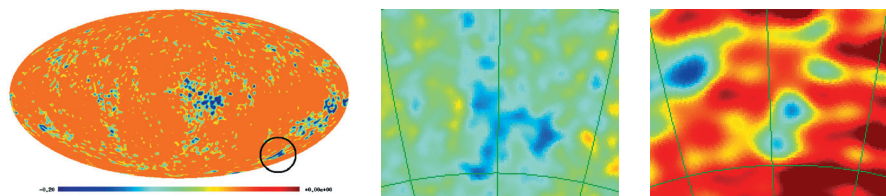


Рис. 12 (стр. 353). Слева: положение негауссова Холодного пятна на сфере в галактических координатах. В центре: Холодное пятно на карте ILC WMAP крупным планом. Справа: зона Холодного пятна на карте 408 МГц 1982 г. [145]

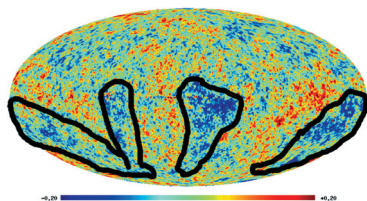


Рис. 14 (стр. 357). Холодные пятна на карте ILC CMB, формирующие структуру «четыре пальца»

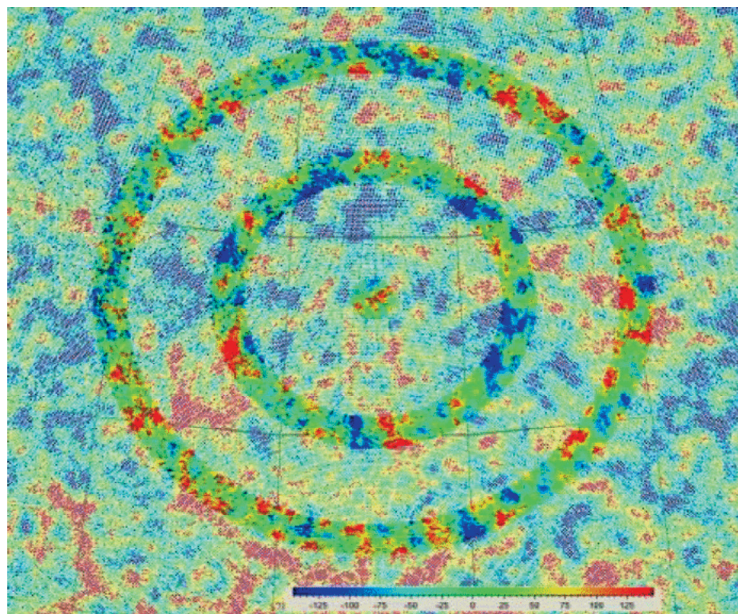


Рис. 15 (стр. 359). Примеры колец на карте CMB. Воспроизведено из работы [168]

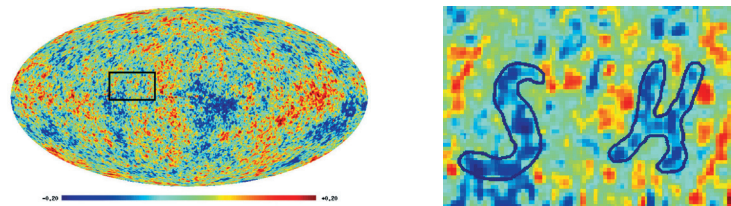


Рис. 17 (стр. 362). Символы «S» и «H» (Stephen Hawking) на карте ILC CMB

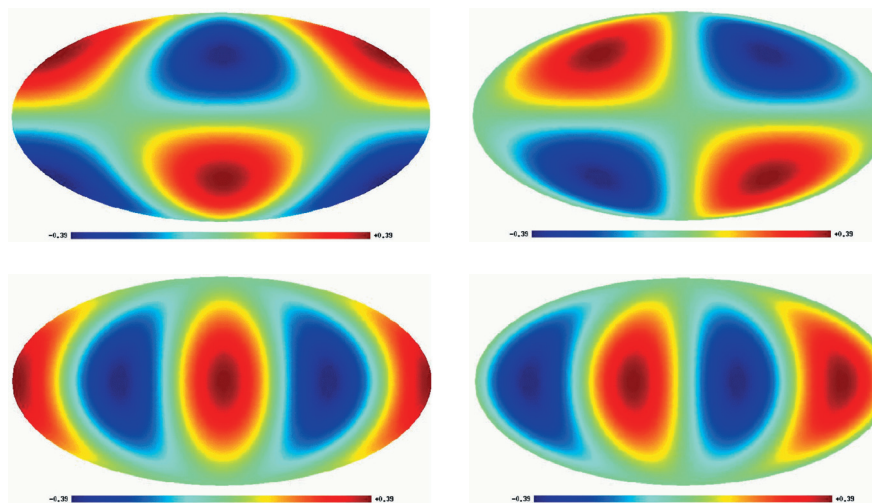


Рис. Л1.1 (стр. 373). Сферические функции (квадруполи): $Y_{21}(\theta, \phi)$ (cos -компонент: $a_{21} = (1, 0)$) (верхний слева), $Y_{21}(\theta, \phi)$ (sin -компонент: $a_{21} = (0, 1)$) (верхний справа), $Y_{22}(\theta, \phi)$ (cos -компонент: $a_{22} = (1, 0)$) (нижний слева), $Y_{22}(\theta, \phi)$ (sin -компонент: $a_{22} = (0, 1)$) (нижний справа)

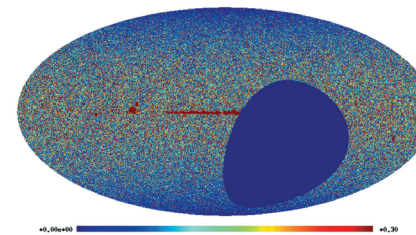


Рис. Л1.3 (стр. 378). Карта излучения от источников в обзоре NVSS [13]

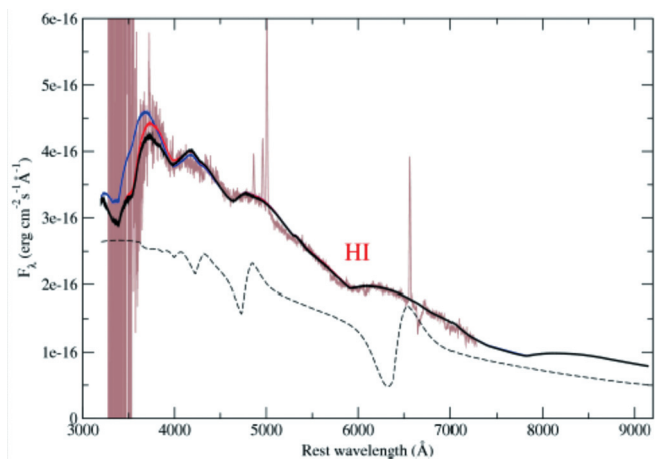


Рис. 2 (стр. 408). Спектр SN 2006aj в системе отсчета длин волн, полученный на БТА через 2,55 суток после XRF/GRB 060218 (Sonbas et al. 2008). Подгонка синтетическим спектром (код SYNOW, Branch et al. 2001; Elmhamdi et al. 2006) со скоростью фотосферы (V_{phot}), всех элементов и их ионов, равной 33000 км/сек, показана плавными линиями, которые отличаются только в синей части спектра при $\lambda < 4000 \text{ \AA}$. H I обозначает H_{α} PСуг профиль при $V_{\text{phot}} = 33\,000$ км/сек. Модельный спектр для скорости фотосферы 8000 км/сек показан пунктирной линией как пример H_{α} PСуг профиля

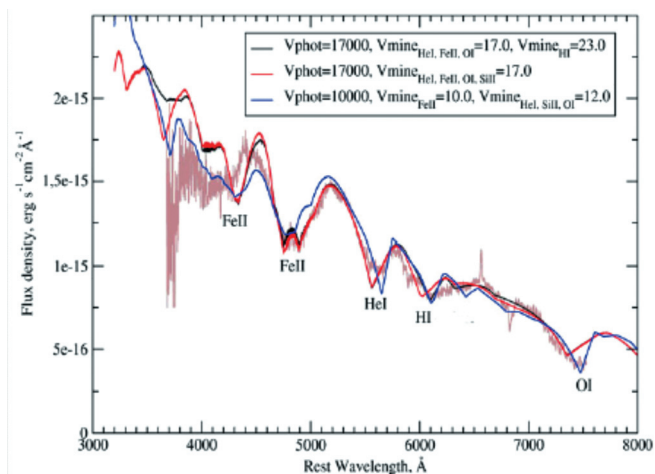


Рис. 3 (стр. 409). Спектр XRF080109/SN 2008D (из статьи Moskvitin et al. 2010). Физические условия в оболочке этой сверхновой были промоделированы кодом SYNOW (Branch et al. 2002)